

МЕТОД ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКИХ НЕГАРМОНИЧЕСКИХ ЭНЕРГЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ И ЕГО ПРИМЕНЕНИЕ В РАДИОТЕХНИКЕ

Горбачев М.Н., к.т.н., Милка А.Д., д.ф.-м.н.
 Институт электродинамики НАН Украины
 Украина, 03680, Киев-57, пр-т Победы, 56

Розглянуто можливість застосування теорії геометричного моделювання періодичних негармонічних енергетичних процесів в радіотехнічних і електричних ланцюгах та системах із змінними параметрами

Рассмотрена возможность применения теории геометрического моделирования периодических негармонических энергетических процессов в радиотехнических и электрических цепях и системах с переменными параметрами

ВВЕДЕНИЕ

Геометрическая модель является разновидностью, частным видом, конкретизацией математической модели и характеризуется тем, что моделируемый объект, процесс или явление описываются и представляются посредством геометрических фигур (линий, поверхностей, тел, соответствующих метрик и т.д.) и отношений между ними (принадлежность, пересечение, касание и т.д.). По всей вероятности, нельзя провести четкой границы между математической и геометрической моделями, так как одни и те же математические символы и формулы можно толковать с различных позиций. Общая теория математического моделирования различных периодических процессов, например, энергетических, развивается в настоящее время за счет роста порядка описываемых их систем уравнений и повышения точности получаемых решений с помощью численных и численно-аналитических методов. Однако, при таком традиционном подходе построение наглядных и удобных для исследования пространственных моделей сопряжено со значительными трудностями и удается в очень редких случаях.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ И ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Цель работы – обосновать метод геометрического моделирования как дальнейшее развитие теории математического моделирования на основе реализации геометрических представлений, а также рекомендовать этот метод для изучения и исследования квазистационарных (квазиустановившихся) энергетических процессов в радиотехнических цепях и системах с переменными параметрами. Основным недостатком известных традиционных методов моделирования указанных процессов заключается в том, что квазиустановившийся энергетический процесс исследуется с помощью одной или нескольких одномерных моделей [1, 2].

Предложенный метод геометрического моделирования состоит в том, что некоторый физический (энергетический) процесс отображается как единое целое в виде пространственной геометрической модели на криволинейной поверхности с помощью соответствующей системы уравнений. Это дает возможность изучать энергетический процесс с помощью его геометрической модели, которую можно находить на

основе векторного представления полной мощности S и ее ортогональных составляющих P , Q , N в евклидовой системе координат:

$$\vec{S} = P\vec{i} + Q\vec{j} + N\vec{k}. \quad (1)$$

При этом ортогональность составляющих векторов P , Q и N является физически обусловленной, что следует из уравнения энергетического баланса, выражающего закон сохранения энергии [1]:

$$P^2 + Q^2 + N^2 = S^2, \quad (2)$$

где P и Q – активная и реактивная мощности соответственно; N – мощность искажения.

В общем случае составляющие P , Q и N необходимо представить в виде единой системы уравнений от двух переменных (двух параметров) v и ϕ , описывающей искомую трехмерную геометрическую модель исследуемого энергетического процесса:

$$\begin{cases} P = f_1(v, \phi), \\ Q = f_2(v, \phi), \\ N = f_3(v, \phi), \end{cases} \quad (3)$$

где $f_1(v, \phi)$, $f_2(v, \phi)$ и $f_3(v, \phi)$ – непрерывные дифференцируемые функции по обоим аргументам в области определения $D: v_{\min} \leq v \leq v_{\max}; \phi_{\min} \leq \phi \leq \phi_{\max}$.

Полная мощность в рабочих режимах является всегда величиной положительной и не равной нулю ($S > 0$), что позволяет пронормировать уравнения (2) и (3) по модулю вектора полной мощности:

$$x^2 + y^2 + z^2 - 1 = 0; \quad (4)$$

$$x = \frac{f_1(v, \phi)}{S}; y = \frac{f_2(v, \phi)}{S}; z = \frac{f_3(v, \phi)}{S}. \quad (5)$$

Уравнение (4) является каноническим уравнением сферической поверхности, то есть сферы единичного радиуса ($R = 1$), а x , y и z являются координатами изображающей точки $M(x, y, z)$ на этой сфере [3, 4]. При этом совокупность изучаемых энергетических процессов моделируется в виде отображающей области на сфере $R = 1$ в зависимости от заданной области определения D переменных параметров.

Если переменные параметры v и ϕ удастся свести к одному новому переменному параметру α (параметру регулирования), то в этом случае система (5) сводится к однопараметрической системе уравнений, определяющей некоторую пространственную сферическую кривую:

$$\begin{cases} x = F_1(\alpha), \\ y = F_2(\alpha), \\ z = F_3(\alpha). \end{cases} \quad (6)$$

В общем случае система уравнений (6) определяет неплоскую пространственную кривую на сфере единичного радиуса, которая является геометрической моделью отображаемого энергетического процесса и соответствующих ему рабочих режимов, что дает основание назвать эту сферическую кривую режимной траекторией.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В работе изложены результаты расчета и нахождения трехмерных геометрических моделей энергетических процессов в некоторых радиотехнических и электрических цепях и системах с переменными параметрами при негармонических входных напряжениях. Особенность моделируемых и изучаемых периодических энергетических процессов, как было указано, состоит в том, что напряжения и токи во всех элементах цепи с изменяющимися параметрами являются существенно негармоническими функциями времени, содержащими бесконечный спектр гармоник. Поэтому при расчете и нахождении трехмерных геометрических моделей указанных процессов использованы исходные соотношения, определяющие составляющие полной мощности S на входе цепи или системы согласно теории электрических цепей [1, 2]:

$$P = \sum_{k=0}^{\infty} U_k I_k \cos \phi_k = U_o I_o + \sum_{k=1}^{\infty} U_k I_k \cos \phi_k; \quad (7)$$

$$Q = \sum_{k=0}^{\infty} U_k I_k \sin \phi_k; \quad (8)$$

$$S = U \cdot I = \sqrt{\left(\sum_{k=0}^{\infty} U_k^2 \right) \cdot \left(\sum_{k=0}^{\infty} I_k^2 \right)}; \quad (9)$$

$$T = \sqrt{S^2 - P^2 - Q^2}, \quad (10)$$

где P – активная составляющая; Q – реактивная составляющая; T – мощность искажения; ϕ_k – фазовый угол гармоник порядка k .

В качестве входного сигнала при построении трехмерных математических моделей указанных энергетических процессов было использовано периодическое знакопеременное напряжение в форме меандра, представимое в виде полного ряда Фурье, содержащего бесконечный спектр гармоник [1, 2].

В качестве известных величин были выбраны физические параметры электрических цепей типа RL и RC . При этом частота следования негармонических сигналов $\Omega = \text{const}$, а переменной величиной является добротность, которая изменяется в широких преде-

лах: $1 \leq q \leq 200$. При этом суммы бесконечных рядов, найденных на основе выражений (3) – (5), являются точными, поскольку эти ряды обладают высокой сходимостью.

На примерах решения задач для указанных цепей первого порядка с переменными параметрами показано, что геометрические модели периодических энергетических негармонических процессов представляют собой пространственные кривые общего вида, расположенные на поверхности сферы единичного радиуса, так как кривизна и кручение не равны нулю [5-7].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате решения этих задач найдены расчетные соотношения между физическими параметрами исследуемых электрических объектов и геометрическими параметрами адекватных им трехмерных моделей (длина кривой, кривизна, кручение, угол между кривыми), что позволяет выполнить уточненный сравнительный анализ исследуемых энергетических процессов на основе геометрических моделей с учетом соответствующих им физическим и геометрическим параметрам. В работе показано, что геометрическое отображение исследуемых энергетических процессов на сферическую поверхность обладает свойствами непрерывности и взаимно-однозначного соответствия, а также является эффективным инструментом для исследования этих процессов. Кроме того, геометрическое моделирование значительно расширяет возможности исследователей, так как позволяет наряду с аппаратом математического анализа применить аппарат аналитической и дифференциальной геометрии [3, 4, 6, 7]. При этом отображение указанных процессов с помощью трехмерных геометрических моделей приводит к геометрии Римана на сферической поверхности. Преимуществом трехмерных геометрических моделей энергетических процессов и рабочих режимов в радиотехнических цепях и системах являются их информативность, универсальность, компактность, наглядность и удобство для исследования и представления полученных результатов.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] Зернов Н.В., Карпов В.Г. Теория радиотехнических цепей. – Л.: Энергия, 1972. – 816 с.
- [2] Нейман Л.Р., Демирчян К.С. Теоретические основы электротехники. – Л.: Энергия. – 1967. – Т. 1. – Ч. 2. – 522 с.
- [3] Погорелов А.В. Дифференциальная геометрия. – Харьков: Изд-во Харьковского гос. ун-та, 1965. – 185 с.
- [4] Погорелов А.В. Лекции по аналитической геометрии. – Харьков: Изд-во Харьковского гос. Ун-та, 1963. – 182 с.
- [5] Кочин Н.Е. Векторное исчисление и начала тензорного исчисления. – Л.-М.: Главная ред. техн.-теор. лит., 1937. – 456 с.
- [6] Постников И.М. Линейная алгебра и дифференциальная геометрия. – М.: Наука, 1979. – 312 с.
- [7] Дубровин Б.А., Новиков С.П., Фоменко А.Т. Современная геометрия: Методы и приложения. – М.: Наука, Главн. ред. физ.-мат. лит., 1986. – 760 с.

Поступила 16.10.2007