

## ЕКВІВАЛЕНТНА МАГНІТНА ПРОНИКНІСТЬ НАДПРОВІДНИКОВОЇ ОБМОТКИ

У статті розглянута надпровідникова обмотка і запропоновано метод розрахунку її еквівалентної магнітної проникності. Проаналізовано вплив способу намотки на її еквівалентну магнітну проникність.

В статье рассмотрена сверхпроводниковая обмотка и предложен метод расчета её эквивалентной магнитной проницаемости. Проанализировано влияние способа намотки на её эквивалентную магнитную проницаемость.

### ВСТУП

Використання надпровідних (НП) матеріалів в електроенергетиці є досить перспективним напрямком, який набув значного розвитку за останні роки [1]. Надпровідники розглядаються як одні з найбільш перспективних і ефективних матеріалів.

Надпровідники мають практично нульовий електричний опір і високу щільність струму, що дозволяє значно покращити показники і підвищити питомі електромагнітні параметри пристрою. НП матеріали використовуються у електричних машинах і генераторах, кабельній техніці, електричних апаратах, зокрема, обмежувачах струму короткого замикання. Принцип дії швидкодіючих НП обмежувачів струму короткого замикання заснований на надбанні активного опору надпровідником при критичній величині струму [2]. З НП матеріалів виготовляють такі елементи, як обмотки, екрани (кільця або циліндри) та струмопровідні частини (кабелі, проводи та ін.).

### РОЗПОДІЛ МАГНІТНОГО ПОЛЯ

Для проведення електромагнітного розрахунку треба врахувати, що для НП матеріалу у надпровідному стані магнітна проникність  $\mu_{\text{нп}} = 0$  і активний опір  $R_{\text{нп}} = 0$ . НП матеріал є діаманетиком та проводить струм без втрат при відповідній температурі близькій 77 К.

Для прикладу проведемо розрахунок у математичному пакеті FEMM [3] магнітного поля електромагніта, який містить розімкнений магнітопровід з НП обмоткою, де відносна еквівалентна розподілена магнітна проникність надпровідної обмотки буде змінюватись.

За результатами розрахунку магнітного поля електромагніта побудований графік залежності індукції у осерді від відносної еквівалентної магнітної проникності НП обмотки і повітряного зазору магнітопроводу (рис. 1).

Таким чином, абсолютна еквівалентна магнітна проникність обмотки має вплив на розподіл індукції магнітного поля електромагніта [4].

### ЕКВІВАЛЕНТНА МАГНІТНА ПРОНИКНІСТЬ РЯДОВОЇ ОБМОТКИ

Для спрощення подальших електромагнітних розрахунків необхідно визначити цю еквівалентну розподілену абсолютну магнітну проникність для НП обмотки.

Припустимо, що обмотка намотана НП проводом круглого перерізу з деяким шагом рис. 2а, де  $\mathbf{B}$  – вектор магнітної індукції. Якщо розглянути переріз, то розмір  $l = D$ , відповідно, дорівнює діаметру струмопровідної НП жили.

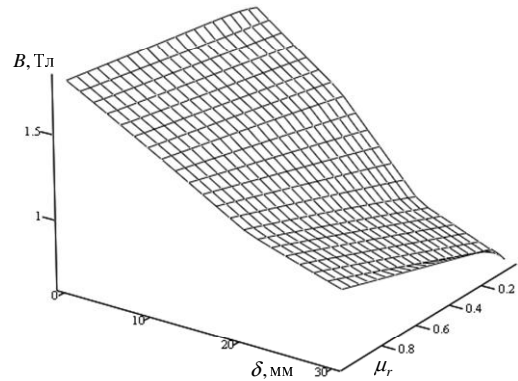


Рис. 1. Графік  $B(\mu_r, \delta)$

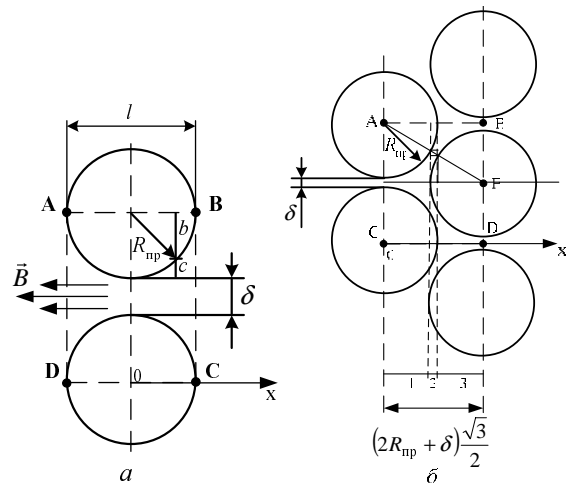


Рис. 2. Переріз рядової (а) і шахової (б) обмотки

Як відомо магнітний опір визначається за формулою:

$$R_M = \frac{l}{S \cdot \mu}, \quad (1)$$

де  $\mu$  – абсолютна магнітна проникність  $\mu = \mu_0 \mu_r$ ;  $\mu_0$  – магнітна стала;  $\mu_r$  – відносна магнітна проникність;  $S$  – площа перерізу магнітного кола;  $l$  – довжина магнітного кола.

Таким чином, для ділянки **ABCD** повітряного проміжку між проводами отримаємо магнітний опір:

$$R_M = \frac{1}{\mu_{\text{нп}}} \cdot \frac{l}{1 \cdot (2R_{\text{нп}} + \delta)} = 2 \int_0^{R_{\text{нп}}} \frac{1}{\mu_0 \left[ \delta + 2 \left( R_{\text{нп}} - \sqrt{R_{\text{нп}}^2 - x^2} \right) \right]} dx, \quad (2)$$

де  $\mu_{\text{нп}}$  – абсолютна еквівалентна магнітна проникність НП обмотки;  $l = 2 \cdot R_{\text{нп}}$  у даному випадку довжина;  $R_{\text{нп}}$  – радіус надпровідної жили;  $\delta$  – повітряний зазор між НП проводами обмотки.

Площа зазору проходження магнітного потоку змінюється по осі абсцис

$$S(x) = \delta + 2 \left( R_{\text{нп}} - \sqrt{R_{\text{нп}}^2 - x^2} \right). \quad (3)$$

Таким чином, рівняння (2) набуває вигляд

$$\frac{1}{\mu_{\text{нп}} \left( 1 + \frac{\delta}{2 R_{\text{нп}}} \right)} = 2 \int_0^{R_{\text{нп}}} \frac{dx}{\mu_0 \cdot S(x)}. \quad (4)$$

З рівняння (4) виразимо розподілену абсолютну еквівалентну магнітну проникність НП обмотки

$$\mu_{\text{нп}} = \frac{\mu_0}{2 \left( 1 + \frac{\delta}{2 R_{\text{нп}}} \right) \int_0^{R_{\text{нп}}} \frac{dx}{S(x)}} = \left| \begin{array}{l} y = \frac{x}{R_{\text{нп}}} \\ dy = \frac{1}{R_{\text{нп}}} dx \end{array} \right| =$$

$$= \mu_0 \cdot \frac{1}{2 \left( 1 + \frac{\delta}{2 R_{\text{нп}}} \right) \int_0^1 \frac{dy}{\frac{\delta}{R_{\text{нп}}} + 2 \left( 1 - \sqrt{1 - y^2} \right)}}. \quad (5)$$

Розрахунок інтеграла у знаменнику буде дорівнювати [3]

$$\int_0^1 \frac{dy}{\frac{\delta}{R_{\text{нп}}} + 2 \left( 1 - \sqrt{1 - y^2} \right)} = \left| \begin{array}{l} y = \sin t \\ t = \arcsin y \\ dy = \cos t dt \\ \frac{\delta}{R_{\text{нп}}} = c \end{array} \right| =$$

$$= \frac{\frac{\delta}{R_{\text{нп}}} + 2}{\sqrt{\frac{\delta}{R_{\text{нп}}} \left( \frac{\delta}{R_{\text{нп}}} + 4 \right)}} \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\frac{\delta}{R_{\text{нп}}} / \left( \frac{\delta}{R_{\text{нп}}} + 4 \right)}} - \frac{\pi}{4}. \quad (6)$$

Відповідно отримуємо формулу для абсолютної еквівалентної магнітної проникності НП обмотки з круглим перерізом проводу

$$\mu_{\text{нп}} = \frac{\mu_0}{\left( \frac{\delta}{R_{\text{нп}}} + 2 \right)^2 \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{\frac{\delta}{R_{\text{нп}}} / \left( \frac{\delta}{R_{\text{нп}}} + 4 \right)}} - \frac{\pi}{2} \left( 1 + \frac{\delta}{2 R_{\text{нп}}} \right)}. \quad (7)$$

Таким чином, можна зробити висновок, що одним з визначальних параметрів для розрахунку еквівалентної магнітної проникності НП обмотки є шаг обмотки, або відстань між струмоносучими проводами.

#### ЕКВІВАЛЕНТНА МАГНІТНА ПРОНИКНІСТЬ ШАХОВОЇ ОБМОТКИ

Рівняння (7) відповідає випадку круглого перерізу проводу НП обмотки. При зміні способу намотки проводу, або геометричних параметрів проводу, відповідно, буде різнитись еквівалентна магнітна про-

кність для переріза обмотки. Розглянемо випадок, коли обмотка виконана у шаховому порядку, як зображено на рис. 2б. Відстань CD буде дорівнювати  $(2R_{\text{нп}} + \delta) \cdot \sqrt{3}/2$ . Ділянку ACDB повітряного проміжку між провідів розбиваємо на три ділянки по осі абсцис:

на ділянці 1:  $0 \leq x \leq (\sqrt{3} - 1) \cdot R_{\text{нп}} + \sqrt{3}/2 \cdot \delta$ , де площа

$$S_1(x) = (2R_{\text{нп}} + \delta) - 2\sqrt{R_{\text{нп}}^2 - x^2};$$

на ділянці 2:  $(\sqrt{3} - 1)R_{\text{нп}} + \sqrt{3}/2 \cdot \delta \leq x \leq R_{\text{нп}}$ , де площа

$$S_2(x) = (2R_{\text{нп}} + \delta) - 2\sqrt{R_{\text{нп}}^2 - x^2} -$$

$$- 2\sqrt{R_{\text{нп}}^2 - \left[ \sqrt{3} \left( R_{\text{нп}}^2 + \frac{\delta}{2} \right) - x \right]^2};$$

на ділянці 3:  $R_{\text{нп}} \leq x \leq \sqrt{3}(R_{\text{нп}} + \delta/2)$ , де площа

$$S_3(x) = (2R_{\text{нп}} + \delta) - 2\sqrt{R_{\text{нп}}^2 - \left[ \sqrt{3} \left( R_{\text{нп}}^2 + \delta/2 \right) - x \right]^2}.$$

Загальна площа ділянки ABCD буде

$$S(x) = S_1(x) + S_2(x) + S_3(x).$$

Таким чином еквівалентну магнітну проникність для НП обмотки можна визначити так:

$$\frac{1}{\mu_{\text{нп}}} \cdot \frac{\sqrt{3}(R_{\text{нп}} + \delta/2)}{2(R_{\text{нп}} + \delta/2)} = \int_0^{\sqrt{3}(R_{\text{нп}} + \delta/2)} \frac{1}{\mu_0 S(x)} dx;$$

$$\mu_{\text{нп}} = \mu_0 \cdot \sqrt{3} \left/ \left( 2 \cdot \int_0^{\sqrt{3}(R_{\text{нп}} + \delta/2)} \frac{1}{S(x)} dx \right) \right. \quad (8)$$

Розв'язання інтегралу з  $S_1(x)$  буде аналогічним до розв'язання (6), але з урахуванням меж інтегрування буде

$$\int_0^{(\sqrt{3}-1)R_{\text{нп}} + \frac{\sqrt{3}}{2}\delta} \frac{dx}{S_1(x)} =$$

$$= \frac{\frac{\delta}{R_{\text{нп}}} + 2}{\sqrt{\frac{\delta}{R_{\text{нп}}} \left( \frac{\delta}{R_{\text{нп}}} + 4 \right)}} \operatorname{arctg} \frac{1 - \sqrt{1 - \left( \sqrt{3} - 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\delta}{R_{\text{нп}}} \right)^2}}{\sqrt{\frac{\delta}{R_{\text{нп}}} / \left( \frac{\delta}{R_{\text{нп}}} + 4 \right)}} \cdot \left( \sqrt{3} - 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\delta}{R_{\text{нп}}} \right) -$$

$$- \frac{1}{2} \arcsin \left( \sqrt{3} - 1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\delta}{R_{\text{нп}}} \right).$$

Розрахувати інтеграл з  $S_2(x)$ , який наведений нижче, можна чисельними методами, але при цьому треба врахувати необхідну точність розрахунку.

$$\int_{(\sqrt{3}-1)R_{np} + \frac{\sqrt{3}}{2}\delta}^{R_{np}} \frac{dx}{S_2(x)} =$$

$$= \int_0^1 \frac{dy}{\sqrt{3}-1 + \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{\delta}{R_{np}} - 2 \left( 1 - \sqrt{1-y^2} - \sqrt{1 - \left[ \sqrt{3} \left( 1 + \frac{1}{2} \frac{\delta}{R_{np}} \right) - y \right]^2} \right)}$$

Розв'язання інтегралу з  $S_3(x)$  буде аналогічним до розрахунку інтегралу з  $S_1(x)$ . Результат розрахунку інтегралу для третьої ділянки з урахуванням меж інтегрування дорівнює результату – отриманому для першої ділянки, що відповідає геометричній моделі обмотки.

Формула для абсолютної еквівалентної магнітної проникності НП обмотки може бути наведена у наступному вигляді [5]

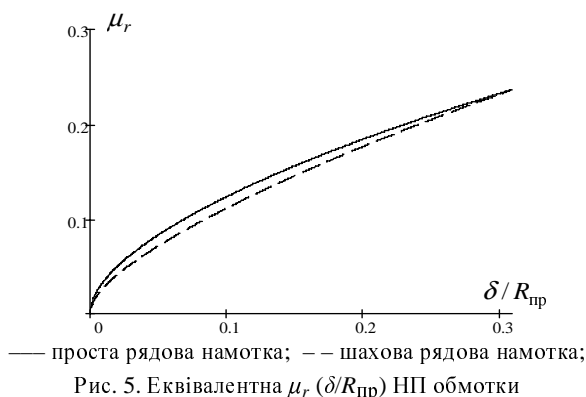
$$\mu_{нп} = \mu_0 \frac{\sqrt{3}}{2} \frac{1}{(\sqrt{3}-1)R_{np} + \frac{\sqrt{3}}{2}\delta} \cdot 2 \cdot \left( \int_0^{R_{np}} \frac{dx}{S_1(x)} + \int_{(\sqrt{3}-1)R_{np} + \frac{\sqrt{3}}{2}\delta}^{R_{np}} \frac{dx}{S_2(x)} \right)$$

Результати розрахунку відносної еквівалентної магнітної проникності для різних повітряних проміжків  $\delta$  між проводами НП обмотки з простою рядовою та шаховою намоткою наведені у табл. 1.

Таблиця 1  
Відносна еквівалентна магнітна проникність НП обмотки

$\delta/R_{np}$	$\mu_r$	
	проста рядова намотка	шахова рядова намотка
0,01	0,034	0,028
0,02	0,05	0,041
0,05	0,083	0,072
0,1	0,123	0,111
0,15	0,156	0,145
0,2	0,184	0,176
0,25	0,209	0,205
0,3	0,232	0,231

За результатами розрахунку побудовані графіки кривих відносної еквівалентної магнітної проникності для НП обмотки з простою рядовою та шаховою намотками в залежності від відношення проміжку між проводами обмотки до радіуса проводу ( $\delta/R_{np}$ ), які наведені на рис. 5.



## ВИСНОВКИ

За графіками кривих на рис. 5 можна побачити, що при збільшенні повітряного проміжку між проводами НП обмотки збільшується її відносна еквівалентна магнітна проникність. Якщо обмотка виконана у шаховому порядку, то її еквівалентна магнітна проникність буде декілька менша у порівнянні з простою рядовою намоткою, але при збільшенні зазору різниця для обох випадків буде незначна.

## СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Шавкин С.В. Сверхпроводниковая электротехника в США /С.В. Шавкин, В.И. Щербаков// Сверхпроводники для электроэнергетики: инф. бюл. – 2008. – Т. 5, №. 1. – С. 4–6.
2. Тенденції розвитку і використання високотемпературних надпровідникових струмообмежувачів / Данько В.Г., Гончаров С.В., Лисенко Л.І. та ін. // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ", 2006. – № 38. – С. 35–44.
3. Данько В.Г. Вибір еквівалентної моделі для розрахунку надпровідникового обмежувача струму / Данько В.Г., Гончаров С.В. // Східно-Європейський журнал передових технологій. – Харків: Технологічний центр 2007. – № 3/3 (27). – С. 3–7.
4. Гончаров С.В. Аналіз впливу магнітної проникності НП котушки на магнітне поле / Гончаров С.В. // Східно-Європейський журнал передових технологій. – Харків: Технологічний центр, 2009. – № 4/11 (40). – С. 50–53.
5. Гончаров С.В. Розрахунок магнітної проникності високотемпературної надпровідникової котушки // Вісник НТУ "ХПІ". – Харків: НТУ "ХПІ". – 2009. – № 27. – С.38–46.

Надійшла 12.01.2010

Гончаров Євген Вікторович  
Національний технічний університет  
"Харківський політехнічний інститут"  
Україна, 61002, Харків, вул. Фрунзе, 21  
НТУ "ХПІ", кафедра загальної електротехніки  
тел. (057) 707-64-27

Ev.V. Goncharov

### Equivalent magnetic permeability of superconducting winding

The article considers a superconducting winding and introduces a method of calculating its magnetic permeability. Influence of the superconducting winding technique on the magnetic permeability is analyzed.

**Key words – superconducting winding, magnetic permeability, calculation**