

РАСПРЕДЕЛЕНИЕ ТОКА ПО ПОВЕРХНОСТИ ПЛОСКОЙ ЛИСТОВОЙ ЗАГОТОВКИ ПРИ НЕПОСРЕДСТВЕННОМ ПОДКЛЮЧЕНИИ ИСТОЧНИКА

Батыгин Ю.В., д.т.н., проф., Лавинский В.И., д.т.н., проф.

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт"

Украина, 61002, Харьков, ул.Фрунзе,21, НТУ "ХПИ", каф. "Высшая математика", "Сопротивление материалов" тел. (0572) 40-02-02, Email: batygin@kpi.kharkov.ua, lavinsky@kpi.kharkov.ua

Розглянуто ефекти розтікання струму по поверхні заготовки при прямому протіканні струму через систему контактів. Отримано аналітичні залежності для розрахунку розподілу струму по поверхні листової заготовки при її прямому підключенні до джерела потужності в магнітно-імпульсній системі для обробки металів.

Рассмотрены эффекты растекания тока по поверхности заготовки при прямом пропускании тока через систему контактов. Получены аналитические зависимости для расчёта распределения тока по поверхности листовой заготовки при её прямом подключении к источнику мощности в магнитно-импульсной системе для обработки металлов.

Вопрос о распределении тока по поверхности листовой заготовки в магнитно-импульсных системах для обработки металлов, принцип действия которых основан на прямом пропускании тока через заготовку в рабочей зоне, представляется крайне важным для определения эффективности силового воздействия на обрабатываемый объект [1].

На рис.1, схематически, показана листовая заготовка, к которой электрическое подсоединение выхода источника мощности осуществляется в контактных зонах диаметром $\varnothing 2h$ (помечены кругами со сплошной закраской). Здесь же очерчены контуры расчётной модели, которая будет применяться далее.

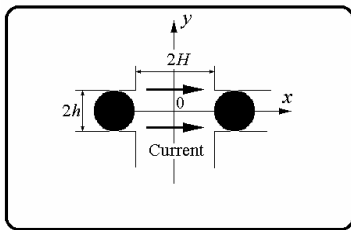


Рис.1

Цель настоящего рассмотрения – расчёт поперечного распределения тока по поверхности заготовки в центральной части рабочей зоны магнитно-импульсной системы (вдоль оси OY , $x = 0$). Результаты расчёта позволят определить ту часть тока, которая непосредственно участвует в возбуждении силового взаимодействия между проводниками с параллельными токами в соответствии с законом Ампера.

Применяемый математический аппарат – конформные отображения [2]. Расчётные модели приведены на рис.2.

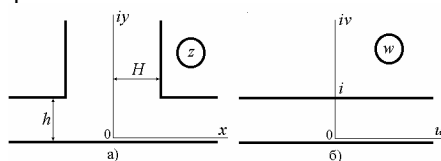


Рис.2

На рис.2а показана исходная расчётная модель – область $z = x + iy$, привязанная к реальной ситуации, изображённой на рис.1 (вследствие симметрии отно-

сительно оси абсцисс рассматривается только верхняя половина). На рис.2б – область $w = u + iv$. Это полоса единичной ширины $0 \leq \text{Im } w \leq 1$. Следует отметить, что такие модели широко применялись для исследования распределения магнитных полей в зазорах электрических машин [2].

Конформное отображение полосы на рассматриваемую область протекания тока осуществляется функцией комплексного переменного:

$$z(w) = \frac{2i}{\pi} \left[h \cdot \text{arctg} \left(\frac{h}{H} f_0 \right) + H \cdot \text{arth} (f_0) \right], \quad (1)$$

$$\text{где } a^2 = \frac{H^2 + h^2}{H^2}, \quad f_0 = \frac{th \left(\frac{\pi w}{2} \right)}{\sqrt{th^2 \left(\frac{\pi w}{2} \right) - a^2}}, \quad i = \sqrt{-1}.$$

В соответствии с формулой (1) точки действительной оси на плоскости комплексного переменного $z = x + iy$ (рис.2а, нижняя граница) переходят в точки действительной плоскости комплексного переменного $w = u + iv$ (рис.2б, нижняя граница). А точки верхней границы области на плоскости $z = x + iy$, образованной ломаной линией, переходят в точки прямой $v = 1$, представляющей собой верхнюю границу в области $w = u + iv$.

Анализ соответствия точек на плоскости комплексного переменного $z = x + iy$ и точек на плоскости $w = u + iv$ показывает, что поперечное распределение плотности тока в центре рабочей зоны ($y \in [0, \infty), x = 0$) приближённо будет соответствовать поперечному распределению в центре в области на рис.2б для $v \in [0, 1], u \equiv 0$.

Математически, данное соответствие будет описываться зависимостью между переменными u и v , полученной из формулы (1) при условии $x \approx u \approx 0$ и сформулированной в относительных единицах:

$$y_0 = \frac{y}{H} = \frac{2}{\pi} \left[\frac{h}{H} \text{arctg} (f_1) + \text{arth} (f_1) \right], \quad (2)$$

$$\text{где } f_1 = \frac{h}{H} \text{tg} \left(\frac{\pi w}{2} \right) \left(a^2 + \text{tg}^2 \left(\frac{\pi w}{2} \right) \right)^{-0,5}.$$

Распределение плотности тока в центральной зоне плоскости w описывается зависимостью (в относительных единицах с нормировочным множителем):

$$j_0 = \frac{j}{j_m} = a \left(a^2 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi v}{2} \right) \right)^{-0,5}, \quad (3)$$

где j_m - величина плотности тока в центре рабочей зоны при $v = 0$.

Наконец, последняя характеристика, необходимая для выполнения практических оценок, это относительная величина тока, протекающего в той или иной части рабочей зоны, может быть найдена интегрированием формулы (3) по переменной $v \in [0,1]$. Отметим, что интегрирование в плоскости комплексного переменного w в указанных пределах соответствует вычислению интеграла по переменной $y \in [0, \infty)$.

Вводя соответствующую нормировку на абсолютную величину всего тока в заготовке - I_m , находим, что

$$I_0(v) = \frac{I}{I_m} = \int_0^v f_2(x) dx \bigg/ \int_0^1 f_2(x) dx, \quad (4)$$

где $f_2(x) = a \cdot \left(a^2 + \operatorname{tg}^2 \left(\frac{\pi x}{2} \right) \right)^{-0,5}$.

Полученные зависимости представляют собой формулы для практических расчётов, проведение которых можно проиллюстрировать примером.

ПРИМЕР РАСЧЁТА. Соответственно рис.1 листовая заготовка подключается к источнику мощности контактами с шириной $2h = 0,015i$, расстояние между ними - $2H = 0,03v$. Вычислим поперечное распределение плотности тока и собственно тока в центре рабочей зоны магнитно-импульсной системы. Первое, что следует сделать, это рассчитать связь между поперечными пространственными переменными y_0 и v .

Аналитическое выражение требуемой функциональной зависимости из выражения (2) не представляется возможным, ввиду того, что получаемое уравнение является трансцендентным. Результаты численного определения связи между указанными переменными дано на рис.3.

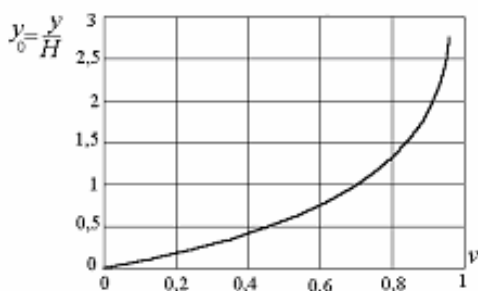


Рис.3

Далее, во всех последующих вычислениях плотности тока и собственно тока в терминах переменной v на плоскости комплексного переменного w с помощью графической зависимости на рис.3 всегда можно перейти к зависимости от реальной поперечной пространственной переменной y , привязанной к

рабочей зоне на поверхности листовой заготовки. Результаты вычислений по формулам (3) и (4) показаны на рис.4. Приведены поперечное распределение плотности тока (рис.4а) и собственно тока (рис.4б) в центральной части листовой заготовки в рабочей зоне индукторной системы (переход к реальной координате на заготовке осуществляется по графику на рис.3).

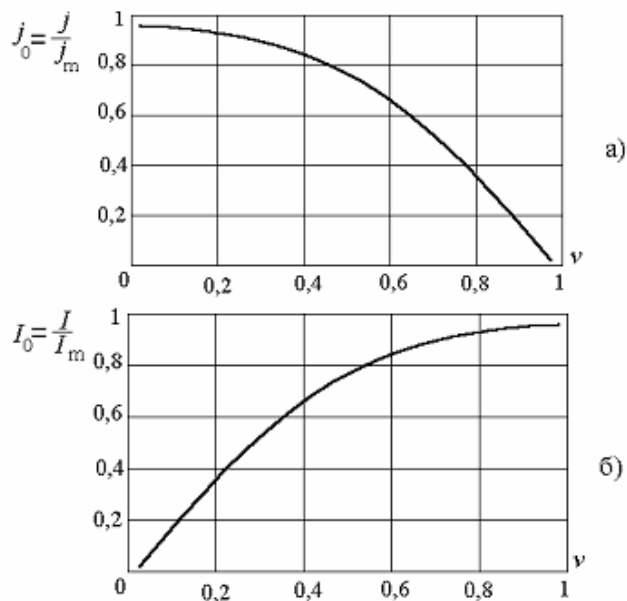


Рис.4

Результаты вычислений сведены в табл.1.

Таблица 1

ширина полосы Δy , м	0,0045	0,0084	0,015	0,021	0,0283
процент от тока в заготовке, (%)	20	40	60	80	90

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Получены аналитические зависимости для расчёта распределения тока по поверхности листовой заготовки при её прямом подключении к источнику мощности в магнитно-импульсной системе для обработки металлов.
2. Показано, что воздействие на области плоских листовых заготовок с шириной менее половины расстояния между контактами подсоединения малоэффективно, так как ток, протекающий на поверхности заготовки по полосе соответствующей ширины, будет составлять менее 50...60% от величины полного тока в заготовке.
3. Силовое воздействие на области с шириной, большей расстояния между контактами подсоединения, ожидается достаточно эффективным, так как в полосе соответствующей ширины будет протекать практически весь ток заготовки.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Степанов В.Л., Шавров И.А., Высокоэнергетичные импульсные методы обработки металлов. Л: Машиностроение. 1975. - 280 с.
- [2] Лаврентьев М.А., Шабат Б.В., Методы теории функций комплексного переменного. М: Наука. 1973. - 736 с.

Поступила 06.05.2003