

## АНАЛИЗ ВИБРОВОЗМУЩАЮЩИХ СИЛ В АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ ПРИ ОБРЫВЕ СЕГМЕНТОВ КОРТОКАЗАМЫКАЮЩИХ КОЛЕЦ ОБМОТКИ РОТОРА НА ОСНОВЕ ЦЕПЕ-ПОЛЕВОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ

*Розроблено коло-польову математичну модель для аналізу електромагнітних віброзвуждаючих сил і сигналів датчиків вібрації в короткозамкнених асинхронних двигунах при наявності ушкоджень сегментів короткозамикаючих кілець обмотки ротора. За результатами спектрального аналізу виявлено сукупність діагностичних ознак, що дозволяють ідентифікувати даний вид ушкодження.*

*Разработана цепе-полевая математическая модель для анализа электромагнитных вибровозбуджающих сил и сигналов датчиков вибрации в короткозамкнутых асинхронных двигателях при наличии повреждений сегментов короткозамыкающих колец обмотки ротора. По результатам спектрального анализа установлена совокупность диагностических признаков, которые позволяют идентифицировать данный вид повреждения.*

### ВВЕДЕНИЕ

В процессе эксплуатации короткозамкнутых асинхронных двигателей (АД) встречаются два вида повреждения короткозамкнутой обмотки ротора (КЗОР): обрыв стержней ротора и разрыв сегментов короткозамыкающих колец (СКК). Характер ремонта КЗОР и оценка возможности и сроков дальнейшей эксплуатации АД до его выхода в ремонт существенно зависят от вида возникшего повреждения. Поэтому в процессе контроля технического состояния АД целесообразно не только установить факт повреждения обмотки ротора, но и идентифицировать вид ее повреждения. Особенно это актуально для мощных АД, выполняющих важные технологические функции.

Одним из основных методов контроля и диагностики АД является метод вибрационной диагностики, основанный на анализе сигналов датчиков вибрации, устанавливаемых на корпусе двигателя. Эффективная работа систем вибрационной диагностики возможна на базе применения адекватных математических моделей АД, имеющих повреждения элементов конструкции. Наибольшую достоверность диагностической информации обеспечивают полевые модели.

Полевые математические модели АД с поврежденными стержнями КЗОР рассматривались в зарубежной литературе [6, 7] и в работах авторов данной статьи [2, 3]. Для исследования такого вида повреждения, как правило, используются двумерные полевые математические модели в поперечном сечении АД, причем при моделировании поврежденных стержней их электропроводность принимается равной нулю, что исключает протекание по ним индуцированных токов. В случае разрыва СКК дефект находится за пределами поперечного сечения АД и, строго говоря, для его исследования необходима трехмерная полевая модель. Однако, с учетом сложности численной реализации трехмерной модели целесообразно разработать адекватный способ учета повреждения СКК в рамках двухмерной полевой модели.

Целью данной статьи является разработка цепе-полевой математической модели АД, имеющего повреждение КЗОР в виде разрывов СКК, и исследование с ее помощью вибровозмущающих сил в таких АД. Предложенная математическая модель позволяет смоделировать и проанализировать сигнал установ-

ленного на статоре датчика вибрации, что является основой для идентификации повреждений КЗОР в системах вибрационного контроля и диагностики.

### ЦЕПЕ-ПОЛЕВАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Разрыв СКК ведет к несимметричному распределению токов в стержнях КЗОР, в результате чего по сравнению с неповрежденной обмоткой ротора электромагнитное поле в воздушном зазоре АД искажается и, как следствие, изменяется характер действующих на статор вибровозмущающих сил. Сигнал установленного на статоре датчика вибрации (датчика виброускорения), пропорционален величине электромагнитной вибровозмущающей силы и модулирован по амплитуде частотой скольжения.

Цепе-полевая математическая модель (ЦПММ) состоит из двух частей. Вначале с помощью цепной схемы замещения КЗОР определяется несимметричное распределение токов в стержнях КЗОР, обусловленное повреждениями СКК. На рис. 1 на примере тягового АД типа СТА-1200 показана схема замещения КЗОР, содержащая 62 стержня. На рис. 1 обозначено  $R_{S\_i}$ ,  $X_{S\_i}$  – активное и индуктивное сопротивления  $i$ -го стержня;  $E_i$  – ЭДС, индуцированная магнитным полем в  $i$ -м стержне. Величины ЭДС распределены в стержнях вдоль поверхности ротора по синусоидальному закону:

$$E_i = E_m \sin(2\pi p i / Z_2) e^{i\omega_{st}}, \quad (1)$$

где  $i = 1, Z_2$ ,  $s$  – скольжение,  $E_m$  – амплитуда ЭДС. Сегменты СКК ввиду малости их размеров моделируются активными сопротивлениями  $R_{kb\_i}$ . При повреждении СКК его сопротивление принимает большое значение, что препятствует замыканию токов стержней через поврежденный сегмент. На рис. 1 поврежденный СКК с сопротивлением  $R_{KB\_20}$  располагается между 20 и 21 стержнями на одном (левом) короткозамыкающем кольце КЗОР. Амплитуда ЭДС в стержне ротора  $E_m$  находится предварительно упрощенным способом по общей формуле расчета ЭДС в витке обмотки при заданной индукции в зазоре, либо более точно с учетом взаимоиндукции между стержнями после расчета поля в активной зоне АД.

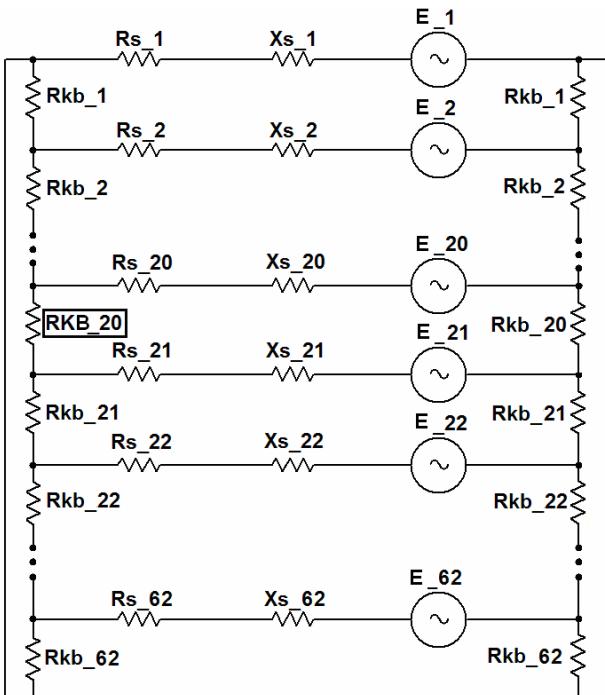


Рис 1. Схема замещения КЗОР с поврежденным СКК

Во втором случае ЭДС находится путем интегрирования по сечению стержня  $S_{st}$  аксиальной составляющей напряженности электрического поля  $\vec{E}_z$ :

$$E = \frac{L_R}{S_{st}} \int \vec{E}_z dS, \quad (2)$$

где  $L_R$  – длина ротора. Представленная схема замещения КЗОР позволяет для любого момента времени найти распределение токов между стержнями КЗОР, имеющей поврежденный СКК.

Второй этап моделирования связан с использованием в полевой модели результатов расчетов по цепной схеме замещения КЗОР. Полевая модель формулируется в поперечном сечении АД и позволяет найти электромагнитные вибровозмущающие силы. В роторных координатах для величин, изменяющихся гармонически во времени, уравнение поля относительно комплексной амплитуды векторного магнитного потенциала имеет следующий вид [1]:

$$\frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \dot{A}_z}{\partial y^2} - j\omega_1 s \mu_y \dot{A}_z = -\mu_j \dot{J}_z \text{ctmo} + \mu_y \frac{\partial \phi}{\partial z}, \quad (3)$$

где  $\omega_1$  – угловая частота вращения поля статора,  $s$  – скольжение ротора. Слагаемое  $\mu_y \partial \phi / \partial z$  в правой части характеризует источники поля, обусловленные появлением свободных электрических зарядов на торцах ротора из-за разрыва СКК. Приближенно предполагая  $\partial \phi / \partial z \approx \Delta \phi / L_R = \Delta \phi / D$ , при решении уравнения (3) следует задать разность потенциалов  $\Delta \phi$  между торцами ротора. Решение задачи должно удовлетворять требованию: сумма интегралов плотностей токов  $j_k$  по сечению всех стержней клетки  $Z_2$  должна равняться нулю:

$$\sum_{k=1}^{k=Z_2} \int_{S_k} j_k ds = 0, \quad (4)$$

т.е. суммарный ток, протекающий в одном направлении поперечного сечения ротора, должен быть равен суммарному току, текущему в обратном направлении. Условие (4) автоматически соблюдается для неповрежденной конструкции клетки, при которой  $\Delta \phi = 0$ . Величина  $\Delta \phi$  задается для каждого  $i$ -го стержня по результатам решения цепной схемы замещения КЗОР, содержащей поврежденный СКК:

$$\Delta \phi_i = (I_{i \text{ повр}} - I_{i \text{ ц}}) / \sigma L_R, \quad (5)$$

где  $I_{i \text{ повр}}$ ,  $I_{i \text{ ц}}$  – токи в  $i$ -ом стержне КЗОР поврежденного и целого АД. В соответствии с законами Кирхгофа, сумма токов всех стержней цепной схемы КЗОР равна нулю. Поэтому, как будет показано далее, полученная совокупность  $\Delta \phi_i$  при решении полевой задачи обеспечивает выполнение условия (4).

Уравнение (3) дополняется однородными граничными условиями первого рода на внешней границе расчетной области. Основными источниками электромагнитного поля являются плотности сторонних токов в пазах статора  $J_z \text{стор}$ , в которых уложены три фазы обмотки статора [1].

Важной составляющей рассматриваемой математической модели является модель сигнала датчика вибрации – датчика виброускорения, который устанавливается на статоре АД. Известно, что действие датчиков виброускорения основано на пьезоэлектрическом эффекте и они преобразуют механические колебания в электрические сигналы, пропорциональные среднеквадратичному значению ускорения корпуса датчика. При дальнейшем анализе будем рассматривать только вибровозмущающие силы электромагнитного происхождения, т.е. предполагаем, что из результирующего сигнала удалены составляющие, вызванные вибровозмущающими силами другой физической природы, которые не зависят от повреждения КЗОР. Например, механические вибрации, вызванные дефектами подшипников, небалансом ротора и другими причинами, можно выделить и удалить из суммарного сигнала в режиме нагрузки по результатам измерений вибраций на холостом ходу [4].

Под действием вибровозмущающих сил, формирующихся в магнитном поле воздушного зазора, сердечник статора совершает радиальные вынужденные колебания. В работе [3] показано, что в правильно спроектированных конструкциях АД частота собственных колебаний сердечника статора намного превышает частоту вынужденных колебаний, обусловленных электромагнитными силами. Поэтому условия механического резонанса отсутствуют, свободные колебания в пределах одного периода действия вынуждающей силы быстро затухают и перемещение корпуса датчика пропорционально приложенной силе. При этом предполагается, что вибрация, формирующаяся на внутренней поверхности расточки статора со стороны воздушного зазора, распространяется через сердечник статора до места установки датчика (на поверхности корпуса статора) без искажений и потерь. Это позволяет при моделировании сигнала датчика вибрации анализировать вибровозмущающие силы в расчетной точке М на коронке зубца статора.

Далее будем рассматривать плотность силы, выраженную в виде тензора магнитного натяжения  $T_{nM}(t) = F_{nM}(t)/S_z$ . Нормальная составляющая тензора натяжения формирует радиально направленные вибрации статора в точке  $M$  на коронке зубца статора и рассчитывается по следующему выражению:

$$T_{nM}(t) = \frac{1}{2\mu} \cdot [B_{nM}^2(t) - B_{tM}^2(t)], \quad (6)$$

где  $B_{nM}(t)$ ,  $B_{tM}(t)$  – нормальная и тангенциальная составляющие магнитной индукции в точке  $M$ . Таким образом, в соответствии с принятыми допущениями сигнал датчика вибрации (датчика виброускорения) в определенном масштабе пропорционален вибровозмущающей силе и при моделировании сигнала достаточно найти временную зависимость выражения (6) в точке  $M$  (точке условного размещения датчика). Для получения такой зависимости модель должна строго учитывать изменение геометрии расчетной области, связанной с перемещением ротора относительно статора в режиме реального времени. Такие алгоритмы были разработаны при численной реализации полевой модели методом конечных элементов в рамках пакета программ COMSOL [3]. Сформулированная ЦПММ (1) – (6) позволяет выявить изменения в вибрациях статора АД при появлении повреждения СКК.

## РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

Приведем результаты моделирования тягового АД типа СТА-1200, имеющего следующие данные: мощность 1200 кВт, число полюсов  $2p = 6$ , номинальное линейное напряжение  $U_{\text{пл}} = 1080$  В, номинальный фазный ток  $I_{\text{нф}} = 452$  А, число пазов статора и ротора  $Z_1 = 72$ ,  $Z_2 = 62$ , номинальное скольжение  $s = 0,01$ , материал стержней – медь. Для решения цепной схемы замещения КЗОР использовался пакет программ Multisim. Рассмотренная схема позволяет моделировать различные варианты повреждения КЗОР, однако в данной статье рассматривается разрыв одного СКК.

Активные и индуктивные сопротивления стержней равны  $Rs_i = 31$  мкОм,  $Xs_i = 64$  мкОм, а СКК  $Rkb_i = 0,8$  мкОм, амплитудное значение ЭДС стержней составляет  $E_m = 50,5$  мВ. Поврежденным выбран 20-й СКК, активное сопротивление которого  $RKB_{20}$  увеличено в  $10^{10}$  раз.

На рис. 2 показаны распределения токов (в о.е.) по стержням ротора для: а) неповрежденной КЗОР; б) при наличии одного поврежденного СКК, расположенного между 20 и 21 стержнями, между которыми в данный момент времени существует максимальный перепад ЭДС. Изменения в токах стержней ротора наблюдаются в зоне от 11 до 31 стержня, а под остальными полюсами они остаются практически неизменными.

На рис. 3 изображена найденная по выражению (5) зависимость  $\Delta\Phi_i$  от номера стержня, которая затем используется при решении уравнения поля (3).

На рис. 4 изображены две расчетные кривые, характеризующие распределение токов по стержням КЗОР при одном поврежденном СКК для случаев: а) кривая получена из решения цепной задачи; б) кривая получена из решения полевой задачи с учетом показанной на рис. 3 зависимости  $\Delta\Phi_i$ .

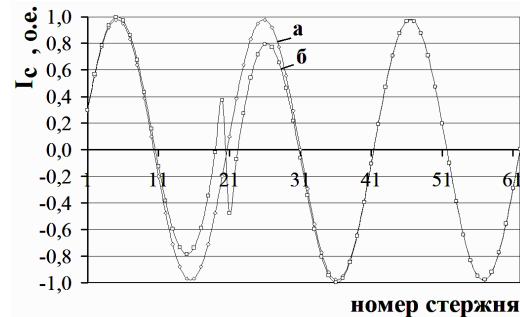


Рис. 2. Распределения токов по стержням КЗОР: а) неповрежденная КЗОР; б) при одном поврежденном СКК

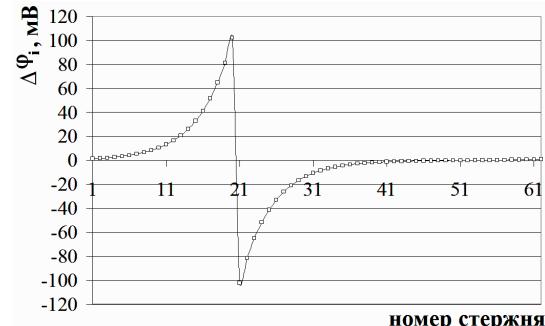


Рис. 3. Распределение величины  $\Delta\Phi_i$  при наличии одного поврежденного СКК

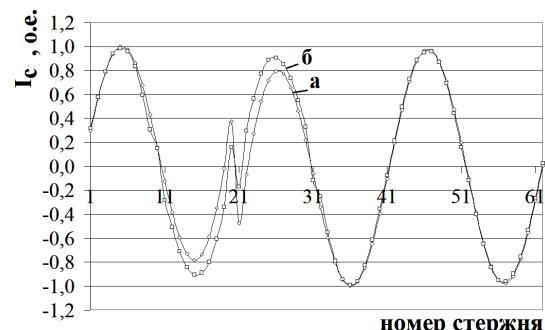


Рис. 4. Распределение токов по стержням КЗОР при наличии одного поврежденного СКК: а) расчет по цепной схеме замещения; б) полевой расчет

Как видно из рис. 4, кривые повторяют друг друга с достаточной точностью (расхождение не превышает 12 %), что подтверждает корректность разработанной ЦПММ, которая адекватно учитывает наличие в КЗОР поврежденных СКК.

На рис. 5 представлены временные зависимости тензора магнитного натяжения в точке условного размещения датчика на коронке зубца статора за время одного полного оборота ротора (0,06 с). Рассмотрены следующие варианты: неповрежденная КЗОР (рис. 5,а); поврежденная КЗОР с одним разорванным СКК (рис. 5,б); поврежденная КЗОР с двумя рядом расположеннымми оборванными стержнями (рис. 5,в).

Кривая на рис. 5,а содержит шесть одинаковых колебаний, вызывающих в статоре вибрации с частотой 100 Гц, соответствующих числу полюсов АД. В кривой содержатся также высокочастотные зубцовые гармоники. Кривая на рис. 5,б содержит возмущение на пике второго колебания, в момент прохождения над датчиком поврежденного СКК. Кривая на рис. 5,в

содержит возмущение между вторым и третьим колебаниями в момент прохождения над датчиком поврежденных стержней.

Относительно статора поврежденные элементы врачаются с периодом  $T_{OB} = p/f_{OB} = p/f_1(1-s)$ , где  $p$  – число пар полюсов,  $f_1$  – частота питания сети,  $f_{OB}$  – оборотная частота. Возмущение сигнала возникает только под одним полюсом. В дальнейшем это искажение будет перемещаться под другие полюса, по-

скольку токи ротора врачаются относительно поврежденных элементов КЗОР с периодом  $T_S = p/f_1s$ .

В те моменты времени, когда поврежденные элементы КЗОР находятся в зоне нулевых токов ротора искажение магнитного поля в зазоре исчезает, и сигнал датчика становится идентичным сигналу неповрежденного АД. Таким образом, сигналы датчиков оказываются модулированными по амплитуде с частотой модуляции, равной частоте скольжения.

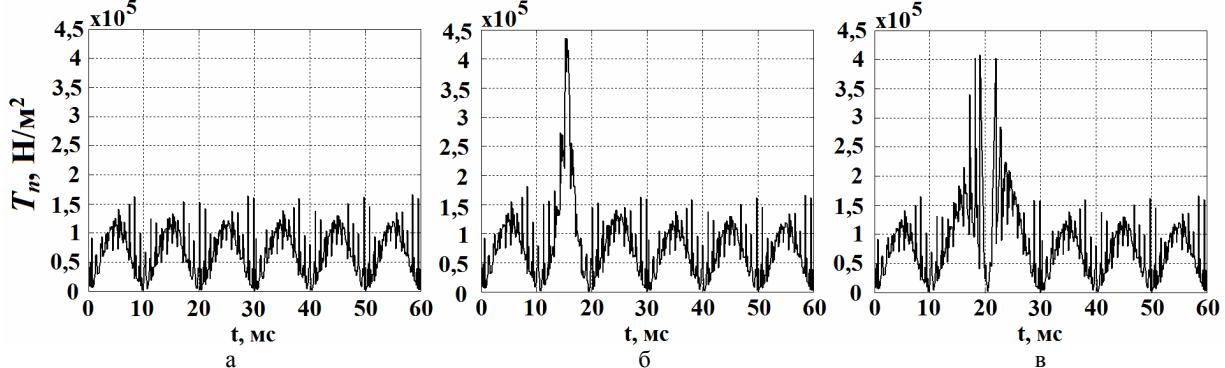


Рис. 5. Временные зависимости тензора натяжения за время одного полного оборота ротора: а) неповрежденный СТА; б) СТА с одним поврежденным СКК; в) СТА с двумя рядом расположенных поврежденными стержнями

Показанные на рис. 5,б и рис. 5,в сигналы можно представить как наложение двух сигналов: сигнала неповрежденного двигателя  $T_{nM0}(t)$  (рис. 5,а) и разностного сигнала – "сигнала повреждения"  $T_{nMD}(t)$ :

$$T_{nM}(t) = T_{nM0}(t) + T_{nMD}(t). \quad (6)$$

Модулированный на полном периоде  $T_S$  "сигнал повреждения" можно аппроксимировать выражением:

$$T_{nMD}(t) = T_{nMDMAX}(t)[1 + \cos(\omega_1 2st)]/2, \quad (7)$$

где  $\omega_1 = 2\pi f_1$ ,  $T_{nMDMAX}(t)$  – функция максимального "сигнала повреждения" на одном обороте ротора.

Эффект модуляции приводит к появлению в датчике не только оборотной гармоники, пропорциональной частоте вращения ротора  $f_{OB}$ , но и пары "боковых" гармоник. Например, если функцию  $T_{nMDMAX}(t)$  приближенно аппроксимировать ее первой гармоникой:  $T_{nMDMAX}(t) \approx A_1 \sin(\omega_{OB} t)$ , то из (7) после преобразований получим:

$$\begin{aligned} T_{nMD}(t) &\approx A_1 \sin(\omega_{OB} t)[1 + \cos(\omega_1 2st)]/2 = \\ &= A_1 \sin(\omega_{OB} t)/2 + A_1 [\sin(\omega_{B1} t) + \sin(\omega_{B2} t)]/4, \end{aligned}$$

где  $\omega_{B1} = \omega_{OB}(1-2s)$ ,  $\omega_{B2} = \omega_{OB}(1+2s)$ . Ввиду малости скольжения "боковые" гармоники в спектре лежат справа и слева вблизи от оборотной гармоники.

Алгоритмы учета амплитудной модуляции сигнала вибрации описаны в работе [3]. На рис. 6 изображены спектрограммы сигналов для двух рассматриваемых повреждений. На спектрограммах не показаны постоянные составляющие сигналов, которые датчиками виброускорения не измеряются. В спектрограммах присутствует не только основная оборот-

ная гармоника  $f_{OB} = 16,5$  Гц и кратные ей гармоники с частотами 33 Гц, 49,5 Гц и т.д., но и сопутствующие им "боковые" гармоники. В целом приведенные спектрограммы похожи. Отличить повреждение СКК от повреждения стержней можно по следующим признакам. Во-первых, анализ временных сигналов (рис. 5) показывает, что при повреждении СКК максимальное возмущение *всегда возникает* на одном из пиков колебаний, а при повреждении стержней – между пиками. Во-вторых, повреждение *одного* СКК ведет к существенно *большему увеличению вибраций*, чем повреждение *одного* стержня. Расчет среднеквадратичного значения виброускорения (СКЗ\_a) (без учета постоянной составляющей) показал, что при обрыве в СТА – 1200 одного стержня СКЗ\_a увеличивается в 1,05 раза (относительно СКЗ\_a неповрежденной КЗОР), а при разрыве одного сегмента – в 1,25 раза. И лишь при обрыве двух стержней СКЗ\_a возрастает в 1,27 раза. Увеличение СКЗ\_a связано с появлением оборотных и "боковых" гармоник. Следует подчеркнуть, что согласно действующим стандартам [5] для оценки уровня вибрации используется СКЗ виброскорости (СКЗ\_v), которое несложно получить из СКЗ\_a путем интегрирования. На величину СКЗ\_v в меньшей степени оказывают влияние высокочастотные (шумовые) гармоники и поэтому он более чувствителен к появлению низкочастотных оборотных гармоник. При обрыве одного стержня СКЗ\_v возрастает в 5,6 раза, а при разрыве одного СКК – в 11,2.

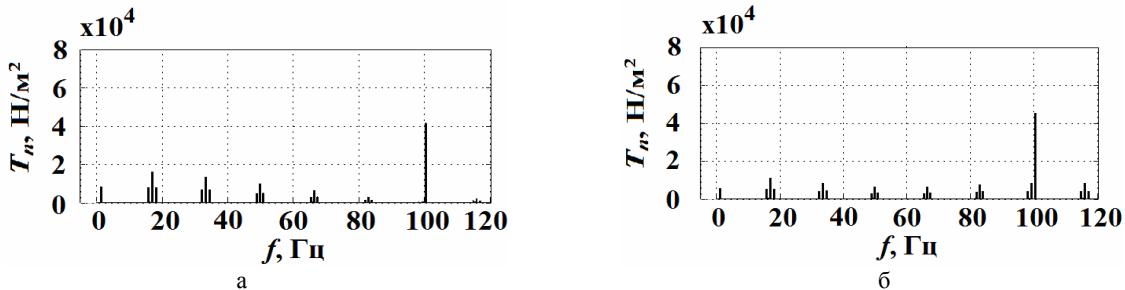


Рис 6. Спектрограммы временного сигнала датчика вибрации: а) СТА с одним поврежденным СКК; б) СТА с двумя рядом расположенными поврежденными стержнями

В-третьих, как видно из рис. 6, при повреждении стержней в спектрограмме появляются "боковые" гармоники в зоне частоты основных электромагнитных вибраций 100 Гц, а при повреждении СКК такие гармоники отсутствуют. Таким образом, анализ временного сигнала и его частотного спектра дает достаточно большое количество диагностических признаков для достоверной идентификации вида повреждения КЗОР.

### ВЫВОДЫ

1. Разработана цепе-полевая математическая модель, позволяющая исследовать вибровозбуждающие силы и сигналы датчиков вибрации в АД при повреждении его короткозамкнутой обмотки ротора в виде разрыва сегментов короткозамыкающих колец.

2. Показано, что при разрыве СКК в спектрах сигналов датчика появляются обратные гармоники (основная и боковые), амплитуда которых зависит от характера повреждений. Анализ временного сигнала и его частотного спектра, в том числе и среднеквадратичных значений вибрации позволяет с достаточной достоверностью отделить данный вид повреждения КЗОР от другого его вида – разрыва стержней. При этом разрыв СКК является более опасным видом повреждения КЗОР, поскольку приводит к большему увеличению вибраций, чем при разрыве стержня.

3. Разработанная цепе-полевая математическая модель может эффективно использоваться в системах вибрационного контроля технического состояния и диагностики повреждений АД.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Васьковський Ю.М. Польовий аналіз електричних машин. – Київ, НТУУ "КПІ", 2007. – 191 с.
2. Васьковский Ю.Н., Гераскин А.А. Математическое моделирование электромагнитных полей в короткозамкнутом асинхронном двигателе с поврежденной обмоткой ротора // Технична електродинаміка. – 2010. – № 2. – С. 56-61.
3. Васьковский Ю.Н., Гераскин А.А. Анализ сигналов датчиков вибрации в короткозамкнутых асинхронных двигателях на основе математических моделей вибровозбуджающих электромагнитных сил // Електротехніка і електромеханіка. – №5. – 2010. – С. 12-16.
4. Шубов И.Г. Шум и вибрация электрических машин. – Л., Энергоатомиздат, Л.О, 1986. – 207 с.
5. Межгосударственный стандарт ГОСТ 20815-93. Машины электрические врачающиеся. Механическая вибрация некоторых видов машин с высотой оси вращения 56 мм и более. // ИПК Издательство стандартов, 1996.
6. Iorgulescu M. Study relation between fault noise in electric motor // International Journal on "Technical and Physical Problems of Engineering". – 2010. – Vol. 1, № 4. – P. 69-73.
7. Pöyhönen S., Jover P., Hyötyniemi H., Independent Component Analysis of Vibrations for Fault Diagnosis of an Induction Motor // Proc. of the International Conference Circuits, Signals and Systems, Mexico, May 2003, Vol. 1, pp. 203-208.

Поступила 07.07.2011

Васьковський Юрій Николаєвич, д.т.н., проф.,  
Гераскин Александр Анатольевич,  
Коваленко Михаїл Анатольєвич  
Національний технічний університет України  
"Київський політехнічний інститут"  
кафедра електромеханіки  
03056, Київ, пр. Победи, 37  
тел. (044) 454-95-18, e-mail: vun157@voliacable.com

Vas'kovsky Y.N., Geraskin A.A., Kovalenko M.A.

**Analysis of vibration-exciting forces in asynchronous motors under short-circuited rotor ring segments break on the basis of a circuit-field mathematical model.**

A circuit-field mathematical model is developed to analyze electromagnetic vibration-exciting forces and signals of vibration sensors in squirrel-cage induction motors under damage of short-circuited rotor ring segments. Results of spectrum analysis are applied to reveal a set of diagnostic indicators which allow identifying this type of damage.

**Key words – squirrel-cage induction motor, vibration-exciting forces, mathematical model.**