

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЕЛИЧИНЫ НАПРЯЖЕНИЯ НА ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПАРАМЕТРЫ КАТУШКИ ИЗ ФЕРРОМАГНИТНОГО ПРОВОДНИКА

Вербовой А.П., к.т.н., Вербовой П.Ф., д. т. н.
Институт электродинамики НАН Украины
Украина, 03680, Киев-57, пр-кт Победы, 56
Тел. (044) 441-25-75, факс (044) 446-94-94, E-mail: podol @ eld.Kiev.ua

В результаті експериментальних досліджень котушки з залізного дроту встановлено, що її активний опір зменшується при збільшенні підведеної напруги. Причиною цього є зменшення питомого електричного опору. Наводяться формули для його визначення, виражені через електромагнітні навантаження.

В результате экспериментальных исследований катушки из железной проволоки установлено, что ее активное сопротивление уменьшается с увеличением подводимого напряжения. Причиной этому является уменьшение удельного электрического сопротивления. Приводятся формулы для его определения, выраженные через электромагнитные нагрузки.

При исследовании статических и динамических режимов работы, расчете характеристик и проектировании электротехнических и электромеханических устройств активные части из ферромагнитных материалов (экраны индукционных реостатов, роторы асинхронных двигателей, шихтованные пакеты аппаратов, трансформаторов, электрических машин и других устройств) удобно представлять эквивалентными одновитковыми короткозамкнутыми обмотками с сосредоточенными электромагнитными параметрами. Расчетное и экспериментальное определение электромагнитных параметров таких обмоток встречает существенные затруднения, обусловленные нелинейной их зависимостью от частоты и электромагнитных нагрузок. Этим объясняются разногласия в многочисленных публикациях отдельных авторов. Особенно эти разногласия проявляются в множестве публикуемых разнообразных схем замещения одних и тех же устройств.

В настоящей статье рассматриваются вопросы, связанные с изменением удельного электрического сопротивления (удельной электрической проводимости) на примере катушки из железной проволоки.

Обычно при определении активного сопротивления обмоток пользуются значениями удельного электрического сопротивления при постоянном токе и температуре 20 °С. Учет изменения его значения от температуры производится с помощью известной формулы

$$\rho_{\theta} = \rho_{20} \left[1 + \alpha_r (\theta - 20) + \beta_r (\theta - 20)^2 + \dots \right], \quad (1)$$

где ρ_{θ} и ρ_{20} - удельные электрические сопротивления проводника при расчетной температуре и при 20 °С; α_r и β_r - температурные коэффициенты сопротивления проводника, °С⁻¹ и °С⁻².

Увеличение активного сопротивления проводников, обусловленное технологическими отклонениями, учитывается введением в расчетную формулу коэффициента $k_q \geq 1$. Изменение сопротивления, обу-

словленное неравномерностью распределения переменного тока по сечению проводника (поверхностным эффектом, характеризующимся вытеснением тока на поверхность уединенного проводника или эффектом близости для двух и более проводников) учитывается расчетным коэффициентом $k_r \geq 1$.

В книге [1] на стр. 93 приводится формула (2-139) для определения эквивалентного удельного электрического сопротивления ферромагнитного тороида для случаев сильно выраженного поверхностного эффекта. Тороид выполнен из стали Ст.3 с равномерно распределенной обмоткой с числом витков $w_o = 440$. Формула (2-139) в [3] "... при резком поверхностном эффекте" имеет следующий вид:

$$\rho = \frac{E^2}{\omega \Pi^2 B H}, \quad (2)$$

где E - ЭДС взаимной индукции, наводимая в тороиде и в измерительной обмотке, уложенной совместно с основной (первичной) обмоткой с таким же числом витков; ω - угловая частота переменных величин; Π - периметр площади, пронизываемой основным магнитным потоком; B и H - магнитная индукция и напряженность магнитного поля.

Не вдаваясь в подробности объяснения причин изменения ρ и другие особенности изложения материала (например, определение глубины проникновения электромагнитной волны в массивный ферромагнитный тороид), автором книги [1] экспериментально установлено и теоретически доказано уменьшение ρ при увеличении подводимого к первичной обмотке напряжения.

При рассмотрении данного вопроса мы исходили из обычного представления катушки с сосредоточенными электромагнитными параметрами.

Электрический контур, электрическая схема замещения и векторная диаграмма для отдельной катушки приведены на рис. 1. Они справедливы как для катушек из цветных металлов, так и для обмоток из ферромагнитных проводов. Отличие будет только в

том, что активное и индуктивное сопротивления катушки из железной проволоки будут нелинейно изменяться с изменением величины подводимого напряжения. Для сравнения характеристик и параметров катушек из медного и стального проводов рассмотрим экспериментальные данные.

Катушки выполнены кольцевого типа прямоугольного сечения. Катушка из медного провода содержит число витков $w_{Cu} = 55$ и намотана проводом ПСД сечением $q_{Cu} = 1,5 \times 4 = 6 \text{ мм}^2$. Толщина ка-

тушки составляет $\delta_{Cu} = 28 \text{ мм}$ с наружным и внутренним диаметрами $d_{Cuн} = 280 \text{ мм}$, $d_{Cuв} = 200 \text{ мм}$.

Катушка из отожженной железной проволоки, предварительно изолированной стеклотканью, имеет следующие параметры:

$$w_{Fe} = 55; q_{Fe} = \pi \frac{d_{Fe}^2}{4} = \pi \frac{6^2}{4} = 28,274 \text{ мм}^2;$$

$$\delta_{Fe} = 50 \text{ мм}; d_{Feн} = 360 \text{ мм}, d_{Feв} = 200 \text{ мм}.$$

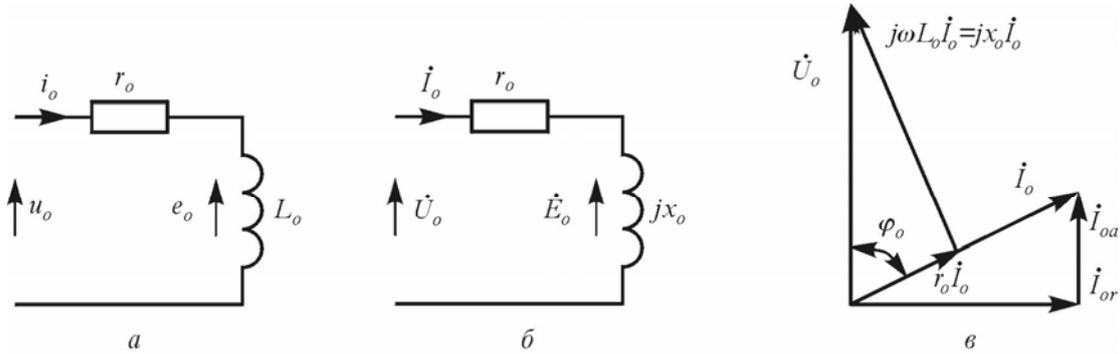


Рис.1. Электрический контур (а), схема замещения (б) и векторная диаграмма (в) катушки

Зависимости тока в катушках, потребляемой активной мощности и коэффициента мощности от подводимого напряжения приведены на рис. 2 (сплошные линии для катушки из железной проволоки и штриховые линии для катушки из меди). Зависимости $I_{Cu}(U)$ и $\cos \varphi_{Cu}(U)$ имеют прямолинейный вид. Нелинейность зависимости $P_{Cu}(U)$ обусловлена тем, что потребляемая активная мощность определяется равенством $P_{Cu} = r_{Cu} I_{Cu}^2$, то есть она пропорциональна квадрату тока. Зависимости $I_{Fe}(U)$ и $\cos \varphi_{Fe}(U)$ отклоняются от прямых линий. Особенно это относится к коэффициенту мощности и к току при малых значениях напряжения.

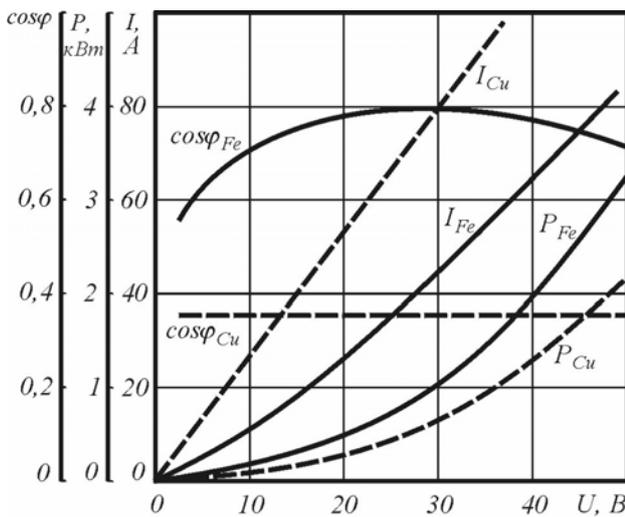


Рис.2. Зависимости $I(U)$, $P(U)$ и $\cos \varphi(U)$ для катушек из медного и ферромагнитного проводов

Значения коэффициента мощности для медной катушки составляет $\cos \varphi_{Cu} = P_{Cu} / UI_{Cu} = 0,335$, а для катушки из железной проволоки изменяется примерно от 0,6 при малых значениях напряжения, затем возрастает до 0,8 при $U = 25 - 35 \text{ В}$, и снова снижается до 0,7 при $U = 50 \text{ В}$.

Несмотря на большие значения тока в медной катушке, потребляемая ею активная мощность меньше за счет более низкого коэффициента мощности $P = UI \cos \varphi$.

Полное сопротивление катушки, активная и индуктивная составляющие его на основе экспериментальных данных вычисляются по следующим формулам и для медной катушки имеют значения:

$$z_{Cu} = U / I_{Cu} = 0,375 \text{ Ом}; \quad (3)$$

$$r_{Cu} = z_{Cu} \cos \varphi_{Cu} = P_{Cu} / I_{Cu}^2 = U \cos \varphi_{Cu} / I_{Cu} = 0,128 \text{ Ом}; \quad (4)$$

$$x_{Cu} = z_{Cu} \sin \varphi_{Cu} = Q_{Cu} / I_{Cu}^2 = U \sin \varphi_{Cu} / I_{Cu} = 0,361 \text{ Ом}. \quad (5)$$

Расчетные значения активного сопротивления катушки при температурах 20 и 115 °С составляют $r_{Cu20} = 0,119$ и $r_{Cu115} = 0,166 \text{ Ом}$. Сравнивая приведенные данные, видим, что значение активного сопротивления, полученное по экспериментальным данным, вписывается в пределы изменения его значений при двух значениях температуры, полученных расчетным путем.

Собственная индуктивность катушки, определенная по экспериментальным данным, равна

$$L_{Cuз} = x_{Cu} / \omega = 0,001148 \text{ Гн}.$$

Расчетное значение собственной индуктивности, полученное по формуле (6.17) в [2], составляет

$$L_{Cu} = \frac{\mu_0 w_{Cu}^2}{4\pi} d_{Cu} F(h_{Cu} / d_{Cu}, \epsilon_{Cu} / d_{Cu}) = 0,001089 \text{ Гн},$$

где d_{Cu} – средний диаметр сечения катушки; F – функция, значение которой зависит от геометрических параметров сечения катушки (h_{Cu} – высота; ϵ_{Cu} – ширина).

Сравнивая расчетные и экспериментальные значения активного сопротивления и индуктивности, приходим к заключению, что они достаточно близки. Расхождения в несколько процентов объясняются тем, что заполнение пространства медью составляет всего 0,295 и действительные размеры сечения катушки отличаются от реальных на толщину изоляции. В расчетах приняты размеры пространства, занимаемого катушкой с изоляцией, в том числе и средний диаметр.

Зависимости полного сопротивления и его составляющих от напряжения для катушки из железной проволоки приведены на рис. 3.

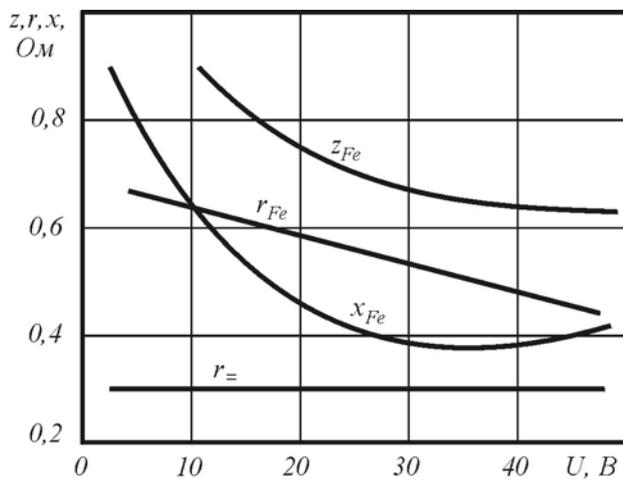


Рис. 3. Зависимости электромагнитных параметров от напряжения для катушки из ферромагнитного провода

Изменение $\cos \varphi_{Fe}$ обусловлено своеобразным изменением активного и индуктивного сопротивлений катушки (рис. 3). При малых значениях напряжения магнитный поток и магнитная индукция в пространстве расположения витков катушки тоже имеют малые значения, а магнитная проницаемость достигает максимума. Поэтому и индуктивное сопротивление рассеяния имеет максимальное значение. По мере увеличения напряжения магнитная индукция увеличивается, магнитная проницаемость и индуктивное сопротивление уменьшаются. После достижения насыщения индуктивное сопротивление по идее должно оставаться постоянным. Незначительный его рост, заметный на рис. 3, очевидно вызван неравномерностью распределения тока по сечению проводника.

Если предположить, что катушка с этими размерами выполнена из цветных металлов, то есть с μ_0 , то расчетное значение собственной индуктивности ее

составляло бы $L_o = 0,0008258$ Гн, а индуктивное сопротивление – $x_o = \omega L_o = 0,259432$ Ом. Расчетные значения относительной магнитной проводимости рассеяния такой катушки в окне индукционного реостата составляют $\lambda_o = 0,257545$, а индуктивное сопротивление – $x_o = 0,289874$ Ом. Сравнивая расчетные значения x_o с зависимостью $x_{Fe}(U)$ на рис. 3, видим, что между ними существуют значительные расхождения.

Свойство изменения индуктивности катушки из железной проволоки требует дополнительных исследований и отдельного рассмотрения. Здесь же особое внимание обратим на изменении активного сопротивления той же катушки.

Расчетные значения активного сопротивления обмотки из железной проволоки при двух значениях температуры составляют $r_{Fe20} = 0,187549$, $r_{Fe115} = 0,314149$. Определенное экспериментальным путем на постоянном токе активное сопротивление ее составляет $r_{=} = 0,3$ Ом. Расхождения между расчетными и экспериментальными данными обусловлены весьма низким коэффициентом заполнения и неравномерностью распределения витков в пространстве сечения катушки.

Зависимость $r_{Fe}(U)$ на рис. 3 при переменном токе ($f = 50$ Гц) имеет прямолинейный вид, а значения сопротивления уменьшаются по мере роста напряжения. Если рассматривать традиционную формулу определения активного сопротивления на переменном токе $r = \rho \frac{\ell}{q} k_r$, то при $\ell = const$, $q = const$ и $k_r \geq 1$ уменьшение r может быть обусловлено только изменением удельного электрического сопротивления.

Для выявления сути вопроса рассмотрим и сравним различные формулы для определения потерь в катушке из железной проволоки. С одной стороны, потери в рассматриваемой катушке можно определить по формуле

$$P_{Fe} = r_{Fe} I_{Fe}^2 = \rho_{Fe} \frac{\ell_{Fe}}{q_{Fe}} I_{Fe}^2 = \rho_{Fe} \ell_{Fe} j_{Fe} I_{Fe}, \quad (6)$$

где j – плотность тока, $j_{Fe} = I_{Fe} / q_{Fe}$.

С другой стороны, вообще, эти же потери в стали, как и потери в ферромагнитных сердечниках, можно определить по формуле, полученной в [3]

$$P_{Fe} = \mu_{Fe} H^2 f G / g = \frac{B^2}{\mu g} f G = HBfG / g = HBfV = HBf\ell q, \quad (7)$$

где G и g – масса и удельная масса стали ($G / g = V$ – объем стали, в данном случае $V_{Fe} = \ell \cdot q$).

Приравняв конечные выражения в формулах (6) и (7) и сокращая в левой и правой частях ℓ , находим выражение для определения ρ_{Fe}

$$\rho_{Fe} = \frac{BHf}{j^2}. \quad (8)$$

Итак, удельное электрическое сопротивление ферромагнитных материалов прямо пропорционально произведению магнитной индукции, напряженности магнитного поля и частоты, и обратно пропорционально квадрату плотности тока. Если исходить из формулы (8), то можно объяснить эффект уменьшения активного сопротивления катушки из железной проволоки. Он заключается в том, что при $f = const$ произведение $B \cdot H$ меньше квадрата плотности тока, поскольку при изменении магнитной индукции в четыре раза (например, с $U = 10$ до $U = 40$ В, а $B \equiv U$), ток изменяется в 5,9 раза (с 11 до 65 А), а плотность тока в $5,9^2 = 38,2$ раза. Однако мы не видим такого значительного уменьшения активного сопротивления. При тех же значениях напряжения оно уменьшается с $r_{Fe} = 0,635$ до 0,48 Ом, то есть в 1,33 раза. Это объясняется тем, что в формуле (8) в числителе находится значение напряженности магнитного поля, пропорциональной току $H_{Fe} \equiv I_{Fe}$. Другими словами, при дальнейшем увеличении напряжения и малыми изменениями магнитной индукции, вызванными эффектом насыщения, числитель и знаменатель в выражении (8) будут изменяться по разным законам. Очевидно зависимость $r_{Fe}(U)$ будет отклоняться от прямолинейной и приближаться к прямой значений r_{Fe} при постоянном токе.

Те же потери в железной проволоке можно выразить через активную проводимость и ЭДС самоиндукции, то есть

$$P_{Fe} = g_{Fe} E^2 = \gamma_{Fe} \frac{q_{Fe}}{\ell_{Fe}} E^2. \quad (9)$$

Приравняв конечные выражения в формулах (9) и (7), находим удельную электрическую проводимость, выраженную через электромагнитные нагрузки

$$\gamma = \frac{HBf\ell^2}{E^2}. \quad (10)$$

Принимая во внимание, что $\gamma = 1/\rho$, находим еще одно выражение для определения удельного электрического сопротивления железной проволоки, выраженное через ЭДС самоиндукции

$$\rho = \frac{E^2}{HBf\ell^2}. \quad (11)$$

Сравнивая таким образом полученное выражение (11) с выражением (2), приведенным в [1], видим, что они практически совпадают, за исключением неравенства $P \neq \ell$. Формула (2) в [1] получена, исходя из глубины проникновения электромагнитной волны в тороид из стали Ст.3. Поскольку ранее считалось, что глубина проникновения электромагнитной волны незначительна (при $f = 50$ Гц, $\Delta \cong 2$ мм), а в действительности она значительно больше (в десятки раз), то и формула (2) дает значительную погрешность.

Таким образом мы можем утверждать, что удельное электрическое сопротивление ферромагнитных проводников "... изменяется под влиянием изменений параметров поля и энергии системы" [4]. Эту особенность необходимо учитывать при расчете электромагнитных параметров электротехнических и электромеханических устройств с активными ферромагнитными элементами в их конструкции.

Представляет научный интерес изменение коэффициента индуктивности $k_{Fe} = x_{Fe} / r_{Fe}$ для реальной катушки из ферромагнитного материала, которое на практике принято считать примерно постоянным $k_{Fe} \cong 0,6 = const$ и "не зависящем ни от частоты перемещения, ни от магнитного состояния материала" [5]. Воспользовавшись данными рис. 3 и определив k_{Fe} , приходим к очевидному заключению. Отношение индуктивного сопротивления катушки из ферромагнитного материала к активному изменяется в достаточно широких пределах от 1,168 при $U = 5$ В до 0,73 при $U = 30$ В. Минимальное значение этого отношения достигается при минимальном индуктивном сопротивлении катушки. Для рассматриваемого образца зона минимального значения k_{Fe} находится в пределах $U = 25 - 35$ В. При дальнейшем увеличении напряжения он снова возрастает, как и x_{Fe} , что обусловлено насыщением магнитной цепи и изменением электромагнитных свойств материала.

Примерно такую же зависимость изменения k_{Fe} получено и для тороида из Ст.3 по [1], для определения которого использовалась петля гистерезиса.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Панасенков М.А. Электромагнитные расчеты устройств с нелинейными распределенными параметрами. – М.: Энергия, 1971. – 216 с.
- [2] Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. – Л.: Энергоатомиздат, 1986. – 488 с.
- [3] Вербовой А.П., Вербовой П.Ф. Определение потерь в стали регулируемых асинхронных двигателей // Электротехника: Праці ІЕД НАНУ. – Київ: Ін-т електродинаміки НАН України. 1999. – С. 119-124.
- [4] Туровский Я. Техническая электродинамика. Пер. с польск. – М.: Энергия, 1974. – 488 с.
- [5] Куцевалов В.М. Вопросы теории и расчета асинхронных машин с массивными роторами. – М.; Л.: Энергия, 1966 – 302 с.

Поступила 18.03.03