

МАГНИТНОЕ ПОЛЕ И ДАВЛЕНИЯ, ВОЗБУЖДАЕМЫЕ ОДНОВИТКОВЫМ ИНДУКТОРОМ В УГЛОВОМ ИЗГИБЕ ЛИСТОВОЙ ЗАГОТОВКИ

Батыгин Ю.В., д.т.н. проф., Сериков Г.С.
Харьковский национальный автомобильно-дорожный университет
Украина, 61002, Харьков, ул. Петровского, 25, т. 700-91-99

Головащенко С.Ф., д.т.н.
2101, Village Road, Dearborn, MI 48121, USA
tel. 313 337 3738, fax 313 390 0514, e-mail: sgolovas@ford.com

Проведено теоретичний аналіз електродинамічних процесів в індукторній системі, призначеної для формування кутів у попередньо вигнутих металевих листах. Проведені розрахунки освітили можливі варіанти конструктивного виконання індукторної системи, що дозволяють в остаточному підсумку підвищити ефективність.

Проведен теоретический анализ электродинамических процессов в индукторной системе, предназначенной для формовки углов в предварительно изогнутых металлических листах. Проведенные расчёты осветили возможные варианты конструктивного исполнения индукторной системы, позволяющие в конечном итоге повысить эффективность.

ВВЕДЕНИЕ

В практике штамповки кузовных элементов современных автомобилей появляется задача формирования угловых изгибов с уровнем чёткости, соответствующем условиям конструкторов-разработчиков. На рис. 1а, в качестве примера, приведена задняя панель кузова одного из автомобилей, производимых фирмой "Форд Мотор Комп". Это реальный объект с указанными линиями предварительного изгиба. Производственное задание состоит в доведении штампуемого рисунка до заданного уровня чёткости [1].

Известные методы не дали требуемого решения. Деформируемый металл разрушался в области силового воздействия.

Как показали исследования, при высокоскоростном импульсном давлении в поведении обрабатываемого материала проявляется новое качество – гиперпластичность. Практическое использование этого качества позволяет деформировать без разрушения и штамповать изделия, производство которых невозможно традиционными методами [2].

Интенсивное силовое давление во временном интервале микросекундного диапазона можно реализовать с помощью магнитно-импульсного воздействия. Важнейшей особенностью обрабатываемых методов такого рода является неразрывная связь между инструментом-индуктором и заготовкой, подлежащей деформированию. Для наглядной иллюстрации данного положения можно провести сравнение с механической штамповкой, где силовое воздействие осуществляется с помощью пуансона. Это может быть не только твёрдый инструмент, но и пластик, и газ, и жидкость. Его действенность как инструмента не связана непосредственно с внутренними процессами в обрабатываемом металле. Магнитно-импульсное воздействие физически возможно только в случае существования электродинамической связи между током в обмотке индуктора-инструмента и током, возбуждаемым в заготовке. Именно их взаимодействие приводит к появлению мощных пондермоторных сил, величина которых пропорциональна произведению амплитуд первичного и вторичного токов [3, 5].

Одним из важнейших вопросов проектирования инструментов магнитно-импульсных методов является вопрос о целенаправленном силовом воздействии на область заготовки, подлежащую деформированию в соответствии с производственным заданием.

Простейшим вариантом такого инструмента целенаправленного действия и предназначенного для формовки угловых профилей в предварительно изогнутых листовых заготовках может служить протяжённый одновитковый соленоид прямоугольной геометрии, одна из сторон которого располагается вдоль линии изгиба. На рис. 1б схематически показано поперечное сечение рассматриваемой системы "одновитковый индуктор – изогнутая листовая заготовка". Это же и есть принимаемая расчётная модель.

Следует отметить, что подобная задача о магнитном поле над плоскостью была решена Г.А. Шнеерсоном в монографии [4].

Цель настоящей работы – теоретическое исследование возможностей одновитковых индукторных систем прямоугольной геометрии в реализации целенаправленного силового воздействия на внутреннюю полость плоского угла в изгибе металлического листа достаточно высокой удельной электропроводности в режиме резкого поверхностного эффекта.

При решении полагаем, что:

- угол в зоне изгиба плоского металлического листа приближается к $\approx \pi/2$;
 - приемлема декартова прямоугольная система координат;
 - одновитковый соленоид прямоугольной формы выполнен из достаточно тонкого проводника и обладает достаточно большой протяжённостью в из-
- мерении, соответствующем оси OX , так что $\frac{\partial}{\partial x} = 0$;
- электропроводность обрабатываемого металла довольно высока, так что допустимо приближение резкого поверхностного эффекта;
 - по токопроводам витка, параллельным оси OX , протекает один и тот же ток $I_x(t) = I(t)$ (t – время в сек.), но в токопроводе с координатами (l, h) его направление совпадает с положительным направлением оси OX , а в токопроводе с координатами (L, H) наоборот.

Принятые допущения позволяют считать, что в рассматриваемой системе возбуждаются следующие компоненты вектора напряжённости электромагнитного поля: $E_x(t, y, z) \neq 0$, $H_y(t, y, z) \neq 0$, $H_z(t, y, z) \neq 0$.



а)



б)

Рис. 1. Листовая заготовка с изгибами (1а) и расчётная модель индукторной системы с одновитковым соленоидом во внутренней зоне изгиба

Из допущения о резком поверхностном эффекте следует, что на поверхностях металлического листа касательная составляющая вектора напряжённости электрического поля обращается в нуль, то есть $E_x(t, y, z = 0) = E_x(t, y = 0, z) = 0$.

Решение поставленной задачи проведём аналогично тому, как это было сделано авторами [6] в теоретических исследованиях одновитковых индукторных систем с тонкостенными проводниками.

Уравнения Максвелла для нетривиальных составляющих напряжённости электромагнитного поля, преобразованных по Лапласу с учётом нулевых начальных условий, в пространстве между взаимно ортогональными плоскостями металлического листа ($y \geq 0, z \geq 0$) имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_z(p, y, z)}{\partial y} - \frac{\partial H_y(p, y, z)}{\partial z} = j_x(p, y, z), \end{array} \right. \quad (1)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_x(p, y, z)}{\partial z} = -p\mu_0 H_y(p, y, z), \end{array} \right. \quad (2)$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial E_x(p, y, z)}{\partial y} = p\mu_0 H_z(p, y, z), \end{array} \right. \quad (3)$$

где p – параметр интегрального преобразования Лапласа; $j_x(p, y, z)$ – плотность стороннего тока (тока в токопроводе),

$j_x(p, y, z) = I(p)[\delta(z-h) \cdot \delta(y-l) - \delta(z-H) \cdot \delta(y-L)]$,
 $I(p) = L\{I(t)\}$, $\delta(z)$, $\delta(y)$ – дельта-функция Дирака,
 $E_x(p, y, z) = L\{E_x(t, y, z)\}$, $H_{y,z}(p, y, z) = L\{H_{y,z}(t, y, z)\}$.

Из дифференциальной системы (1)-(3) можно получить уравнение для $E_x(p, y, z)$:

$$\frac{\partial^2 E_x(p, y, z)}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 E_x(p, y, z)}{\partial z^2} = p\mu_0 j_x(p, y, z). \quad (4)$$

Для решения уравнения (4) применим синус-преобразование Фурье [7]. Выбор данного математического подхода обусловлен граничным условием $E_x(t, y = 0, z) = 0$.

Таким образом, имеем

$$E_x(p, y, z) = \int_0^\infty E_x(t, \lambda, z) \cdot \sin(\lambda y) \cdot d\lambda, \quad (5)$$

$$j_x(p, y, z) = \int_0^\infty j_x(t, \lambda, z) \cdot \sin(\lambda y) \cdot d\lambda, \quad (6)$$

где

$$j_x(p, \lambda, z) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty j_x(t, y, z) \sin(\lambda y) dy =$$

$$= I(p) \cdot (f_1(\lambda) \cdot \delta(z-h) - f_2(\lambda) \cdot \delta(z-H)),$$

$$f_1(\lambda) = \frac{2}{\pi} \cdot \sin(\lambda l), \quad f_2(\lambda) = \frac{2}{\pi} \cdot \sin(\lambda L).$$

С учётом (5) и (6) уравнение (4) преобразуется к виду:

$$\frac{\partial^2 E_x(p, \lambda, z)}{\partial z^2} - \lambda^2 E_x(p, \lambda, z) =$$

$$= K_1(p, \lambda) \cdot \delta(z-h) - K_2(p, \lambda) \cdot \delta(z-H), \quad (7)$$

где $K_1(p, \lambda) = \mu_0 p \cdot I(p) \cdot f_1(\lambda)$,

$$K_2(p, \lambda) = \mu_0 p \cdot I(p) \cdot f_2(\lambda).$$

Полученное уравнение (7) является обыкновенным линейным дифференциальным уравнением второго порядка с постоянными коэффициентами с правой частью, представленной линейной комбинацией дельта-функций.

Воспользуемся принципом суперпозиции [7]. Вначале найдём частное решение уравнения, правая часть которого содержит первое алгебраическое слагаемое $F_1(p, \lambda, z) = K_1(p, \lambda) \cdot \delta(z-h)$.

Это будет функция $E_x^{(1)}(p, \lambda, z)$. Затем вычислим второе частное решение для правой части $F_2(p, \lambda, z) = -K_2(p, \lambda) \cdot \delta(z-H)$ – функцию $E_x^{(2)}(p, \lambda, z)$. Сумма полученных результатов

$$E_x(p, \lambda, z) = E_x^{(1)}(p, \lambda, z) + E_x^{(2)}(p, \lambda, z)$$

даст решение уравнения для напряжённости электрического поля, удовлетворяющее заданным краевым условиям в режиме резкого поверхностного эффекта.

Общий интеграл уравнения (7) с правой частью $F_1(p, \lambda, z)$, найденный методом вариации произвольных постоянных, имеет вид:

$$E_x^{(1)}(p, \lambda, z) = C_1(p, \lambda) \cdot e^{\lambda z} +$$

$$+ C_2(p, \lambda) \cdot e^{-\lambda z} + \frac{K_1(p, \lambda)}{\lambda} \cdot \eta(z-h) \cdot sh(\lambda(z-h)), \quad (8)$$

где $C_{1,2}(p, \lambda)$ – произвольные постоянные интегрирования, $\eta(z)$ – ступенчатая функция Хевисайда.

Константы интегрирования могут быть определены из граничного условия для напряжённости на горизонтальной плоскости, $E_x^{(1)}(p, \lambda, z = 0) = 0$, и условия ограниченности на бесконечности, $E_x^{(1)}(p, \lambda, z \rightarrow 0) = 0$.

После необходимых тождественных преобразований и соответствующих подстановок находим

$$E_x^{(1)}(p, \lambda, z) = 2 \frac{\mu_0 p I(p)}{\pi \lambda} \cdot \sin(\lambda l) \times \\ \times \left[\eta(z-h) \cdot sh(\lambda(z-h)) - e^{-\lambda h} sh(\lambda z) \right], \quad (9)$$

Аналогичным образом находится второе частное решение дифференциального уравнения (7).

$$E_x^{(2)}(p, \lambda, z) = -2 \frac{\mu_0 p I(p)}{\pi \lambda} \cdot \sin(\lambda L) \times \\ \times \left[\eta(z-H) \cdot sh(\lambda(z-H)) - e^{-\lambda H} sh(\lambda z) \right]. \quad (10)$$

Просуммируем (9), (10) и выполним, соответственно формуле (5), обратное интегральное синус-преобразование Фурье. Результат подставим в уравнения Максвелла (2) и (3). После перехода от L – изображений в пространство оригиналов, получим выражения для компонент вектора напряжённости магнитного поля, возбуждаемого линейными токами, в пространстве между ортогональными идеально проводящими плоскостями ($z = 0 \perp y = 0$, $z > 0$, $y > 0$):

$$H_y(t, y, z) = -\frac{2}{\pi} I(t) \int_0^\infty \left\{ \sin(\lambda l) \times \right. \\ \times \left[\eta(z-h) \cdot ch(\lambda(z-h)) - e^{-\lambda h} ch(\lambda z) \right] - \\ \left. - \sin(\lambda L) \cdot \left[\eta(z-H) \cdot ch(\lambda(z-H)) - e^{-\lambda H} ch(\lambda z) \right] \right\} \cdot \sin(\lambda y) \cdot d\lambda \quad (11)$$

$$H_z(t, y, z) = -\frac{2}{\pi} I(t) \int_0^\infty \left\{ \sin(\lambda l) \times \right. \\ \times \left[\eta(z-h) \cdot sh(\lambda(z-h)) - e^{-\lambda h} sh(\lambda z) \right] - \\ \left. - \sin(\lambda L) \cdot \left[\eta(z-H) \cdot sh(\lambda(z-H)) - e^{-\lambda H} sh(\lambda z) \right] \right\} \cos(\lambda y) \cdot d\lambda. \quad (12)$$

Тангенциальные составляющие напряжённости на металлических поверхностях находятся из выражений (11) и (12) подстановками $z = 0$ и $y = 0$, соответственно.

После введения новой переменной интегрирования $x = \lambda \cdot h$ и необходимых преобразований получаем зависимости, удобные для практических вычислений.

$$H_y(t, y, z=0) = H_m(t) \cdot \int_0^\infty \left(e^{-x} \sin\left(x \frac{l}{h}\right) - e^{-x \frac{H}{h}} \sin\left(x \frac{L}{h}\right) \right) \times \\ \times \sin\left(x \cdot \frac{y}{h}\right) \cdot dx, \quad (13)$$

$$\text{где } H_m(t) = \frac{2 \cdot I(t)}{(\pi \cdot h)}.$$

$$H_z(t, y=0, z) = -H_m(t) \int_0^\infty \left(\eta(z-h) sh\left(x \frac{z-h}{h}\right) - e^{-x} sh\left(x \frac{z}{h}\right) \right) \times \\ \times \sin\left(x \frac{l}{h}\right) - \eta(z-H) sh\left(x \frac{z-H}{h}\right) - \\ - e^{-x} \frac{H}{h} sh\left(x \frac{z}{h}\right) \sin\left(x \frac{L}{h}\right) dx, \quad (14)$$

Выражения (13) и (14) интегрируются в квадратурах. Это первое, что упрощает их вид.

Как следует из практики магнитно-импульсной обработки металлов, величины зазоров между витком индуктора, расположенным в непосредственной близости от угла, и ортогональными плоскостями выбираются равными. Так, что, не нарушая общности проводимого рассмотрения, можно положить $l = h$ и записать координаты второго витка индуктора, согласно рис. 1, в виде:

$$L = h \cdot \left(1 + \frac{D}{h} \cdot \cos \alpha \right), \quad H = h \cdot \left(1 + \frac{D}{h} \cdot \sin \alpha \right).$$

Достоверность выражений, найденных для компонент напряжённости магнитного поля, легко просматривается в их симметрии относительно ортогональных поверхностей $z = 0$ и $y = 0$.

Действительно, при повороте всей системы на угол 90° в положительном направлении горизонтальная плоскость займёт положение вертикальной. Вертикальная плоскость перейдёт в горизонтальную. Аргументы тригонометрических функций изменяются на $\pi/2$. При этом с точностью до знака формула (15) переходит в выражение (16) и, наоборот, (16) в (15).

Изменение знака перед выражениями для компонент напряжённости будет обусловлено изменением ориентации возбуждающего тока в токопроводах относительно плоскостей, образующих прямой угол.

Кроме того, при $\alpha = 45^\circ$ формулы (15) и (16) совпадают друг с другом (опять же с точностью до знака, который определяется принятым направлением тока в токопроводах!), что свидетельствует о "равноправии" границ рассматриваемой задачи. После всех вышеуказанных операций пространственные распределения магнитных полей на металлических поверхностях углового профиля принимают следующий вид:

$$H_y^0(y, z=0) = \left(\frac{y}{h} \right) \cdot \left[\frac{1}{\left(2 + \left(\frac{y}{h} \right)^2 \right)^2 - 4 \left(\frac{y}{h} \right)^2} - \right. \\ \left. - \frac{\left(1 + \frac{D}{h} \sin \alpha \right) \cdot \left(1 + \frac{D}{h} \cos \alpha \right)}{\left(\left(\frac{y}{h} \right)^2 + \left(1 + \frac{D}{h} \sin \alpha \right)^2 + \left(1 + \frac{D}{h} \cos \alpha \right)^2 \right)^2 - 4 \left(\left(\frac{y}{h} \right)^2 \cdot \left(1 + \frac{D}{h} \cos \alpha \right)^2 \right)} \right], \quad (15)$$

где $H_y^0(y, z=0) = \frac{H_y(t, y, z=0)}{\left(\frac{I(t)}{\pi \cdot h}\right)}$.

$$H_z^0(y=0, z) = -\left(\frac{z}{h}\right) \cdot \left[\frac{1}{\left(2 + \left(\frac{z}{h}\right)^2\right)^2 - 4\left(\frac{z}{h}\right)^2} - \frac{\left(1 + \frac{D}{h} \sin \alpha\right) \cdot \left(1 + \frac{D}{h} \cos \alpha\right)}{\left(\left(\frac{z}{h}\right)^2 + \left(1 + \frac{D}{h} \sin \alpha\right)^2 + \left(1 + \frac{D}{h} \cos \alpha\right)^2\right)^2 - 4\left(\frac{z}{h}\right)^2 \cdot \left(1 + \frac{D}{h} \sin \alpha\right)^2} \right] \quad (16)$$

где $H_z^0(y=0, z) = \frac{H_z(t, y=0, z)}{\left(\frac{I(t)}{\pi \cdot h}\right)}$.

Данный вывод также следует из простых физических соображений: процессы возбуждения вихревых токов в системе, геометрически симметричной относительно биссектрисы угла, должны быть абсолютно идентичными.

При условии резкого поверхностного эффекта выражения для сил магнитного давления на проводящие плоскости $z=0$ и $y=0$ записываются в виде:

а) горизонтальная плоскость,

$$P_z^0(y, z=0) = \left(H_y^0(y, z=0)\right)^2, \quad (17)$$

где $P_z^0(y, z=0)$ – относительное давление,

$$P_z^0(y, z=0) = \frac{\left(\frac{\mu_0 H_y^2(t, y, z=0)}{2}\right)}{\left(\frac{\mu_0 H_m^2(t)}{2}\right)}, \quad H_m(t) = \frac{I(t)}{\pi \cdot h},$$

б) вертикальная плоскость,

$$P_y^0(y=0, z) = \left(H_z^0(y=0, z)\right)^2, \quad (18)$$

где $P_y^0(y=0, z)$ – относительное давление,

$$P_y^0(y=0, z) = \frac{\left(\frac{\mu_0 H_z^2(t, y=0, z)}{2}\right)}{\left(\frac{\mu_0 H_m^2(t)}{2}\right)}.$$

Формулы (15)÷(18) полностью описывают распределения компонент вектора напряжённости магнитного поля и сил давления на поверхностях угловой зоны листовой металлической заготовки.

Для выявления качественных закономерностей исследуемых электродинамических процессов проведём вычисления для конкретного примера из практики магнитно-импульсной обработки металлов. Пусть $h = 0.0005$ м, $D = 0.02$ м, $\alpha = \text{var}$ и $\alpha \in [0, 15^\circ]$.

Графическая иллюстрация результатов расчёта представлена на рис. 2÷6.

При выполнении графических построений (для большей наглядности!) значения напряжённости нормировались на величину её расчётного максимума для тангенциальной компоненты поля токопровода (h, h) на плоскости $z=0$. То есть, на графиках приведены зависимости для $H_{y,z}^0 = \frac{H_{y,z}}{H_{m1}}$.

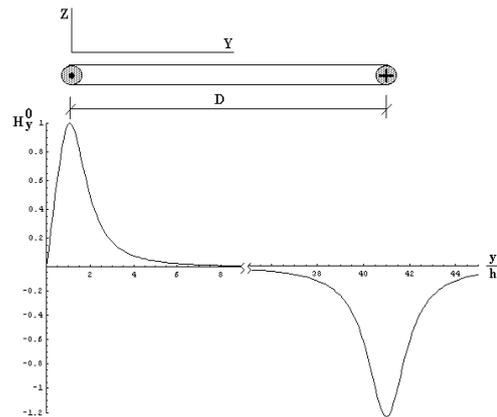


Рис. 2. Распределение тангенциальной компоненты напряжённости магнитного поля вдоль горизонтальной поверхности углового изгиба листовой заготовки для $\alpha = 0$, рассчитанное по формуле (15)

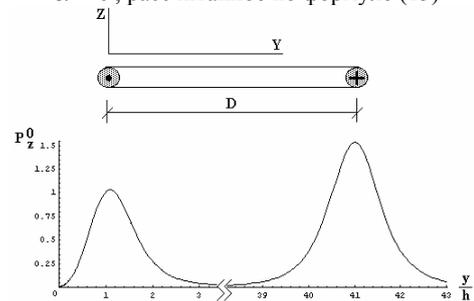


Рис. 3. Распределение нормальной составляющей силы магнитного давления на горизонтальную поверхность углового изгиба листовой заготовки для $\alpha = 0$, рассчитанное по формуле (17)

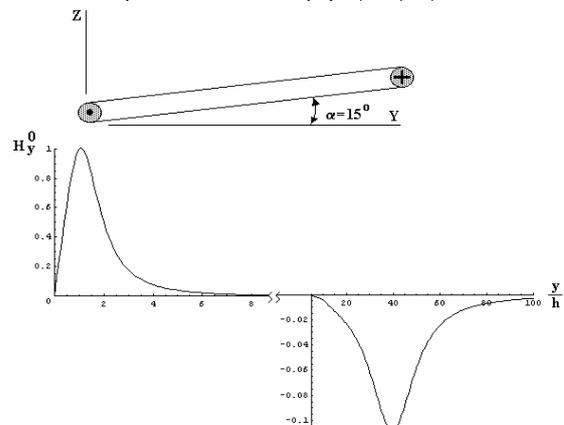


Рис. 4. Распределение тангенциальной компоненты напряжённости магнитного поля вдоль горизонтальной поверхности углового изгиба листовой заготовки для $\alpha = 15^\circ$, рассчитанное по формуле (15)

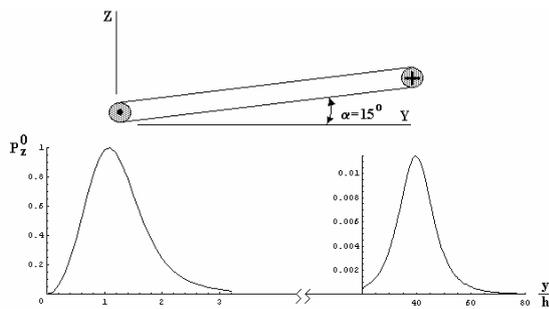


Рис. 5. Распределение нормальной составляющей силы магнитного давления на горизонтальную плоскость углового изгиба листовой заготовки для $\alpha = 15^\circ$, рассчитанное по формуле (17)

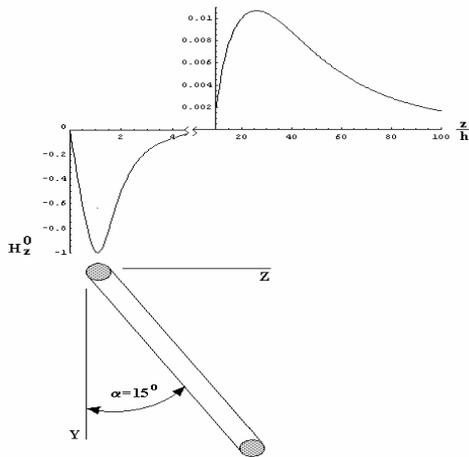


Рис. 6. Распределение тангенциальной компоненты напряжённости магнитного поля вдоль вертикальной поверхности углового изгиба листовой заготовки для $\alpha = 15^\circ$, рассчитанное по формуле (16)

Обратимся к оценке абсолютных значений измененных величин.

В настоящих вычислениях

$$H_{m1} \approx 0.2 \cdot H_m(t) = 0.2 \cdot \frac{I(t)}{(\pi h)}$$

Для амплитуды тока ≈ 100 кА при $h = 0.0005$ м –

$H_{m1} \approx 1.27 \cdot 10^7 \frac{\text{А}}{\text{м}}$, соответствующая величина магнитного давления будет равна $P_{m1} \approx 101.86$ МПа.

В целом же, результаты проведенных расчётов можно обобщить следующими положениями.

- Ток параллельных достаточно тонких токопроводов прямоугольного витка, помещённого во внутреннюю полость плоского угла изогнутого металлического листа с высокой удельной электропроводностью, возбуждает в компланарной плоскости интенсивные магнитные поля (при характерной для магнитно-импульсной обработки металлов величине тока ≈ 100 кА напряжённость достигает $\sim 10^7 \frac{\text{А}}{\text{м}}$) той же временной формы и мощные силы давления (до ~ 100 МПа) с максимумами пространственного распределения в точках с координатами, соответствующими положениям токопроводов (рис. 2, рис. 3).

- Превышение величины максимума поля и давления, возбуждаемого в зоне "дальнего" токопровода

(L, H), над соответствующей величиной в области "ближнего" токопровода (l, h), отмечаемое на графиках рис.2 и рис.3, действительно может иметь место на практике. Указанное превышение объясняется рассеянием энергии тока "ближнего" токопровода на возбуждение полей как в металле квазикомпланарной, так и в металле ортогональной поверхности плоского угла.

- Увеличение угла наклона плоскости витка к соответствующей поверхности до $\sim 15^\circ$ приводит к значительному снижению амплитуды напряжённости возбуждаемого поля (\sim на порядок) и величины магнитного давления (\sim на два порядка) со стороны тока "дальнего" токопровода (рис. 4, рис. 5). Физически, данный факт можно объяснить уменьшением электромагнитной связи между током и проводником, вследствие увеличения расстояния между ними (подтверждение на графике рис. 6).

- Вариация во взаимном расположении витка и одной из поверхностей плоского угла изогнутой листовой заготовки позволяет реализовать существенную концентрацию поля и давления в непосредственной близости от изгиба.

ВЫВОДЫ

1. Проведен теоретический анализ электродинамических процессов в индукторной системе, предназначенной для формовки углов в предварительно изогнутых металлических листах.

2. Получены аналитические выражения для компонент напряжённости магнитного поля, их достоверность подтверждается предельными переходами к известным и ранее описанным решениям.

3. Расчёты, проведенные для экспериментальной индукторной системы, осветили возможные варианты её конструктивного исполнения, позволяющие в конечном итоге повысить эффективность силового воздействия в зоне формируемого угла и снизить давления на прилегающие поверхности листовой заготовки.

ЛИТЕРАТУРА

- [1] S. Golovashchenko and others, Electromagnetic Forming of Aluminum Body Panels. TMS Annual Meeting and Exhibition. San Francisco, California. February 13-17, 2005.
- [2] Proceedings of the 1-st International Conference on High Speed Metal Forming. March 31/April 1. 2004 Dortmund, Germany.
- [3] Белый И.В., Фертик С.М., Хименко Л.Т., Справочник по магнитно-импульсной обработке металлов. Харьков: Вища школа. 1977. 189 с.
- [4] Шнеерсон Г.А., Поля и переходные процессы в аппаратуре сверхсильных токов. Л: "Энергия". 188 с., 1982 г.
- [5] Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хименко Л.Т., Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. Том 1. Издание второе, переработанное и дополненное. Под общей ред. д.т.н., проф. Батыгина Ю.В. Харьков: Изд."МОСТ-Торнадо".2003.- 285 с.
- [6] Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Магнитно-импульсная обработка тонкостенных металлов. Харьков: Изд."МОСТ-Торнадо".2002.- 288 с.
- [7] Т. Корн, Г.Корн, Справочник по математике для научных работников и инженеров. – М: Наука. 1973. – 831 с.

Поступила 30.03.2006