УДК.621.313

К ПРОБЛЕМЕ РАСЧЕТА СИЛОВОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ МАГНИТОПРОВОДА НА ОБМОТКИ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ МАШИН

Кузьмин В.В., д.т.н., проф., Шпатенко В.С.
НИИ "Электротяжмаш"
Украина, 61055, Харьков, пр-т Московский, 299
тел. (0572) 95-66-81, e-mail: kuzmin@spetm.com.ua

Виконано порівняльний аналіз наслідків застосування нетрадиційних теоретичних засобів вирішення проблеми розрахунку силового впливу магнітопроводу на обмотки електричних машин, коли у зоні розташування обмоток індукція магнітного поля дорівнює нулю ("парадокси трансформатора та генератора").

Выполнен сравнительный анализ результатов применения нетрадиционных теоретических подходов к решению проблемы расчета силового воздействия магнитопровода на обмотки электрических машин, когда в зоне расположения обмоток индукция магнитного поля равна нулю ("парадоксы трансформатора и генератора").

ВВЕДЕНИЕ

Из довольно большого ряда неразрешённых парадоксов, присущих современной теоретической электротехнике [1], "парадокс трансформатора" и "парадокс генератора" наиболее приближены к запросам практики, вследствие чего их обсуждение и попытки разрешения не теряют актуальности и по сей день.

Для машин традиционной конструкции речь идёт о том, что э.д.с. наводится в обмотках, в районе расположения которых отсутствует "классическое" вихревое магнитное поле ($B = 0$). Кроме того, из опыта известно, что на якорную обмотку электрической машины не воздействуют тангенциальные силы от момента нагрузки. Другими словами э.д.с. наводится, а силовых воздействий – нет.

На первом этапе решения этой проблемы внимание уделялось выяснению механизма наведения э.д.с. в обмотке при $B = 0$. Здесь "камнем преткновения" являлось фарадеевское представление о том, что э.д.с. в обмотке наводится только вследствие пересечения проводников силовыми линиями магнитного поля B . Откуда следовало, что при $B = 0$ согласно уравнению Максвелла $rot\overline{E} = -\partial\overline{B}/\partial t$ не действует принцип "вихревое магнитное поле порождает вихревое электрическое", т.е. процесс наведения э.д.с. не реализуется.

Был выдвинут ряд гипотез [2, 3] согласно которым вне замкнутого магнитопровода трансформатора при питании первичной обмотки переменным током возникает вихревое магнитное поле.

В [4] нами показано, что и на переменном токе вне длинного (замкнутого) соленоида поле векторного потенциала остаётся безвихревым.

Столь же несостоятельны попытки доказать, что в пазу электрической машины э.д.с. наводится тем же фарадеевским механизмом за счёт того, что силовые линии B в пазу движутся с большей скоростью, чем в зубцах, сохраняя неизменным соотношение $B \cdot v = const$.

Например, если магнитопровод выполнен из анизотропной стали, то при индукции в нём порядка 1 Тл в прилегающих слоях зоны расположения обмотки индукция имеет порядок несколько мкТл, т.е. практически равна нулю. В мощном турбогенераторе окружная скорость перемещения поля индуктора составляет 200 м/с; для той же эффективности силовые линии индукции в пазу должны перемещаться с релятивистской скоростью, что лишено физического смысла. С другой стороны, "силовая линия" с почти нулевым значением индукции не может существовать в пакете силовых линий рабочего поля индуктора.

Впрочем, надобность в описанных попытках спасти консервативные представления о механизме наведения э.д.с. в рассматриваемых случаях начисто отпадает, если перейти к более реальной и физически непротиворечивой концепции, согласно которой "переменное во времени соленоидальное поле вектора $\overline{A}$ порождает такого же типа переменное поле вектора $\overline{E}$ " в полном соответствии с известным уравнением

$$\overline{E} = -\partial\overline{A}/\partial t .$$

Гораздо сложнее найти решение второй части рассматриваемой проблемы. С момента открытия эффекта Ааронова-Бома [5] не прекращаются попытки найти теоретические подходы к расчёту силовых взаимодействий элементов тока в соленоидальном поле вектора $\overline{A}$, т.е. в тех же условиях, когда $B = 0$.

За последние годы было экспериментально обнаружено много фактов макрофизического проявления аналогичных эффектов. В [6] отмечено, что попытки объяснения эффекта Ааронова-Бома на базе квантово-механических представлений противоречат данным макрофизических экспериментов и часто приводят к неверным физическим предсказаниям.

Настоящая статья посвящена поиску теоретических подходов к расчёту силовых взаимодействий в соленоидальном поле вектора $\overline{A}$.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОБЛЕМЫ

Наряду с "каноническими" классическими уравнениями силовых взаимодействий в магнитном поле

- законом Лоренца

$$\overline{F}_{12} = q_2\left(\overline{v}_2 \times \overline{B}_1\right), \quad (1)$$

- и законом Ампера

$$d\overline{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3}\left(d\bar{l}_2 \times \left(d\bar{l}_1 \times \bar{r}\right)\right), \quad (2)$$

известны также пять нетрадиционных уравнений силовых взаимодействий элементов тока или зарядов:

- симметрированный закон Ампера

$$d\overline{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3}\begin{bmatrix} -2\left(d\bar{l}_1 \cdot d\bar{l}_2\right)\bar{r} + \\ +\frac{3}{r^2}\left(d\bar{l}_1 \cdot \bar{r}\right)\left(d\overline{l_2} \cdot \bar{r}\right)\bar{r} \end{bmatrix}, \qquad (3)$$

- модифицированный закон Ампера по Николаеву

$$\begin{aligned} d\overline{F}_{12} &= \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3}\left(d\bar{l}_2 \times \left(d\bar{l}_1 \times \bar{r}\right)\right) - \\ &- I_2 \operatorname{div}\overline{A}\left(I_1 \cdot d\bar{l}_1\right)d\bar{l}_2 \end{aligned}, \qquad (4)$$

- модифицированный закон Ампера по нашим предложениям

$$d\overline{F}_{12} = \frac{\mu_0 I_1 I_2}{4\pi r^3}\begin{bmatrix} d\bar{l}_2 \times \left(d\bar{l}_1 \times \bar{r}\right) + \\ + d\bar{l}_1 \times \left(d\bar{l}_2 \times \bar{r}\right) \end{bmatrix}, \qquad (5)$$

- закон Лоренца-Маринова по [6]

$$\begin{aligned} \overline{F}_{12} &= q_2 \overline{E}_1 - q_2 \,\partial \overline{A}_1 / \partial t + q_2\left(\bar{v}_2 \times \operatorname{rot}\overline{A}\right) - \\ &- q_2 \bar{v}_2 \operatorname{div}\overline{A}/2 - \begin{pmatrix} \bar{v}_2 \dfrac{q_2}{2 v_2^2 r^3} \times \\ \times \int\limits_V \left(q_1 \bar{v}_1 \times \bar{v}_2\right)\left(\bar{r} \cdot \bar{v}_2\right) \end{pmatrix} - \qquad (6) \\ &- \bar{v}_2 \cdot \frac{q_2}{2 v_2^2 r^3} \int\limits_V \left(q_1 \bar{v}_1 \times \bar{v}_2\right)\left(\bar{r} \times \bar{v}_2\right). \end{aligned}$$

И, наконец, соотношение, основанное на расширении сферы применения известного закона

$$\overline{F}_{12} = q_2 \overline{E}_1 = -q_2 \frac{\partial \overline{A}_1}{\partial t}$$

за счёт перехода от частной к общей производной по времени, которая включает в себя вектор-градиент поля $\overline{A}$ в направлении движения заряда q_2 со скоростью v_2

$$\begin{aligned} \overline{F}_{12} &= q_2 \overline{E}_1 = -q_2 \frac{d\overline{A}_1}{dt} = \\ &= -q_2\left[\frac{\partial \overline{A}}{\partial t} + \left(\bar{v}_2 \operatorname{grad}\right)\overline{A}\right]. \end{aligned} \qquad (7)$$

Известно, что вне длинного соленоида, питаемого постоянным током, поле векторного потенциала описывается уравнением [4]

$$\overline{A} = \frac{\mu_0 i R^2}{2X}\bar{e}_\varphi, \qquad (8)$$

где i - поверхностная плотность тока в обмотке в аксиальном направлении (А/м), R - радиус обмотки соленоида, X - радиальная координата.

Нетрудно видеть, что в данном случае

$$\overline{B} = \operatorname{rot}\overline{A} = 0,$$

т.е. поле имеет безвихревой характер, вследствие чего согласно (1) и (2) вне соленоида никакие силы не должны действовать на движущийся заряд (элемент тока).

Рассмотрим, что дают в такой ситуации расчёты по альтернативным подходам (3) - (7) в поле $\overline{A}$, например, для элемента тока $I_2 dl_2$ расположенного параллельно оси Y (рис. 1).

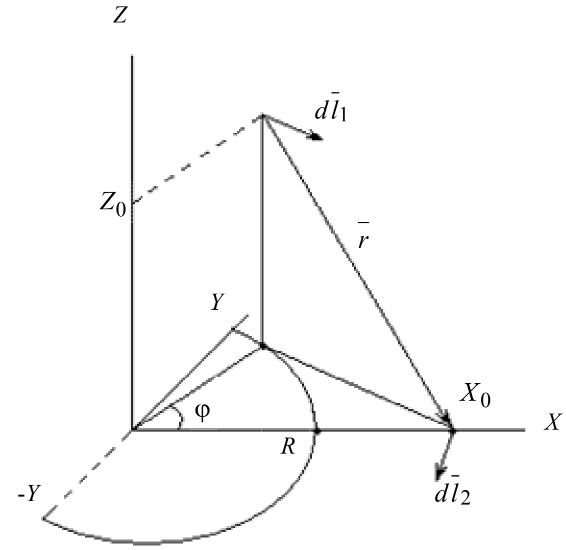

Рис. 1

В правовинтовой системе основные векторные элементы равны

$$\begin{aligned} d\bar{l}_1 &= dl_1\left(\sin\varphi\, \bar{i} - \cos\varphi\, \bar{j}\right), \\ d\bar{l}_2 &= dl_2\left(-\bar{j}\right), \\ \bar{r} &= \left(X - R\cos\varphi\right)\bar{i} - R\sin\varphi\,\bar{j} - Z_0 \bar{k}, \end{aligned} \qquad (9)$$

где $dl_1 = R d\varphi$.

При равномерно навитой обмотке соленоида (n витков на метр длины) и запитке её постоянным током i_f линейная плотность тока по оси составит

$$i = n i_f,$$

а элемент тока будет равен

$$I_1 dl_1 = i dZ R d\varphi. \qquad (10)$$

Перейдём к системе безразмерных координат относительно R

$$\begin{aligned} &X_0 = x_0 R, X = xR, Y = yR, Z = zR, dZ = dzR; \\ &Z_0 = hR; r = \rho R; dl_1 = R d\varphi, dl_2 = R dy. \end{aligned} \qquad (11)$$

Прежде чем приступить к расчётам по (3)–(7) отметим следующее. В силу того, что

- расчёты внешних сил по (1) и (2) дают нулевой результат,
- во внешнем поле соленоида

$$\overline{E} = 0, \operatorname{rot}\overline{A} = 0, \operatorname{div}\overline{A} = 0, \partial\overline{A}/\partial t = 0$$

результаты расчётов по (4) обращаются в нуль, в (5) остаётся только второе слагаемое в квадратных скобках, а в (6) – только два последних слагаемых.

Итак, для рассматриваемого случая в расчёт следует брать формулу (3), вторые слагаемые формул (5) и (7), а также последние два слагаемых формулы (6).

Учитывая тождество

$$I_i d\bar{l}_i \equiv q_i \bar{v}_i, \qquad (12)$$

переходя к безразмерным параметрам (11) и вводя константу

$$k = \frac{\mu_0 i_1 R I_2 dy}{4\pi} \quad (13)$$

с учётом направленности базовых векторов (9), приходим к следующему представлению упомянутых формул для радиальных составляющих dF_{12x}

$$dF_{12x} = k\frac{dzd\varphi}{\rho^3}\left[\begin{matrix} -2\begin{pmatrix} x\cos\varphi - \\ -\cos^2\varphi \end{pmatrix} + \\ +\frac{3}{\rho^2}\begin{pmatrix} x^2\sin^2\varphi - \\ -x\sin^2\varphi\cos\varphi \end{pmatrix} \end{matrix}\right] \quad (14.1)$$

по формуле (3);

$$dF_{12x} = k\frac{dzd\varphi}{\rho^3}\left(\cos^2\varphi - x\cos\varphi\right) \equiv$$
$$\equiv -k\frac{dzd\varphi}{\rho^3}\sin^2\varphi \quad (14.2)$$

по (5);

$$dF_{12x} = -k\frac{dzd\varphi}{\rho^3}\cdot\frac{\sin^2\varphi}{2} \quad (14.3)$$

по закону (6).

Используя подход к интегрированию выражений (14), описанный в [4] и учитывая, что

$$\int_0^\infty \frac{dz}{\left(z^2+b^2\right)^{3/2}} = \frac{1}{b^2}, \int_0^\infty \frac{dz}{\left(z^2+b^2\right)^{5/2}} = \frac{2}{3b^4} \quad (15)$$

где $b^2 = 1 + x^2 - 2x\cos\varphi$, приходим к следующим выражениям для искомых сил взаимодействия:

$$F_{12} = \frac{4k}{x\left(x^2-1\right)}\left[\pi + 1 + (\pi - 1)\left(x^2 + x\right)\right] \quad (16.1)$$

по (3);

$$F_{12} = -2k\frac{\pi}{x^2} \quad (16.2)$$

по (5);

$$F_{12} = -k\frac{\pi}{x^2} \quad (16.3)$$

по (6).

Кроме того, ряд авторов [6] предполагал использовать понятие вектор-градиента в поле A для расчёта сил взаимодействия этого поля с зарядом q_2 движущимся со скоростью v_2

$$F_{12} = -q_2\left[\left(\bar{v}_2 \text{ grad}\right)\bar{A}\right], \quad (17)$$

что представляет собой правую часть формулы (7).

Нетрудно показать, что с учётом введенных обозначений на базе (8) последнее соотношение даёт результат

$$F_{12} = -\frac{\mu_0 i_1 R I_2 dy}{2x^2} = -2k\frac{\pi}{x^2}, \quad (18)$$

который полностью совпадает с (16.2).

Результаты расчёта силовых взаимодействий для законов (16.1) - (16.3) сведены в таблицу.

Таблица

Силовые взаимодействия элементов тока

Силовые взаимодействия в долях k при	Закон		
	По (3)	По (5) и (18)	По (6)
x =1	∞	-6.28	-3.14
x =1.1	+71.4	-5.19	-2.60
x = 1.5	+26.6	-2.79	-1.40
x = 2	+11.3	-1.57	-0.79
x = 3	+4.98	-0.70	-0.35
x = 5	+2.28	-0.25	-0.13

В связи с тем, что силовые взаимодействия по (3) и качественно и количественно резко расходятся с двумя другими, для дальнейшего анализа остановимся на законе (16.2).

Сначала определим характер силового взаимодействия "бесконечно длинных" соленоидов различной конфигурации.

Наиболее простой для анализа представляется пара "бесконечно длинный цилиндр - токонесущая плоскость шириной $\pm y_0$" (рис. 2). Здесь сила действия цилиндра на элемент тока в плоскости на единицу её относительной длины dz составит

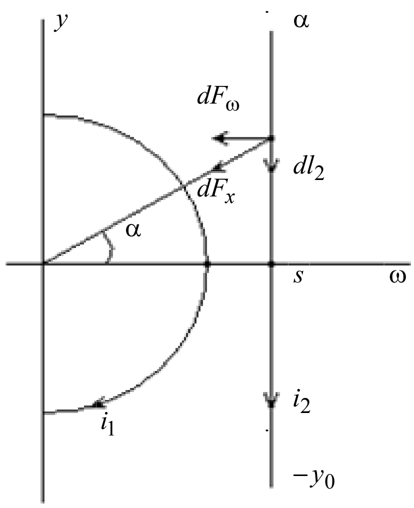

Рис. 2

$$dF(dz)_\omega = 2k_2\int_0^{y_0} F_{12}(x)\cos\alpha\, dy = -4k_2\pi \times$$
$$\times \int_0^{y_0}\frac{s\, dy}{(s^2+y^2)^2} = -4k_2\frac{\pi y_0}{s\sqrt{s^2+y_0{}^2}}, \quad (19)$$

где $k_2 = \frac{\mu_0 i_1 i_2 R^2}{4\pi}; x^2 = s^2 + y^2$, а для плоскости с током, имеющей конечные размеры $\pm h$ по длине сила взаимодействия равна

$$F(h)_\omega = 2hF(z)_\omega. \quad (20)$$

Для более сложной конфигурации пары цилиндров одинакового диаметра (рис. 3) при условии, что первый (левый) цилиндр – "бесконечно длинный" сила на элемент длины dz второго цилиндра равна

$$dF(dz)_{\omega} = 2k_2 \int_0^{\pi} \begin{bmatrix} F_{12}(x)\cos\alpha \cdot \\ \cdot \cos(\alpha+\psi)d\psi \end{bmatrix} =$$

$$= -4k_2\pi \int_0^{\pi} \frac{\left(s^2+1\right)\cos\psi - s\cos^2\psi - s}{\left(1+s^2-2s\cos\psi\right)^2} d\psi = , \quad (21)$$

$$= -\frac{2k_2\pi^2}{s\left(s^2-1\right)} ,$$

а для второго цилиндра конечных размеров $\pm h$

$$F(h)_{\omega} = 2hF(z)_{\omega} .$$

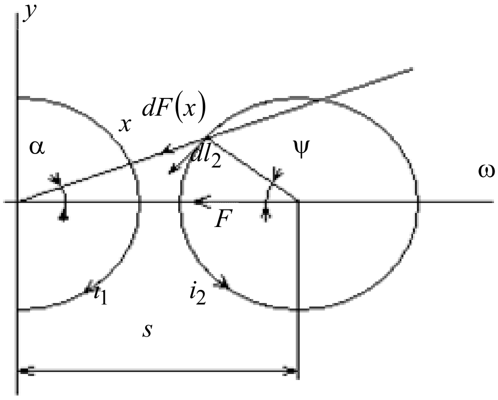

Рис. 3

Если же и левый цилиндр (источник поля) также имеет конечные размеры $\pm h$ по высоте, то силовое поле источника становится несимметричным по оси $U = u R$ (рис. 4) вследствие чего выражение (15) значительно усложняется. Интегрирование по оси аппликат вместо (15) приходится вести по несимметричным пределам

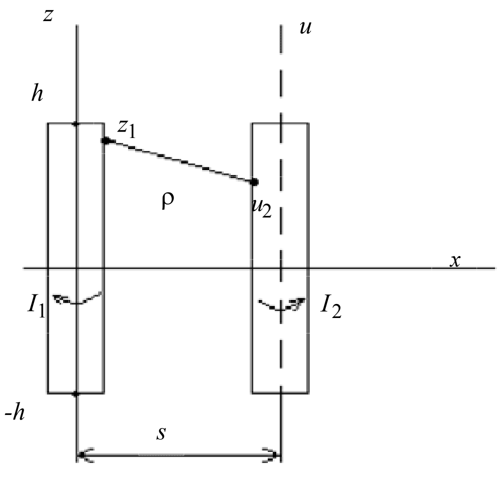

Рис. 4

$$\int_{-h-u}^{h-u} \frac{dz}{\left(z^2+b^2\right)^{3/2}} =$$

$$= \frac{1}{b^2}\left(\frac{h-u}{\sqrt{(h-u)^2+b^2}} - \frac{-(h+u)}{\sqrt{(h+u)^2+b^2}} \right) . \quad (22)$$

На оси $U = uR$, параллельной оси Z, полоска поверхности второго соленоида площадью $S = 2\,h\,d\varphi$, обтекаемая током с линейной плотностью i_2 и перпендикулярная оси x, будет притягиваться с усилием

$$dF(x) = \frac{\mu_0 i_1 i_2 R^2}{4\pi} \times 2\int_0^{\pi} \sin^2\psi d\psi \times$$

$$\times \frac{1}{b^2} \int_{-h}^{h} \left(\frac{h-u}{\sqrt{(h-u)^2+b^2}} + \frac{h+u}{\sqrt{(h+u)^2+b^2}} \right) du = \quad (23)$$

$$= C_1 \int_0^{\pi} \frac{\left(\sqrt{4h^2+b^2}-b\right)\sin^2\psi d\psi}{b^2},$$

где $C_1 = \mu_0 i_1 i_2 R^2 / \pi$, $b^2 = 1+x^2-2x\cos\psi$.

Интеграл (23) не может быть представлен в виде аналитической функции аргумента x, и поэтому для вычисления требует применения методов численного интегрирования.

Таким же способом приходится определять и силу взаимодействия рассматриваемых соленоидов конечных размеров

$$F = 2\int_0^{\pi} dF(x)\cos\alpha\,\cos(\alpha+\psi)\,d\psi , \quad (24)$$

где $x = \sqrt{1+s^2-2s\cos\psi}$, $\alpha = \arcsin(\sin\psi / x)$.

Ответ на вопрос о том, какое из рассмотренных нетрадиционных соотношений (16) ближе к истине, должен дать эксперимент, проведение которого нами планируется в ближайшее время.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Николаев Г.В. Современная электродинамика и причины её парадоксальности. - Томск, 2003.

[2] Брон О. Электромагнитное поле как вид материи. - М, 1964.

[3] Боев В.М., Грибская Е.А., Лавриненко О.В. "Электротоническое состояние" и закон электромагнитной индукции Фарадея. - Електротехніка і електромеханіка. - 2004, № 4.

[4] Кузьмин В.В., Шпатенко В.С. К проблеме нелокального действия магнитного поля на обмотки электрических машин. "Електроінформ", 2005, №1.

[5] Физическая энциклопедия. - М, 1989-1998, т.1.

[6] Маринов С. Является ли эффект Ааронова-Бома эффектом Ааронова-Бома? Сб. Трудов III МНТК "Проблемы пространства, времени, тяготения". - С.Пб. "Политехника", 1995.

Поступила 18.10.2006