# ТЕОРИЯ МОЩНОСТИ ФРИЗЕ И СОВРЕМЕННЫЕ ТЕОРИИ МОЩНОСТИ

Жемеров Г.Г., д.т.н., проф., Ильина О.В.

Национальный технический университет "Харьковский политехнический институт",

кафедра "Промышленная и биомедицинская электроника", НТУ "ХПИ",

Украина, 61002, Харьков, ул. Фрунзе 21

тел./факс: (057) 707-63-12, E-mail: zhemerov@online.kharkiv.net

В статті розглянуті основні принципові недоліки теорії потужності Фрізе, які проявляються в перехідних режимах роботи системи електропостачання. Запропонована модифікація теорії потужності Фрізе, що дозволяє розглядати її як окремий випадок сучасної крос-векторної теорії миттєвої потужності.

В статье рассмотрены основные принципиальные недостатки теории мощности Фризе, проявляющиеся в переходных режимах работы системы электроснабжения. предложена модификация теории мощности Фризе, позволяющая рассматривать ее как частный случай современной кросс-векторной теории мгновенной мощности.

#### **ВВЕДЕНИЕ**

Теория мощности систем электроснабжения с нелинейной нагрузкой, впервые предложенная S. Fryze в 1931 г. [1], до настоящего времени через более чем 25 лет после публикаций H. Akagi и др. [2, 3, 4], посвященных новым теориям мощности, имеет многочисленных сторонников. Например, в 2002 г. в Германии принят новый стандарт [5, 6], содержащий две части: часть 1 - однофазные системы и часть 2 многофазные системы, определения которого основаны на теории S. Fryze и развивающих ее работах M. Depenbrock, L. M. Tolbert и других авторов [6]. Пропаганде теории мощности Фризе в Украине посвящен ряд работ В. У. Кизилова [8, 9, 10]. В настоящей работе рассматриваются принципиальные недостатки теории мощности Фризе, проявляющиеся в переходных режимах системы электроснабжения, и предлагается модификация теории Фризе, позволяющая рассматривать ее в частном случае, как современную кроссвекторную теорию мощности, основы которой изложены в [10, 11]. Отметим, что авторы [10, 11] называют предложенную ими теорию "обобщенной". Однако в более поздней публикации [12] была предложена p-q-r теория мощности с более высокой степенью обобщения. Поэтому авторы [12] обоснованно называют теорию по [10, 11] "кросс-векторной". Это название мы и будем использовать в настоящей статье.

## ТЕОРИЯ МОЩНОСТИ ФРИЗЕ

Рассмотрим трехфазную систему электроснабжения с нелинейной нагрузкой и компенсатором, представленную на рис. 1. Однофазная схема может рассматриваться как частный случай рассимметрированной трехфазной.

Мгновенный фазный ток нагрузки по теории мощности Фризе представляется как алгебраическая сумма "мгновенного активного" и "мгновенного неактивного" токов:

$$i_{La,b,c} = i_{Lpa,b,c} + i_{Lna,b,c} , \qquad (1)$$

где

$$i_{Lpa,b,c} = \frac{P_L(t)}{\sum_{a,b,c} U_{Sa,b,c}^2(t)} u_{Sa,b,c} ,$$
 (2)

$$P_{L}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T_{S}}^{t} (u_{Sa} \cdot i_{La} + u_{Sb} \cdot i_{Lb} + u_{Sc} \cdot i_{Lc}) dt$$
 (3)

- средняя активная мощность нагрузки, вычисленная в периоде повторяемости  $T_S$  или в другом интервале времени, предшествующем рассматриваемому интервалу времени,

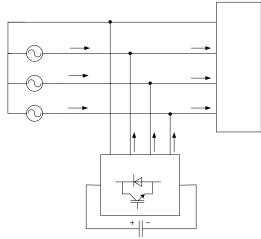


Рис. 1. Трехфазная система электроснабжения

$$\sum_{a,b,c} U_{Sa,b,c}^{2}(t) = \frac{1}{T} \int_{t-T_{S}}^{t} \sum_{a,b,c} u_{Sa,b,c}^{2} dt , \qquad (4)$$

сумма квадратов действующих значений напряжений фаз источника.

Каждое из соотношений [1] - [4] представляет собой три соотношения для фаз *a*, *b*, *c* соответственно.

"Неактивная" составляющая тока нагрузки, которая может использоваться в качестве задания по току компенсатора, подключенного параллельно нагрузке (см. рис. 1), определяется как:

$$i_{Ca,b,c}^* = i_{Lnab,c} = i_{La,b,c} - G(t) \cdot u_{Sa,b,c},$$
 (5)

где  $i_{La,s,c}(t)$  измеряется с помощью датчиков тока, а проводимость G(t) – рассчитывается по соотношению:

$$G(t) = \frac{P_L(t)}{\sum_{a,b,c} U_{Sa,b,c}^2(t)}.$$
(6)
CTRUM C. (6) COOTHOUGHUE (2) MOWET

В соответствии с (6) соотношение (2) может быть видоизменено:

$$i_{Lpa,b,c} = G(t) \cdot u_{Sa,b,c} \,. \tag{7}$$

В реальной схеме электроснабжения график мгновенной активной мощности трехфазной нагрузки зависит от технологического процесса в нагрузке, пофазной асимметрии токов нагрузки и напряжений сети, вида нелинейности сопротивлений нагрузки [13, 14]. В общем случае можно считать, что график мгновенной активной мощности представляет собой случайную функцию времени, которая может быть и непериодической. Поэтому расчет параметра G(t) по соотношению (6) корректен лишь при установивших-

ся повторяющихся электромагнитных процессах в системе электроснабжения. Это обстоятельство является недостатком теории мощности Фризе, не позволяющим обеспечить полную компенсацию реактивной мощности даже если компенсатор обладает предельно большим быстродействием. Вторым принципиальным недостатком теории мощности Фризе является невозможность декомпозиции в произвольном интервале времени мгновенного фазного тока на активную и неактивную составляющие. Действительно, представление мгновенного тока в виде суммы двух токов с точки зрения передачи энергии является в общем случае разложением не на "активную" и "неактивную" составляющие, а на две "активные" составляющие. Если мгновенная активная мощность одной фазы трехфазной системы электроснабжения

$$p_{La} = u_{Sa} \cdot i_{La} = u_{Sa} \cdot (i_{La1} + i_{La2}) = = u_{Sa} \cdot i_{La1} + u_{Sa} \cdot i_{La2},$$
(8)

то величины

$$p_{La1} = u_{Sa} \cdot i_{La1},$$
  
$$p_{La2} = u_{Sa} \cdot i_{La2},$$

также являются мгновенными активными мощностями, причем

$$p_{La} = p_{La1} + p_{La2}. (9)$$

Ортогональность токов  $i_{La1}$  и  $i_{La2}$  во временном интервале  $T_S$  не свидетельствует об их ортогональности в каком-либо другом временном интервале, в том числе — в бесконечно малом интервале, предшествующем рассматриваемому моменту времени.

### КРОСС-ВЕКТОРНАЯ ТЕОРИЯ МОЩНОСТИ

Основы этой теории, как было отмечено ранее, изложены в работах [10, 11], а также в [15].

Опишем систему электроснабжения, представленную на рис. 1. в системе пространственных декартовых координат *abc*, показанных на рис. 2.

Мгновенные напряжения источника и токи нагрузки образуют пространственные векторы:

$$\overrightarrow{u_S} = \left[u_a, u_b, u_c\right]^t, \tag{10}$$

$$\overrightarrow{i_L} = [i_{La}, i_{Lb}, i_{Lc}]^t . \tag{11}$$

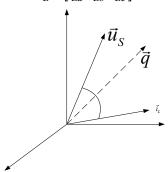


Рис. 2. Система координат авс

Мгновенная активная мощность трехфазной системы определяется как скалярное произведение векторов напряжения и тока

$$p_L(t) = \overrightarrow{u_S} \cdot \overrightarrow{i_L} = u_{Sa} \cdot i_{La} + u_{Sb} \cdot i_{Lb} + u_{Sc} \cdot i_{Lc}. \tag{12}$$

Вектор мгновенной реактивной мощности определяется как векторное произведение пространственных векторов напряжения и тока

$$\vec{q}_S = \vec{u}_S \times \vec{i}_L. \tag{13}$$

Модуль вектора мгновенной реактивной мощности определяется как мгновенная реактивная мощность

$$q_L = \|\vec{q}_L\| = \|\vec{u}_S \times \vec{i}_L\|. \tag{14}$$

Соотношения (13), (14) можно представить в ви-

$$\vec{q}_{L} = \begin{bmatrix} q_{La} \\ q_{Lb} \\ q_{Lc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_{Sb} \ u_{Sc} \\ i_{Lb} \ i_{Lc} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{Sc} \ u_{Sa} \\ i_{Lc} \ i_{La} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_{Sa} \ u_{Sb} \\ i_{La} \ i_{Lb} \end{bmatrix}^{t}, \quad (15)$$

$$q_L = \|\vec{q}_L\| = \sqrt{q_{Lq}^2 + q_{Lb}^2 + q_{Lc}^2}$$
 (16)

Кросс-векторная теория рассматривает вектор мгновенного активного тока

$$\vec{i}_{pL} = \begin{bmatrix} i_{pLa} \\ i_{pLb} \\ i_{pLc} \end{bmatrix} = \frac{p_L}{\vec{u}_S \cdot \vec{u}_S} \vec{u}_S$$
 (17)

и вектор мгновенного реактивного тока

$$\vec{i}_{qL} = \begin{bmatrix} i_{qLa} \\ i_{qLb} \\ i_{qLc} \end{bmatrix} = \frac{\vec{q}_L \times \vec{u}_S}{\vec{u}_S \cdot \vec{u}_S} . \tag{18}$$

Скалярные и векторные величины, которыми оперирует кросс-векторная теория, обладают следующими свойствами [10, 11, 15].

Свойство 1. Трехмерный вектор тока равен сумме векторов активного и реактивного тока

$$\vec{i}_L = \vec{i}_{pL} + \vec{i}_{qL} . \tag{19}$$

Свойство 2. Вектор  $\vec{i}_{qL}$  ортогонален вектору

 $\vec{u}_S$  , а вектор  $\vec{i}_{pL}$  параллелен вектору  $\vec{u}_S$  , т.е.:

$$\vec{u}_S \cdot \vec{i}_{qL} = 0 , \qquad (20)$$

$$\vec{u}_S \times \vec{i}_{pL} = 0 \ . \tag{21}$$

Свойство 3. Сохраняются в силе соотношения

$$i_L^2 = i_{pL}^2 + i_{qL}^2 \,, \tag{22}$$

где

$$i_L = \left\| \vec{i}_L \right\|,\tag{23}$$

$$i_{pL} = \left\| \vec{i}_{pL} \right\|, \tag{24}$$

$$i_{aL} = \left\| \vec{i}_{aL} \right\| . \tag{25}$$

Свойство 4. Если  $\vec{i}_{qL}=0$  , то модуль вектора тока

 $\| \vec{i}_L \|$  становится минимальным при той же мгновенной активной мощности.

Из свойства 2 следует, что реактивная составляющая тока не участвует в передаче энергии.

# МОДИФИЦИРОВАННАЯ ТЕОРИЯ ФРИЗЕ

Сопоставляя соотношения (2, 3, 4) теории мощности Фризе с соотношениями (17, 12) кроссвекторной теории, видим, что соотношение (3) с учетом соотношения (4) при стремлении интервала усреднения  $T_S$  к нулю совпадает с соотношением (12) для мгновенных значений активной мощности.

При том же условии, —  $T_S \to 0$  , — совпадают также соотношения (2) (с учетом (4)) и (17), поскольку

$$\vec{u}_S \cdot \vec{u}_S = u_{Sa}^2 + u_{Sb}^2 + u_{Sc}^2 = \sum_{abc} \frac{1}{T_S} \int_{t-T_S}^t u_{Sa,b,c}^2 . \tag{26}$$

$$T_S \to 0$$

Соотношение (6) теории Фризе является при  $T_S \to 0$  составной частью соотношения (2), а соотношение (7) — повторяет соотношение (2).

Соотношение (5) теории Фризе с учетом соотношения (6) превращается в векторное соотношение

$$\vec{i}_{Ln} = \vec{i}_L - \vec{i}_{Lp} \,. \tag{27}$$

Сравнив (27) с соотношением кросс-векторной теории (19), приходим к заключению, что при  $T_S \to 0$  вектор "неактивного" тока модифицированной теории Fryze равен вектору реактивного тока кроссвекторной теории

$$\vec{i}_{Ln} = \vec{i}_{qL} \,. \tag{28}$$

Отметим, что вектор активного тока  $\vec{i}_{pL}$  в соотношении (27) в конкретной системе управления может определяться несколькими способами:

- через измеряемое мгновенное значение активной мощности по (17);
- через значение датчика мгновенной активной мощности, полученное после фильтрации сигнала;
- как сигнал независимого задатчика расчетной мгновенной активной мощности.

В первом случае вектор тока  $\vec{i}_{Ln} = \vec{i}_{qL}$  (см. (27), (28)) ортогонален вектору напряжения  $\vec{u}_S$  и не связан с передачей энергии в системе.

В двух других случаях ортогональность векторов  $\vec{i}_{qL}$  и  $\vec{u}_S$  нарушается и, если  $\vec{i}_{qL}$  является заданием по току компенсатора

$$\vec{i}_C = \vec{i}_{qL} \,, \tag{28}$$

то компенсатор будет одновременно компенсировать как мгновенную реактивную мощность, так и переменную составляющую мгновенной активной мощности нагрузки. Следовательно, на выходе компенсатора должен быть включен накопитель энергии соответствующей энергоемкости.

## ВЫВОДЫ

- 1. Теория мощности, предложенная в 1931 году Фризе и развитая в работах его последователей, обладает принципиальным недостатком, заключающемся в том, что мгновенная активная и мгновенная "неактивная" мощности рассчитываются по средним значениям активной мощности и квадрата модуля напряжения источника в интервале времени, предшествующем рассматриваемому моменту времени. Это обстоятельство затрудняет использование теории мощности Фризе как основы для построения современных систем управления компенсаторами с использованием силового активного фильтра, поскольку такие систем управления должны быть практически безынерционными и запаздывание в измерении мгновенной активной мощности и напряжения источника, как правило, недопустимо.
- 2. Предложена модификация теории мощности Фризе, заключающаяся в устремлении интервала времени, в котором определяются (измеряются) мгновенная активная мощность и напряжение источника, к нулю. В этом случае теория мощности Фризе превращается в современную "кросс-векторную" теорию мощности для трехфазных четырех- или трехпровод-

ных систем электроснабжения. Однофазные системы электроснабжения в рамках современных теорий рассматриваются как рассимметрированные трехфазные.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] S. Fryze. Active and Apparent power in non-sinusoidal systems. Przeglad Elektrot., no 7, 1931, p.p. 193-203 (In Polish).
- [2] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae "Generalized theory of the instantaneos reactive pover in three phase circuits". IPES' 83 – Int. Power Electronics Conf., Tokyo, Japan, 1983, pp 1375 – 1386.
- [3] H. Akagi, Y. Kanazawa, A. Nabae "Instataneous reactive power compensators comprising switching devices without energy storage components". IEEE Trans. Ind. Applicat., vol.20, pp.625-630, May/June, 1984.
- [4] H. S. Kim, H. Akagi "The instantaneous power theory on the rotating p-q-r reference frames". in Proc. IEEE/PEDS'99 Conf., Hong Kong, July, 1999, p.p. 422-427
- [5] Helmut Spat. A general purpose definition of active current and non-active power based on German. Standart DIN 40110.
- [6] German Standart (2002) AC Quantities DIN 40110, part 2. Multiconductor circuits. November 2002 (in German).
- [7] Кизилов В.У., Светельник А.Д. "О понятии реактивная мощность". Энергетика и электрификация. 2005, №2, С. 35 38.
- [8] Кизилов В.У. "К вопросу о физическом смысле "реактивного тока" и "реактивной мощности"". Вестник НТУ "ХПИ". Сборник научных трудов. Тем. выпуск. Энергетика и преобразовательная техника. Харьков, НТУ "ХПИ", 2002, №9, т. 3, С. 44-50.
   [9] Кизилов В.У. "Оптимальная компенсация искажаю-
- [9] Кизилов В.У. "Оптимальная компенсация искажающих свойств трехфазного потребителя электроэнергии". Вісник Приазовського державного технічного університету. Вип. 15, 2005, С. 41–43.
- [10] F.Z.Peng, J.S.Lai "Generalized instantaneous reactive power theory for three-phaze power systems". IEEE Trans. Instrum. Meas., vol.45, no 1, pp. 293-297, 1996.
- [11] Z. Peng, G.W. Ott, D.J. Adams "Harmonics and reactive power compensation based on the Generalized instantaneous reactive power theory for three-phase four-wire systems".IEEE Trans. Power Electronics, vol.13, no 6, pp. 1174-1181, 1998.
- [12] H.S. Kim, F. Blaabjerg, B. Bak-Jensen, L. Choi "Instantaneous power compensation in three-phase systems using p-q-r theory". IEEE Trans. Power Electronics, vol. 17, no 5, pp. 701-710, 2002.
- [13] Жемеров Г.Г., Ильина О.В., Тугай Д.В. "Энергосберегающий эффект компенсации пульсаций мгновенной активной мощности". Технічна електродинаміка. Темат. вип. Силова електроніка та енергоефективність, част. 4, С. 22-27, 2006.
- [14] Жемеров Г.Г., Домнин И.Ф., Ильина О.В., Тугай Д.В. "Энергоэффективность коррекции фазы тока и компенсации пульсаций активной и реактивной мощностей в трехфазной системе электроснабжения". Технічна електродинаміка, 2007, №1, С. 52-57.
  [15] Домнин И.Ф., Жемеров Г.Г., Крылов Д.С., Сокол Е.И.
- [15] Домнин И.Ф., Жемеров Г.Г., Крылов Д.С., Сокол Е.И. "Современные теории мощности и их использование в преобразовательных системах силовой электроники". Технічна електродинаміка. Темат. вип., ч. І, 2004, С. 80-91.

Поступила 01.07.2007