

## ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКИЕ УСИЛИЯ В ОДНОВИТКОВОЙ ИНДУКТОРНОЙ СИСТЕМЕ С ТОНКОСТЕННЫМ НЕМАГНИТНЫМ ПРОВОДНИКОМ

*Показано, что при интенсивном проникновении действующих полей розраунки магнитного тиску повинни проводиться виключно з використанням оригінальних виразів для сил Лоренца. Відома залежність з різницею квадратів дотичних компонентів вектора напруженості магнітного поля на граничних поверхнях провідника втрачає свою справедливість. Отримано, що часова осциляція електродинамічних зусиль, що фізично еквівалентно дії сил змінного напрямку, в кінці кінців дає інтегральний нуль магнітного тиску на провідник.*

*Показано, что при интенсивном проникновении действующих полей расчёты магнитного давления должны проводиться исключительно с привлечением оригинальных выражений для сил Лоренца. Известная зависимость с разностью квадратов касательных компонент вектора напряжённости магнитного поля на граничных поверхностях проводника теряет свою справедливость. Получено, что временная осциляция электродинамических усилий, что физически эквивалентно действию сил переменного направления, в конечном итоге даёт интегральный нуль магнитного давления на проводник.*

### ВВЕДЕНИЕ

Создание действенных индукторных систем – инструментов магнитно-импульсной обработки металлов (МИОМ) требует адекватных представлений о характере происходящих электродинамических процессов. В первую очередь, речь идёт о возбуждении сил магнитного давления и формулах для вычислений [1 – 5].

### ЦЕЛЬ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Цель настоящей работы – физико-математическое обоснование основных расчётных соотношений и исследование пондеромоторных сил, действующих на тонкостенный немагнитный листовой металл в индукторной системе с одновитковым цилиндрическим соленоидом.

Во избежание возможных недоразумений отметим, что понятия "тонкостенности", низкой или высокой частоты действующего поля для обрабатываемого проводника совершенно идентичны по своей сути. Их взаимосвязь определяется соотношением, известным в классической электродинамике [10] и введенным для МИОМ авторами [2]:  $(\omega \cdot \tau) \ll 1$ , где  $\omega$  – циклическая частота,  $\omega = 2\pi \cdot f$ ,  $f$  – рабочая частота действующего поля,  $\tau = \mu_0 \gamma d^2$  – характерное время диффузии в проводящий слой с удельной электропроводностью –  $\gamma$  и толщиной –  $d$ ,  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума.

Выбор одновитковой конструкции инструмента для исследования основных закономерностей протекания электромагнитных процессов в режиме интенсивного проникновения полей сквозь металл обрабатываемого объекта не случаен. Во-первых, это сделано из практических соображений, так как именно одновитковые индукторные системы оказались наиболее эффективными в экспериментах по магнитно-импульсному притяжению заданных участков тонкостенных листовых металлов. Во-вторых, данная конструкция представляется наиболее простой и прозрачной из физических соображений для понимания реальной сущности процессов силового взаимодействия проникающих полей с проводящими объектами.

Начнём с обоснования расчётных соотношений. Физически, причиной появления электродинамических усилий в немагнитном проводнике является взаимодействие индуцированных токов  $-\vec{j}$  и внешнего магнитного поля с напряжённостью  $-\vec{H}$ . В специальной литературе они известны как силы Лоренца. Их объёмная плотность описывается векторным про-

изведением [2]:

$$\vec{f}_L = \mu_0 \cdot [\vec{j} \times \vec{H}]. \quad (1)$$

В случае плоской цилиндрической системы с аксиальной симметрией и азимутальным током индуктора-источника поля в металле обрабатываемого объекта возбуждаются нетривиальные  $H_r$  – тангенциальная,  $H_z$  – нормальная составляющие вектора напряжённости магнитного поля и, соответственно, азимутальная компонента плотности индуцированного тока  $-j_\phi$ .

Интегрируя (1) по нормальной координате обрабатываемого объекта толщиной  $d$  с учётом указанных особенностей рассматриваемой системы и взаимного расположения сомножителей векторного произведения получаем пространственно-временное распределение возбуждаемых пондеромоторных сил:

$$P_L(r, t) = -\mu_0 \cdot \int_0^d j_\phi \cdot H_r \cdot dz. \quad (2)$$

Как следует из уравнения Максвелла, плотность тока, индуцированного в металле листовой заготовки, представляется разностью частных производных [1, 2]:

$$j_\phi = \frac{\partial H_r}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial r}. \quad (3)$$

Если пренебречь нормальной составляющей напряжённости, то, как следует из (3), индуцированный ток равен производной от касательной компоненты напряжённости по пространственной координате, а его временная форма совпадает с временной формой этой же компоненты вектора поля и, соответственно, с временной зависимостью возбуждающего тока индуктора [2]. Непосредственная подстановка первого алгебраического слагаемого из (3) в формулу (2) даёт известную классическую зависимость, где силы магнитного давления пропорциональны разности квадратов касательных компонент напряжённости магнитного поля на граничных поверхностях проводника [1, 2].

Кроме того, в этом случае магнитное давление на обрабатываемый объект может рассматриваться как силовое взаимодействие между противоположно направленными индуцированным и возбуждающим токами. Такой подход используется и в современных разработках магнитно-импульсных технологий [3]. В последнем случае, как и в выше упомянутой зависимости, силы магнитного давления на обрабатываемый объект пропорциональны квадрату возбуждающего тока индуктора, то есть  $\sim j_{\text{индуктора}}^2$ .

Учёт нормальной компоненты напряжённости в

соответствии с выражением (3) приводит к иному результату.

Подстановка (3) в (2) приводит к результату:

$$P_L = \frac{\mu_0}{2} \cdot (H_r^2(0) - H_r^2(d)) + \mu_0 \int_0^d \frac{\partial H_z}{\partial r} \cdot H_r \cdot dz. \quad (4)$$

Первое слагаемое есть не что иное, как ранее упомянутая известная классическая зависимость для сил магнитного давления. Второе алгебраическое – соответствует возбуждению нормальных электродинамических усилий, обусловленных появлением в металле заготовки нормальной компоненты напряжённости магнитного поля.

Итак, в случае достаточно тонкостенных проводников (при интенсивной диффузии!) с ростом значимости нормальной составляющей напряжённости магнитного поля изменяется характер формирования индуцированных токов (выражение (3)) и возбуждаемых пондеромоторных сил (зависимость (4)). Как следствие, учёт только касательных компонент напряжённости теряет адекватность и становится неприемлемым в расчётах параметров протекающих электродинамических процессов.

Достоверность выводов подтверждаются работами [6, 7, 8].

В идеализации "совершенно прозрачных" проводников авторами [6] получены расчётные зависимости для индуцированных токов и возбуждаемых электродинамических усилий. Из них следует, что временная зависимость вихревых токов в металле заготовки стремится к производной тока индуктора,

$j_\varphi \Big|_{(\omega\tau) < 1} \rightarrow \frac{dj_{\text{индуктора}}}{dt}$ . Временная зависимость возбуждаемых электродинамических усилий стремится к произведению тока индуктора и его производной по времени,  $P_L \Big|_{(\omega\tau) < 1} \rightarrow j_{\text{индуктора}} \cdot \frac{dj_{\text{индуктора}}}{dt}$ .

Подчёркнём отличительные признаки этих результатов.

Первое – это временная форма индуцированного тока (не совпадение с аналогичной характеристикой тока индуктора, а стремление к его производной!). Второе – это пропорциональность силового воздействия не квадрату возбуждающего тока, а произведению собственно возбуждающего тока на его производную. Отсюда следует, при достаточно низких рабочих частотах действующих полей должна иметь место существенная временная осцилляция электродинамических усилий. Подчёркнём, это не малые последствия фазового сдвига напряжённостей магнитного поля на граничных поверхностях обрабатываемого объекта. Практическая значимость этого положения состоит в том, что интегральное действие электродинамических усилий такого рода стремится к нулю.

Действительно,

$$\int_0^\infty P_L \Big|_{(\omega\tau) < 1} dt \rightarrow \int_0^\infty j_{\text{инд-ра}} \cdot \frac{dj_{\text{инд-ра}}}{dt} \cdot dt = \frac{(j_{\text{инд-ра}})^2}{2} \Big|_0^\infty = 0. \quad (5)$$

Авторами [7] достаточно строго, вне каких-либо идеализаций о характеристиках полей в магнитно-импульсной обработке металлов, подтверждаются выводы идеализированного рассмотрения работы [6]. Результаты экспериментов с тонкостенными проводниками также подтверждают достоверность проведенных вычислений и их адекватность реальным процессам [8].

Перейдём к электродинамическим усилиям и

выполним численные оценки пондеромоторных сил вне идеализаций о временных характеристиках внешнего воздействия.

Не дублируя алгоритм решения электродинамической задачи о возбуждении полей в одновитковой индукторной системе с плоским тонкостенным немагнитным проводником, выпишем из работы [6] все соотношения, необходимые для проведения дальнейших вычислений.

В расчетах:  $R_{1,2}$  – внутренний и внешний радиусы витка,  $V$  – его толщина,  $h$  – расстояние от рабочей поверхности витка до поверхности пластины, её толщина –  $d$ , удельная электропроводность металла –  $\gamma$ , плотность тока в индукторе задана экспоненциально затухающей синусоидой –

$j_{\text{индуктора}} = j_m \cdot e^{-\delta \cdot t} \cdot \sin(\omega \cdot t)$ , здесь  $j_m$  – амплитуда,  $\delta$  – декремент затухания,  $\omega$  – циклическая частота,  $\omega = 2\pi \cdot f$ ,  $f$  – рабочая частота сигнала.

Линейная плотность тока, индуцированного магнитным полем витка в металле листа (равномерное распределение возбуждающего сигнала – равномерное, толщина витка достаточно мала,  $\Delta \rightarrow 0$ ):

$$J_\varphi(\rho, \varphi) = 2 \cdot j_m \int_0^\infty f(y) \cdot y \cdot e^{-y \cdot \frac{h}{d}} \cdot B \cdot A dy, \quad (6)$$

где  $A = \sum_{k=0}^\infty \frac{F_{2k}(y, \beta_k, z) \cdot f_k(y, \varphi)}{\Phi_{2k}(y)}$ ,  $J_1(x)$ ,  $J_1\left(y \cdot \left(\frac{R_2}{d}\right) \cdot \rho\right)$

$$B = J_1\left(y \cdot \left(\frac{R_2}{d}\right) \cdot \rho\right), \quad f(y) = \frac{1}{y^2} \cdot \int_{y \cdot \frac{R_1}{d}}^{y \cdot \frac{R_2}{d}} x \cdot J_1(x) dx,$$

– функции Бесселя первого порядка,

$$\rho = \frac{r}{R_2},$$

$$F_{2k}(y, \beta_k, z) = y \cdot \sin\left(\beta_k \left(1 - \frac{z}{d}\right)\right) + \beta_k \cdot \cos\left(\beta_k \left(1 - \frac{z}{d}\right)\right),$$

$$f_k(y, \varphi) = e^{-\delta_0 \cdot \varphi} \sin \varphi - \frac{\beta_k^2 + y^2}{\omega \tau} \Bigg/ \left(1 + \left[\frac{\beta_k^2 + y^2}{\omega \tau} - \delta_0\right]^2\right) \times \\ \times \left[ e^{-\delta_0 \cdot \varphi} \left\{ \left[\frac{\beta_k^2 + y^2}{\omega \tau} - \delta_0\right] \sin \varphi - \cos \varphi \right\} + e^{-\frac{\beta_k^2 + y^2}{\omega \tau} \cdot \varphi} \right],$$

$\varphi = \omega \cdot t$  – фаза,  $\delta_0 = \frac{\delta}{\omega}$  – относительный декремент затухания,

$$\Phi_{2k}(y) = \cos(\beta_k) \cdot [y^2 + 2 \cdot y - \beta_k^2] - 2 \cdot \beta_k \cdot \sin(\beta_k) \cdot [1 + y],$$

$\beta_k$  – корни уравнения:  $\text{ctg } \beta_k = 0.5 \cdot \left(\frac{\beta_k}{y} - \frac{y}{\beta_k}\right)$ .

Для вычисления электродинамических усилий по формуле (4) помимо линейной плотности тока – (6) необходимо знание  $H_r(r, z, t)$ .

Поскольку целью цитируемой работы [6] было исследование процессов возбуждения только вихре-

вых токов в тонкостенных металлах, её авторы ограничились определением лишь  $L$  – изображения касательной компоненты напряжённости магнитного поля в листовой заготовке. В полученном выражении выполним обратное преобразование Лапласа.

Опуская промежуточные математические преобразования, подробно освещённые для индуцированных токов в [6], запишем конечный результат, полностью приемлемый для проведения вычислений.

$$H_r(\rho, z, \varphi) = -\frac{2j_m}{(\omega \cdot \tau)} \int_0^{\infty} f(x) \cdot x \cdot e^{-x \cdot \frac{h}{d}} \cdot B \cdot A \cdot dx, \quad (7)$$

где  $B = J_1 \left( x \cdot \left( \frac{R_2}{d} \right) \cdot \rho \right)$ ,  $\rho = \frac{r}{R_2}$ ,

$$A = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\beta_k^2 \cdot F_{1k}(x, \beta_k, z) \cdot f_k(x, \varphi)}{\Phi_{1k}(x)}$$
 – относительная ра-

диальная координата,  $f(x) = \frac{1}{x^2} \cdot \int_{x \cdot \frac{R_1}{d}}^{x \cdot \frac{R_2}{d}} y \cdot J_1(y) dy$ ,

$$F_{1k}(x, \beta_k, z) = x \cdot \cos \left( \beta_k \left( 1 - \frac{z}{d} \right) \right) - \beta_k \cdot \sin \left( \beta_k \left( 1 - \frac{z}{d} \right) \right),$$

$$f_k(x, \varphi) = \frac{1}{1 + \left[ \frac{\beta_k^2 + x^2}{\omega \tau} - \delta_0 \right]^2} \times$$

$$\times \left[ e^{-\delta_0 \varphi} \left\{ \left[ \frac{\beta_k^2 + x^2}{\omega \tau} - \delta_0 \right] \sin \varphi - \cos \varphi \right\} + e^{\frac{\beta_k^2 + x^2}{\omega \tau} \varphi} \right]$$

$$\Phi_{1k}(x) = \cos(\beta_k) \cdot \left[ x^2 + 2 \cdot x - \beta_k^2 \right] - 2 \cdot \beta_k \cdot \sin(\beta_k) \cdot [1 + x]$$

$\beta_k$  – корни уравнения:  $\operatorname{ctg} \beta_k = 0.5 \cdot \left( \frac{\beta_k}{x} - \frac{x}{\beta_k} \right)$ .

Конкретные расчёты проведём одного из вариантов индукторных систем, применявшихся в первых экспериментах, где было обнаружено магнитно-импульсное притяжение листовой заготовки к индуктору [9].

Индуктор:

$$R_1 = 0.025 \text{ м}, R_2 = 0.03 \text{ м}, h = 0.005 \text{ м}.$$

Характеристики возбуждающего тока:

$$J_m = 50 \text{ кА}, \delta_0 = 0.3, f = 2, 50, 100 \text{ кГц}.$$

Листовая заготовка из нержавеющей стали:

$$d = 0.00075 \text{ м}, \gamma = 0.4 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}.$$

Вначале с помощью формулы (6) вычислим индуцированные токи для экспоненциальной формы возбуждающего сигнала\*). Эти расчёты существенно дополняют результаты работы [6] и наглядно проиллюстрируют достоверность положения об изменении временной зависимости тока в заготовке при понижении рабочей частоты действующего поля.

\*) ПРИМЕЧАНИЕ. Для получения аperiodического сигнала в индукторе относительный декремент затухания принят равным  $-\delta_0 \approx 1.0$ .

Теперь к расчётам возбуждаемых сил.

Выражения (6) и (7) подставим в (4). После численного интегрирования по толщине пластины получаем пространственно временные зависимости для возбуждаемых электродинамических усилий.

Отдельно вычислим ponderomotorные силы с помощью известной классической зависимости [1, 2] (первое алгебраическое слагаемое в выражении (4)). Графические иллюстрации расчётов представлены на рис. 2 и 3.

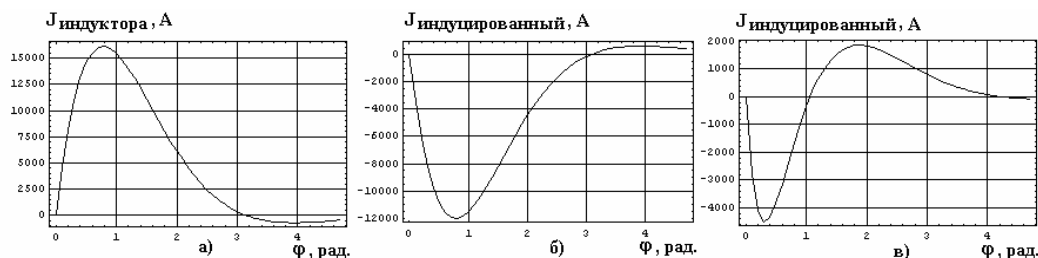


Рис. 1. Фазовые зависимости токов в одновитковой индукторной системе а) ток в индукторе; б) ток, индуцированный в заготовке при  $\omega \cdot \tau \approx 26 \gg 1$ , (реально соответствует меди при частоте  $\sim 100$  кГц, отношение величины скин-слоя к толщине листа  $\sim 0.27$ ); в) ток, индуцированный в заготовке при  $\omega \cdot \tau \approx 0.035 \ll 1$ , (реально соответствует стали при частоте  $\sim 2.0$  кГц, отношение величины скин-слоя к толщине листа  $\sim 7.5$ )

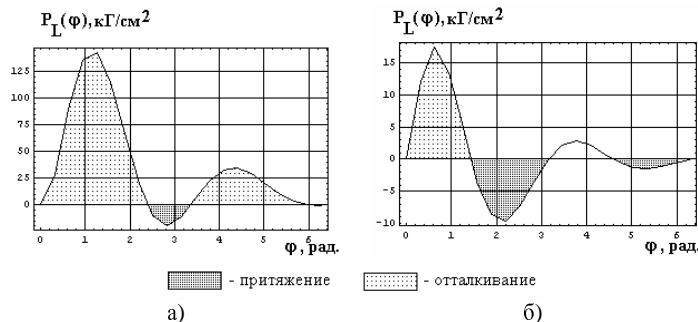


Рис. 2. Зависимость электродинамических усилий, возбуждаемых в металле пластины, от фазы действующего поля по центру витка, вычисленная с помощью (4), а) рабочая частота  $\sim 2$  кГц, б) рабочая частота  $\sim 50$  кГц

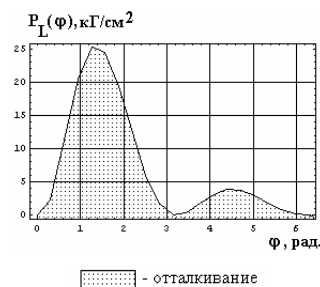


Рис. 3. Электродинамические усилия, возбуждаемые в металле пластины по центру витка для частоты  $\sim 2$  кГц, рассчитанные с помощью классической зависимости [1, 2]

Для большей наглядности полученных результатов графики на рис. 2 и 3 можно дополнить средними значениями сил, возбуждаемых за период действующего поля:

$$\text{рис. 2а} - \bar{P}_L \Big|_{f=2 \text{ кГц}}^{(3)} \approx 0.85 \text{ кГ/см}^2,$$

$$\text{рис. 2б} - \bar{P}_L \Big|_{f=50 \text{ кГц}}^{(3)} \approx 34 \text{ кГ/см}^2,$$

$$\text{рис. 3} - \bar{P}_L \Big|_{f=2 \text{ кГц}}^{(1)} \approx 6.76 \text{ кГ/см}^2.$$

Проведенные вычисления показали что:

- при низких рабочих частотах действующих полей осцилляция электродинамических усилий во времени усиливается, их интегральное действие падает и, в конечном итоге, стремится к нулю (рис. 2а и рис. 2б,

$$\bar{P}_L \Big|_{f=50 \text{ кГц}}^{(3)} \approx 34 \text{ кГ/см}^2 \rightarrow \bar{P}_L \Big|_{f=2 \text{ кГц}}^{(3)} \approx 0.85 \text{ кГ/см}^2);$$

- расчёт с помощью идеализированной зависимости (первое слагаемое в (4)) при низких значениях рабочих частот не адекватен реальности (рис. 2а, рис. 3,

$$\bar{P}_L \Big|_{f=2 \text{ кГц}}^{(3)} \approx 0.85 \text{ кГ/см}^2$$

$$\ll \bar{P}_L \Big|_{f=2 \text{ кГц}}^{(1)} \approx 6.76 \text{ кГ/см}^2$$

- при повышении частот действующих полей временные формы возбуждаемых усилий, вычисленные без учёта и с учётом нормальных компонент напряжённости магнитного поля, приближаются друг к другу.

### ВЫВОДЫ

1. Показано, что при интенсивной диффузии магнитного поля вычисления электродинамических усилий в тонкостенных металлических пластинах должны проводиться непосредственно по формулам для сил Лоренца, классические зависимости становятся не адекватными в описании происходящих процессов.

2. Показано, что при понижении рабочих частот действующих полей растёт осцилляция во времени возбуждаемых электродинамических усилий, что объясняется ростом влияния нормальной компоненты напряжённости магнитного поля. В конечном итоге, интегральное воздействие пондеромоторных сил на тонкостенные листовые металлы стремится к нулю.

3. Показано, что физический механизм ослабления сил магнитного давления на тонкостенный листовый проводник при проникновении полей определяется, в основном, не падением разности значений касательных компонент напряжённости на его граничных поверхностях, а ростом значимости нормальной составляющей напряжённости магнитного поля.

### ПУТИ РАЗВИТИЯ

Возможным является широкое использование инструмента для исследования основных закономерностей протекания электромагнитных процессов в режиме интенсивного проникновения полей сквозь металл объекта как макета для наблюдения других электромагнитных явлений. Также приведенные расчеты могут послужить фундаментом к дальнейшему исследованию тонкостенных немагнитных листовых металлов с применением различных соленоидов при различном частотном воздействии.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н., Элементы теории и численного расчёта электромагнитных процессов в проводящих средах. – Киев: ИЭ НАНУ. 1999. – 362с.
2. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т., Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Том 1. Издание второе, переработанное и дополненное. Под общей ред. д.т.н., проф. Батыгина Ю.В. – Харьков: изд. МОСТ-Торнадо. 2003. – 284 с.
3. Sergey Golovashchenko, FY 2005 Progress Report (electrical).
4. Лютенко Л.А., Михайлов В.М., Влияние формы импульса внешнего магнитного поля на электродинамические усилия, деформирующие цилиндрическую оболочку. // Техническая электродинамика. – Киев. 2007. – №6. – С. 17 – 18.
5. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Бондаренко А.Ю., Силовое взаимодействие низкочастотных магнитных полей с тонкостенными листовыми проводниками. // Труды международной научно-технической конференции "Магнитно-импульсная обработка металлов. Пути совершенствования и развития". Самара, 18-19 сентября 2007. – С. 14 – 22.
6. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Чаплыгин Е.А., Особенности токов, индуцированных низкочастотным полем одновиткового соленоида в плоских листовых металлах. // Электротехника і електромеханіка. Харків. 2005, №3, С. 69-73.
7. Батыгин Ю.В., Чаплыгин Е.А., Вихревые токи в плоских листовых металлических заготовках. // Электротехніка і електромеханіка. – Харків. 2006. – №5, – С. 54-59.
8. Батыгин Ю.В., Чаплыгин Е.А., Экспериментальное исследование процессов возбуждения вихревых токов в плоских листовых металлах. // Электротехніка і електромеханіка. Харків: 2008. №5, С. 52-55.
9. Batygin Yu.V., Lavinsky V.I., Khimenko L.T. Direction Change of the Force Action upon Conductor under Frequency Variation of the Acting magnetic Field. Proceedings of the 1-st International Conference on High Speed Metal Forming. March 31/April 1, 2004. Dortmund, Germany. P.157-160.
10. Никольский В.В., Электродинамика и распространение радиоволн. М: "Наука". 1973. – 807 с.

Поступила 13.01.2009

Батыгин Юрий Викторович, д.т.н., проф.,  
Драченко Светлана Александровна, ассис.  
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет  
Украина, 61002, Харьков, ул. Петровского, 25,  
кафедра "Автомобильная электроника",  
тел. (057) 700-38-52,  
e-mail: batygin@kpi.kharkov.ua, salut84@list.ru

Бондаренко Александр Юрьевич, к.т.н., ст. науч. сотр., доц.  
Национальный технический университет  
"Харьковский политехнический институт",  
Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе, 21,  
тел. (057) 707-62-45, e-mail: baiu@kpi.kharkov.ua