УДК 621.313

Ю.В. Шуруб

МОДЕЛИРОВАНИЕ АСИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОПРИВОДОВ ПРИ СЛУЧАЙНОЙ НАГРУЗКЕ

Наведено методику моделювання та вибору параметрів асинхронних електроприводів, що працюють у несиметричному режимі, при роботі із навантаженнями, які мають випадковий характер.

Приведена методика моделирования и выбора параметров асинхронных электроприводов, работающих в несимметричном режиме, при работе с нагрузкой, которая имеет случайный характер.

ВВЕДЕНИЕ

Асинхронный электропривод значительной части сельскохозяйственных, строительно-отделочных машин и механизмов, имеющих случайную нагрузку, должен рассчитываться с учетом требуемых динамических и энергетических показателей [1, 2]. Во многих случаях питание трехфазного двигателя малой мощности осуществляется от однофазной сети – трехфазно-однофазный электропривод, а в качестве фазосдвигающего элемента используется конденсатор, реже полупроводниковые элементы. При этом необходимо учитывать следующие обстоятельства.

В настоящее время проектируются и выпускаются высокоиспользуемые двигатели с меньшим запасом по нагреву и перегрузочной способности. В то же время качество напряжения питающей сети часто не соответствует норме. В общем случае на входе двигателя имеется несимметричная система напряжений. При случайном характере нагрузки двигателя и напряжения сети выбор и проверка параметров двигателя и фазосдвигающих элементов представляют сложную задачу.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Известно, что симметрия фазных токов асинхронного двигателя с постоянными параметрами фазосдвигающих элементов возможна при одной какой-либо нагрузке. Математически такое событие – попадание в точку трехмерного пространства – имеет вероятность, равную нулю [3]. В практических расчетах режим считают симметричным, если фазные токи отличаются на определенную величину.

Вероятность появления такого режима, когда значения фазных токов заключены в пределах $\left|I_{A_1}I_{A_2}\right|, \left|I_{B_1}I_{B_2}\right|, \left|I_{C_1}I_{C_2}\right|$, получим в виде тройного интеграла

$$p = \int_{I_{A_1}}^{I_{A_2}} \int_{I_{B_1}}^{I_{B_2}} \int_{I_{C_1}}^{I_{C_2}} f(I_A, I_B, I_C)\, dI_A dI_B dI_C \,. \qquad (1)$$

Нормальное совместное распределение трех случайных величин I_A, I_B, I_C характеризуется плотностью вероятности

$$f(I_A, I_B, I_C) = \frac{1}{\sigma_{I_A}\sigma_{I_B}\sigma_{I_C}\sqrt{8\pi^3 D}} \times \\ \times \exp\left[-\frac{1}{2D}\sum_{\mu\nu=1}^{3} D_{\mu\nu}\frac{(I_\mu - m_\mu)\cdot(I_\nu - m_\nu)}{\sigma_\mu\sigma_\nu}\right], \qquad (2)$$

где m_μ, m_ν, σ_μ^2, σ_ν^2 – математическое ожидание и дисперсия случайной величины I_μ, I_ν соответственно; D – определитель третьего порядка, составленный из значений нормированных коэффициентов корреляции при $\tau = 0$:

$$R_{\mu\nu} = R_{\nu\mu} = \frac{K_{\mu\nu}(0)}{\sigma_\mu\sigma_\nu}; \; D = \begin{vmatrix} 1 & R_{AB} & R_{AC} \\ R_{BA} & 1 & R_{BC} \\ R_{CA} & R_{CB} & 1 \end{vmatrix}.$$

Для анализа трехфазно-однофазных электроприводов могут быть использованы математические модели случайных процессов изменения нагрузки двигателя при симметричном номинальном напряжении.

В режиме нагрузки линейный ток $I(t)$, потребляемая мощность $P_1(t)$ и момент $M(t)$ являются функциями времени. Если, например, статистические характеристики функции $I(t)$ известны, т.е. известна плотность вероятности $f(I)$, математическое ожидание m_I и корреляционная функция $R_I(t_1, t_2)$, то могут быть определены соответствующее среднеквадратическое отклонение и среднеквадратическое значение тока нагрузки [3].

В случае, когда приложенная к двигателю нагрузка подчинена нормальному закону распределения и стационарна, т.е.

$$f(I) = \frac{1}{\sigma_I\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(I - m_I)^2}{2\sigma_I^2}}; \\ m_I(t) = m_I = \text{const}; \\ \sigma_I^2(\tau) = R_I(t_1, t_2) = R_\tau(0) = \text{const}, \qquad (3)$$

математическое ожидание и дисперсия квадрата тока:

$$m_{I^2} = m_I^2 + \sigma_I^2; \qquad (4)$$

$$\sigma_{I^2}^2 = 2\sigma_I^2(2m_I^2 + \sigma_I^2)\,. \qquad (5)$$

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕСА НАГРУЖЕНИЯ ДВИГАТЕЛЯ В НЕСИММЕТРИЧНОМ РЕЖИМЕ РАБОТЫ

Наличие сведений о статистических характеристиках тока, мощности или момента позволяет распространить метод эквивалентных величин на симметричные составляющие тока и напряжения прямой, обратной и нулевой последовательностей. Эти составляющие действуют независимо и вызываемые ими эффекты могут быть суммированы по методу суперпозиции. Если изменение нагрузки характеризуется как случайный стационарный процесс, то процесс изменения величин симметричных составляющих описывается стационарными случайными функциями. Таким образом, задача сводится к определению числовых характеристик случайных величин, имеющих функциональную зависимость от другой случайной величины.

При нестационарности процесса нагружения можно обычно выделить достаточно продолжительные зоны стационарности, т.е. построить кусочно-стационарную вероятностную модель процесса и на этой основе пользоваться для расчета методами теории стационарных случайных процессов.

Величина математического ожидания квадрата тока в такой же мере является объективной оценкой условий нагрева, как и среднеквадратическое значение тока для электродвигателей с детерминированным режимом работы. Правомерность эквивалентирования нагрузки на этой основе базируется на слабой коррелированности процесса изменения нагрузки, т.е. малой величине времени $\tau = t_2 - t_1$, при которой автокорреляционная связь является существенной по сравнению с постоянной нагрева двигателя [4].

Обычно при исследовании процессов изменения нагрузки располагают зависимостью потребляемого тока $I(t)$ или мощности $P_1(t)$. При неизменном напряжении питающей сети и постоянных параметрах фазосдвигающих элементов величины токов и напряжений прямой и обратной последовательностей определяются однозначно через параметры двигателя при симметричном питании. Зная закон распределения случайной величины I, можно определить числовые характеристики случайных величин $I_2 = \varphi_2(I)$, $U_1 = \varphi_3(I)$. Математическое ожидание и дисперсия, например, тока прямой последовательности, определяется выражениями

$$m_{I_1} = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi_1(I)\cdot f(I)\cdot dI\,; \tag{6}$$

$$\sigma_{I_1^2} = \int_{-\infty}^{\infty} \left[\varphi_1(I) - m_{I_1}\right]^2 \cdot f(I)\cdot dI\,, \tag{7}$$

где $\varphi_1(I)$ – зависимость составляющей тока прямой последовательности от реального тока в фазе (симметричного режима); $f(I)$ – плотность распределения величины $I(t)$.

Отметим, что плотность распределения нагрузки прямоточной дробилки зерна хорошо аппроксимируется законом Гаусса [2].

Если функция $I_1 = \varphi_1(I)$ достаточно близка к линейной в области практически возможных значений случайных нагрузок, то приближенные значения оценок математического ожидания и дисперсии выражаются элементарными формулами.

Для линейной функции вида $I_1 = b + a\cdot I$, подчиненной нормальному закону, математическое ожидание и среднеквадратическое отклонение определяются выражениями

$$m_{I_1} = a\cdot m_I + b\,; \tag{8}$$

$$\sigma_{I^2} = a^2\cdot\sigma_I\,. \tag{9}$$

Если же эти функции значительно отклоняются от линейных, то формулы (3) и (4) применимы только при малых дисперсиях случайных нагрузок.

После определения допустимой величины тока прямой последовательности производим сопоставления его со значением эквивалентной величины тока прямой последовательности. При этом должно быть соблюдено условие:

$$I_{1\text{Э}} = \sqrt{{m_{I_1}}^2 + {\sigma_I}^2} \le I_{\text{доп}}\,, \tag{10}$$

т.е. эквивалентный ток прямой последовательности должен быть меньше или равен допустимому. Если окажется, что условие (5) не выполняется, то необходимо изменить значение расчетной нагрузки.

С учетом сказанного, расчетная величина нагрузки для выбора параметров фазосдвигающих элементов может быть представлена как

$$I_p = m_I + \beta\cdot\sigma_I\,. \tag{11}$$

Значение коэффициента β зависит от "растянутости" закона распределения тока нагрузки по оси величин и установленной мощности двигателя. Если плотность вероятности $f(I)$ известна, то вероятность превышения ординатой функции $f(I)$ уровня $m_I + \beta\cdot\sigma_I$

$$E = \int_{m_I+\beta\cdot\sigma_I}^{\infty} f(I)dI\,. \tag{12}$$

Из (12) может быть с необходимой точностью определено значение коэффициента β. Для нормально распределенной случайной величины тока все рассеивание (с точностью до долей процента) укладывается на участке $m_I + 3\cdot\sigma_I$.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

По предложенному методу проведен выбор параметров фазосдвигающих элементов и двигателя прямоточной дробилки зерна, проверена работоспособность электропривода при трехфазном и однофазном питании. Определены оценки процесса нагружения как в статике (математическое ожидание, дисперсия), так и в динамике (корреляционная функция, спектральная плотность). Для установления закона распределения случайных величин тока и мощности построены соответствующие гистограммы. Проверка при помощи критерия Пирсона на уровне значимости 0,05 показала, что плотность распределения нагрузки прямоточной дробилки зерна хорошо аппроксимируется нормальным законом. Коэффициент вариации нагрузки (отношение среднеквадратического отклонения к математическому ожиданию) для исследуемых диаграмм находится в пределах 0,17 до 0,36.

Корреляционная функция и спектральная плотность рассматриваемых диаграмм хорошо аппроксимируются выражениями вида

$$R(\tau) = \sigma^2 e^{-\alpha|\tau|} \cos\beta\tau \,, \quad (13)$$

$$s(\omega) = \frac{\sigma^2}{\pi}\left[\frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega+\beta)^2} + \frac{\alpha}{\alpha^2 + (\omega-\beta)^2}\right], \quad (14)$$

где α – коэффициент, характеризующий интенсивность затухания корреляционной функции; β – коэффициент, определяющий угловую частоту колебаний.

В этом смысле коэффициенты α и β характеризуют технологический процесс, выполняемый машиной, а форма и вид корреляционной функции – стационарность и эргодичность процесса нагружения машины. Спектральный состав процесса нагружения прямоточной дробилки зерна почти равномерен.

Результаты обработки нагрузочных диаграмм подтверждают гипотезу, что при постоянной производительности нагрузку исследуемых машин можно считать стационарной случайной функцией времени, обладающей эргодическими свойствами.

Математическую модель процесса нагружения однотипных машин с переменной производительностью можно представить как стационарную неэргодическую функцию, содержащую случайную составляющую, обусловленную производительностью машины, и случайную стационарную эргодическую функцию, обусловленную технологией процесса:

$$Z(t) = y + x(t)\,, \quad (15)$$

где y – случайная величина с дисперсией σ_y; $x(t)$ – эргодическая стационарная случайная функция с характеристиками m_x и R_x.

Приняв, что $x(t)$ и y не коррелированны, можно найти математическое ожидание и корреляционную функцию процесса нагружения машины. В дальнейшем по степени разброса нагрузки и по характеру затухания корреляционной функции производится корректировка параметров фазосдвигающих элементов в зависимости от изменения производительности машины.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Корчемний М.О., Філоненко А.Ф., Юсупов Н.А. Експлуатаційна надійність електродвигунів у сільськогосподарському виробництві // Механізація та електрифікація сільського господарства. – 1991. – Вип. 73. – С. 78-80.
2. Беспалов В.Я. Динамические показатели трехфазных асинхронных двигателей в однофазной сети // Электротехника. – 2000. – № 7. – С. 13-15.
3. Вентцель Е.С., Овчаров Л.А. Прикладные задачи теории вероятностей. – М.: Радио и связь, 1983.
4. Заславская Т.Б., Железко Ю.С., Нейман В.В. О допустимых значениях токов и напряжений обратной последовательности при случайном характере их изменения // Электричество. – 1981. – № 9. – С. 58-60.

Поступила 01.10.2009

Шуруб Юрий Викторович, к.т.н.
Институт электродинамики НАН Украины
Украина, 03680, Киев, пр. Победы, 56
тел. (044) 454-26-37

Yu.V. Shurub

Simulation of induction electric drives under random load.

A simulation and parameter choice technique for phase shifting elements of induction electric drives in an asymmetrical operating mode under random loads is given.

Key words – **induction motor, electric drive, asymmetrical mode, random load.**