

## МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ УСТАНОВИВШИХСЯ РЕЖИМОВ ПАРАЛЛЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СИНХРОННЫХ ЭЛЕКТРОДВИГАТЕЛЕЙ КРУПНЫХ НАСОСНЫХ СТАНЦИЙ

Хонкулов У.Х.

САНИИРИ им. В.Д. Журина

Узбекистан, 700011, Ташкент, ул. А. Навои, 28а,

тел. (99871) 138-41-24, факс (99871) 139-87-82, e-mail: khonkulov@aci.uz

*Запропоновано математичні моделі усталених режимів паралельної роботи синхронних електродвигунів з урахуванням їх взаємного впливу, які дозволяють уточнити параметри роботи таких двигунів, особливо, у випадку, коли потужність мережі є сумірною з потужністю синхронних електродвигунів.*

*Предложены математические модели установившихся режимов параллельной работы синхронных электродвигателей с учетом их взаимного влияния, позволяющие уточнить параметры режимов работы таких двигателей, особенно, в случае, когда мощность сети соизмерима с мощностью синхронных электродвигателей.*

На крупных насосных станциях магистральных каналов Республики Узбекистан эксплуатируются, как правило, от 4-х до 12-и параллельно работающих крупных насосных агрегатов с осевыми и центробежными насосами, синхронными и асинхронными электродвигателями [1].

При параллельной работе синхронных электродвигателей насосных агрегатов наблюдается их неравномерная нагрузка вдоль насосной станции. Так, электродвигатели крайних агрегатов нагружены на 8-10 % меньше по сравнению с остальными [2]. Это объясняется тем, что в аванкамеры насосных станций вода поступает неравномерно, вследствие чего наблюдается их постоянное неравномерное заиление и ухудшение технического состояния.

При различной нагрузке параллельно работающих электрических машин они оказывают влияние друг на друга [3]. Это особенно характерно для синхронных электродвигателей насосных станций. Поэтому существует проблема определения режимов работы синхронных электродвигателей крупных насосных станций, которую можно решить на основе математического моделирования и других современных методов.

Рассмотрим математические модели установившихся режимов параллельной работы синхронных электродвигателей с учетом их взаимного влияния друг на друга.

На рис. 1 и 2 приведены векторные диаграммы для одного (рис. 1) и двух (рис. 2) параллельно работающих синхронных двигателей насосных агрегатов. В векторной диаграмме  $k$ -го синхронного электродвигателя вектор напряжения сети уравнивается обратным значением Э.Д.С. электродвигателя  $-E_q^k$ , активным и индуктивным падениями напряжения. Баланс напряжений составляется отдельно для осей  $d$  и  $q$ , что позволяет перейти от векторных к алгебраическим уравнениям вида:

$$\begin{aligned} -V \cdot \sin \delta^k &= x_q^k \cdot I_q^k + I_q^k \cdot x_c, \\ -V \cdot \cos \delta^k &= x_d^k \cdot I_d^k - E_q^k + I_d^k \cdot x_c, \end{aligned} \quad k=1, \dots, N, \quad (1)$$

где  $x_d^k, x_q^k$  – индуктивные сопротивления цепи статора по продольной и поперечной осям  $k$ -го синхронного электродвигателя;  $E_q^k$  – Э.Д.С. двигателя

по оси;  $I_d^k, I_q^k$  – токи по продольной и поперечной осям;  $V$  – напряжение статора;  $\delta^k$  – угол нагрузки;  $\varphi^k$  – угол между напряжением и током статора;  $I_d, I_q$  – суммарные токи электродвигателей по продольной и поперечной осям, проходящие через сопротивление сети  $x_c$ ;  $N$  – количество электродвигателей.

При параллельной работе синхронных электродвигателей их суммарные токи по продольной и поперечной осям, проходящие через сопротивление сети  $x_c$ , определяются следующим образом:

$$I_d = \sum_{k=1}^N I_d^k, \quad I_q = \sum_{k=1}^N I_q^k, \quad \text{где } k=1, \dots, N. \quad (2)$$

Взаимосвязь между  $I^k, \delta^k$  и  $\varphi^k$  имеет следующий вид:

$$I_d^k = -I^k \cdot \sin(\delta^k + \varphi^k), \quad I_q^k = -I^k \cos(\delta^k + \varphi^k). \quad (3)$$

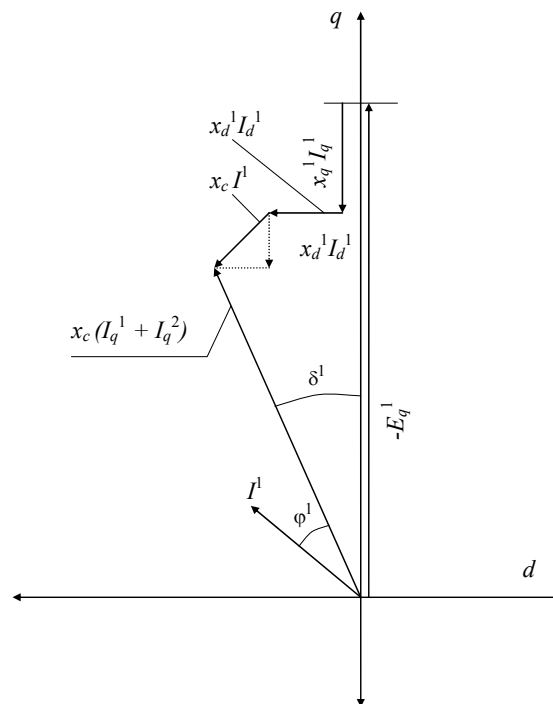


Рис. 1. Векторная диаграмма синхронного электродвигателя насосного агрегата с учетом питающей электрической сети

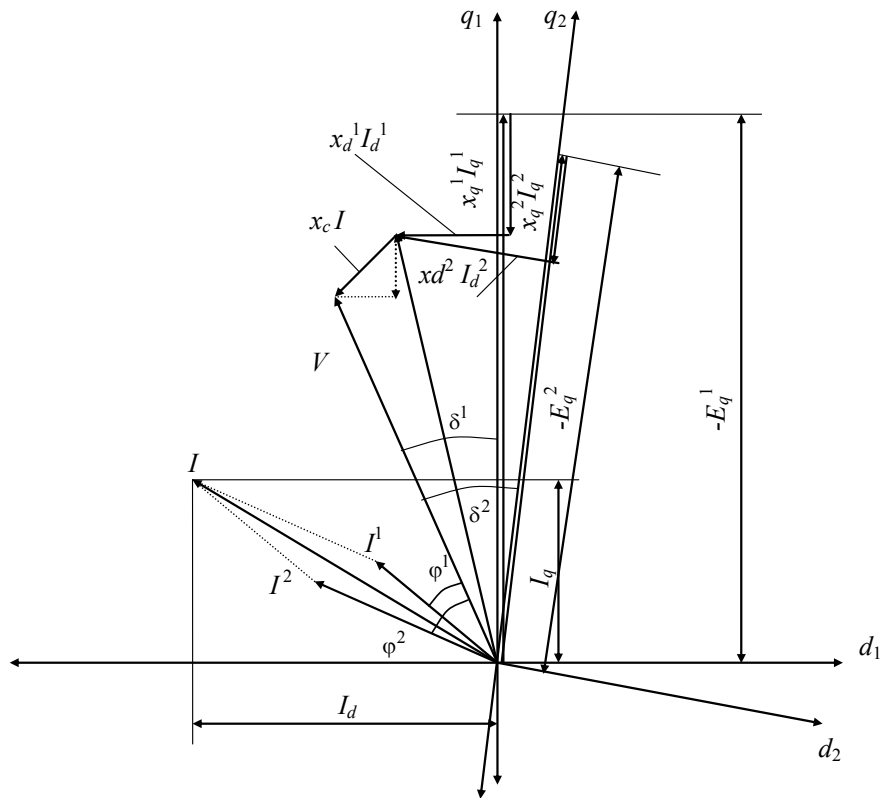


Рис. 2. Векторная диаграмма двух параллельно работающих синхронных электродвигателей с учетом влияния питающей электрической сети

В результате совместного решения системы уравнений (1) и (2) относительно  $I_d^k$  и  $I_q^k$ , получим:

$$I_d^k = \sum_{i=1}^N Y_{ki}^d \cdot (V \cdot \cos \delta^i - E_q^i), \quad I_q^k = \sum_{i=1}^N Y_{ki}^q \cdot V \cdot \sin \delta^i, \quad (4)$$

где  $Y_{ki}^d$  и  $Y_{ki}^q$  – проводимости взаимовлияния электродвигателей по осям  $d$  и  $q$ , которые зависят от  $x_{d_i}^k$ ,  $x_{q_i}^k$  и  $x_c$ .

Проводимости взаимовлияния параллельно работающих двух синхронных электродвигателей определяются следующим образом:

$$\begin{aligned} Y_{11}^d &= \frac{x_d^2 + x_c}{x_c^2 + (x_d^1 + x_c)(x_d^2 + x_c)}, \\ Y_{12}^d &= Y_{21}^d = \frac{x_c^2}{x_c^2 + (x_d^2 + x_c)(x_d^1 + x_c)}, \\ Y_{22}^d &= \frac{x_d^1 + x_c}{x_c^2 + (x_d^2 + x_c)(x_d^1 + x_c)}, \\ Y_{11}^q &= \frac{x_q^2 + x_c}{x_c^2 + (x_q^1 + x_c)(x_q^2 + x_c)}, \\ Y_{12}^q &= Y_{21}^q = \frac{x_c^2}{x_c^2 + (x_q^2 + x_c)(x_q^1 + x_c)}, \\ Y_{22}^q &= \frac{x_q^1 + x_c}{x_c^2 + (x_q^2 + x_c)(x_q^1 + x_c)}. \end{aligned} \quad (5)$$

В случае параллельной работы более двух электродвигателей с помощью методов диаоптики [4] и преобразования структурной схемы [5] выво-

дим рекуррентные соотношения для вычисления взаимовлияния проводимостей параллельно работающих электродвигателей:

Обозначим  $Y_{kc} = \frac{1}{x_k + x_c}$ , тогда выражение (5)

для  $Y_{mn}^{dk+1}$  примет вид:

$$\begin{aligned} Y_{mn}^{dk+1} &= \frac{Y_{mn}^{dk}}{1 + \frac{Y_{mn}^{dk} \cdot Y_{kc}^d \cdot x_c^2 \cdot \left[ \sum_{i=1}^k Y_{ni}^{dk} \right]}{1 + Y_{kc}^d \cdot x_c^2 \cdot \left[ \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^k Y_{ij}^{dk} \right]} - Y_{kc}^d \cdot x_c \sum_{j=1}^k Y_{jn}^{dk}}, \\ Y_{k+1n}^{dk+1} &= \frac{Y_{k+1n}^{dk}}{1 + Y_{kc}^d \cdot x_c^2 \sum_{i=1}^k \sum_{i=1}^k Y_{ij}^{dk}} - Y_{kc}^d \cdot x_c \sum_{j=1}^k Y_{ij}^{dk}}, \\ Y_{k+1k+1}^{dk+1} &= \frac{Y_{kc}^d}{1 + Y_{kc}^d \cdot x_c^2 \sum_{j=1}^k \sum_{j=1}^k Y_{ij}^{dk}} - Y_{kc}^d \cdot x_c \sum_{j=1}^k Y_{ij}^{dk}}, \\ Y_{mk+1}^{dk+1} &= \frac{Y_{mk+1}^{dk}}{1 + Y_{kc}^d \cdot x_c^2 \sum_{j=1}^k \sum_{j=1}^k Y_{ij}^{dk}} - Y_{kc}^d \cdot x_c \sum_{j=1}^k Y_{ij}^{dk}}, \end{aligned} \quad (6)$$

$m, n = 1, \dots, k, k=2, \dots, N-1$ ,  
а выражение (5) для  $Y_{mn}^{qk+1}$  будет иметь вид:

$$Y_{mn}^{qk+1} = \frac{Y_{mn}^{qk}}{1 + \frac{Y_{mn}^{qk} \cdot Y_{kc}^q \cdot x_c^2 \left[ \sum_{i=1}^k Y_{ni}^{qk} \right]}{1 + Y_{kc}^q \cdot x_c^2 \left[ \sum_{j=1, j \neq n}^k \sum_{i=1}^k Y_{ij}^{qk} \right]}}$$

$$Y_{k+1k+1}^{qk+1} = \frac{Y_{kc}^q}{1 + Y_{kc}^q x_c^2 \sum_{j=1}^k \sum_{i=1}^k Y_{ij}^{qk}}$$

$$Y_{k+1n}^{qk+1} = \frac{-Y_{kc}^q x_c \sum_{j=1}^k Y_{jn}^{qk}}{1 + Y_{kc}^q x_c^2 \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k Y_{ij}^{qk}}$$

$$Y_{mk+1}^{qk+1} = \frac{-Y_{kc}^q x_c \sum_{j=1}^k Y_{ij}^{qk}}{1 + Y_{kc}^q x_c^2 \sum_{i=1}^k \sum_{j=1}^k Y_{ij}^{qk}}, \quad (7)$$

$m, n = 1, \dots, k, k = 2, \dots, N - 1$ ,  
где  $N$  – количество параллельно работающих электродвигателей.

Активная мощность  $k$ -го электродвигателя, получаемая из электрической сети, равна:

$$P_k = m \cdot V \cdot I^k \cdot \cos \phi^k = m \cdot V \cdot (I_d^k \cos \delta^k + I_q^k \sin \delta^k). \quad (8)$$

Подставляя в (8) значения  $I_d^k$  и  $I_q^k$  из (4), получим уравнение для расчета активной мощности  $k$ -го двигателя:

$$P_k = \sum_{i=1}^N \left[ m \cdot V \cdot Y_d^{ki} \cdot E_q^i \sin \delta^k + m \cdot V^2 \cdot \left( Y_q^{ki} \cdot \sin \delta^i \cdot \cos \delta^k - Y_d^{ki} \cdot \cos \delta^i \cdot \sin \delta^k \right) \right]. \quad (9)$$

Реактивная мощность, выдаваемая  $k$ -ым синхронным электродвигателем в установившемся режиме, равна:

$$Q_k = -m \cdot V \cdot (I_d^k \cos \delta^k - I_q^k \sin \delta^k). \quad (10)$$

Подставляя в формулу (10) значения  $I_d$  и  $I_q$  из (4), получим:

$$Q_k = \sum_{i=1}^N \left[ m \cdot V \cdot Y_d^{ki} \cdot E_q^i \cdot \cos \delta^k - m \cdot V^2 \cdot \left( Y_q^{ki} \cdot \sin \delta^i \cdot \sin \delta^k + Y_d^{ki} \cdot \cos \delta^i \cdot \cos \delta^k \right) \right]. \quad (11)$$

При  $N=2$  активная мощность синхронного электродвигателя равна:

$$P_1 = m \cdot V \cdot \left( Y_d^{11} \cdot E_q^1 + Y_d^{12} \cdot E_q^2 \right) \sin \delta^1 + \frac{m \cdot V^2}{2} \left( Y_d^{11} + Y_q^{11} \right) \cdot \sin 2\delta^1 + m \cdot Y^2 \cdot \left( Y_q^{12} \cdot \sin \delta^2 \cdot \cos \delta^1 - Y_d^{12} \cdot \sin \delta^1 \cdot \cos \delta^2 \right),$$

$$P_2 = m \cdot V \cdot \left( Y_d^{21} \cdot E_q^1 + Y_d^{22} \cdot E_q^2 \right) \sin \delta^2 + \frac{m \cdot V^2}{2} \left( Y_d^{21} + Y_q^{21} \right) \cdot \sin 2\delta^2 + m \cdot Y^2 \cdot \left( Y_q^{21} \cdot \sin \delta^1 \cdot \cos \delta^2 - Y_d^{21} \cdot \sin \delta^2 \cdot \cos \delta^1 \right)$$

Реактивная мощность:

$$Q_1 = m \cdot V \cdot \left[ E_q^1 \cdot Y_d^{11} + E_q^2 \cdot Y_d^{12} \right] \cos \delta^1 - m \cdot V^2 \cdot \left[ Y_q^{11} \cdot \sin^2 \delta^1 + Y_q^{12} \cdot \sin \delta^2 \cdot \sin \delta^1 + Y_d^{11} \cdot \cos^2 \delta^1 + Y_d^{12} \cdot \cos \delta^2 \cdot \cos \delta^1 \right],$$

$$Q_2 = m \cdot V \cdot \left[ E_q^1 \cdot Y_d^{21} + E_q^2 \cdot Y_d^{22} \right] \cos \delta^2 - m \cdot V^2 \cdot \left[ Y_q^{21} \sin \delta^1 \cdot \sin \delta^2 + Y_q^{22} \sin^2 \delta^2 + Y_d^{21} \cdot \cos \delta^1 \cos \delta^2 + Y_d^{22} \cos^2 \delta^2 \right].$$

На основе полученных соотношений проведено моделирование установившихся режимов параллельно работающих синхронных электродвигателей насосных агрегатов первой насосной станции Каршинского магистрального канала. Использовались следующие параметры параллельно работающих синхронных электродвигателей насосных агрегатов:  $x_{d1}^1 = 0,807$ ;  $x_{q1}^1 = 0,55$ ;  $x_{ad1}^1 = 0,705$ ;  $x_{d2}^2 = 0,804$ ;  $x_{q2}^2 = 0,52$ ;  $x_{ad2}^2 = 0,71$ ;  $x_{d3}^3 = 0,80$ ;  $x_{q3}^3 = 0,5$ ;  $x_{ad3}^3 = 0,71$ ;  $x_{d4}^4 = 0,80$ ;  $x_{q4}^4 = 0,5$ ;  $x_{ad4}^4 = 0,71$ ;  $x_{d5}^5 = 0,80$ ;  $x_{q5}^5 = 0,52$ ;  $x_{ad5}^5 = 0,71$ ;  $x_{d6}^6 = 0,80$ ;  $x_{q6}^6 = 0,5$ ;  $x_{ad6}^6 = 0,70$ ;  $x_c = 0,01$ ;  $V=1,0$ . В табл.1 приведены взаимные проводимости синхронных двигателей, рассчитанные по формулам (5) – (7) а в табл. 2 - результаты моделирования установившихся режимов без учета и с учетом взаимовлияния параллельно работающих двигателей при различных значениях углов нагрузки ( $\delta^k$ ) и токов возбуждения ( $I_e^k$ ).

Таблица 1

Расчетные взаимные проводимости параллельно работающих синхронных электродвигателей насосных агрегатов первой насосной станции Каршинского магистрального канала

Проводимость, $Y_{ijq}$							Проводимость, $Y_{ijd}$					
$i, j$	1	2	3	4	5	6	1	2	3	4	5	6
1	1,7814	-0,0319	-0,0344	-0,0336	-0,0317	-0,0294	1,2229	-0,0150	-0,0149	-0,0147	-0,0145	-0,0143
2	-0,0319	1,8818	-0,0363	-0,0356	-0,0335	-0,0311	-0,0150	1,2275	-0,0149	-0,0147	-0,0145	-0,0143
3	-0,0344	-0,0363	1,9559	-0,0370	-0,0349	-0,0324	-0,0149	-0,0149	1,2296	-0,0148	-0,0145	-0,0143
4	-0,0336	-0,0356	-0,0370	1,9561	-0,0349	-0,0324	-0,0147	-0,0147	-0,0148	1,2290	-0,0145	-0,0143
5	-0,0317	-0,0335	-0,0349	-0,0349	1,8831	-0,0312	-0,0145	-0,0145	-0,0145	-0,0145	1,2261	-0,0143
6	-0,0294	-0,0311	-0,0324	-0,0324	-0,0214	1,7829	-0,0143	-0,0143	-0,0144	-0,0144	-0,0143	1,2261

Режим работы насосных агрегатов НС-1 КМК									
№ НА	Режим работы насосных агрегатов НС-1 КМК								
	$\delta_i$	$I_a^i$	$E_q^i$	$I_d^i$	$I_q^i$	$P_i$	$Q_i$	$S_i$	$\cos(\varphi_i)$
С учетом взаимовлияния электродвигателей									
1	12,500	0,950	0,670	0,353	0,348	0,790	-0,808	1,130	0,699
2	13,500	0,950	0,675	0,344	0,400	0,927	-0,722	1,175	0,789
3	14,000	0,950	0,675	0,342	0,433	1,013	-0,680	1,220	0,830
4	14,000	0,950	0,675	0,342	0,434	1,014	-0,680	1,221	0,831
5	13,500	0,950	0,675	0,344	0,401	0,930	-0,721	1,177	0,790
6	12,500	0,950	0,675	0,349	0,401	0,949	-0,761	1,216	0,780
Без учета взаимовлияния электродвигателей									
1	12,500	0,950	0,670	0,379	0,393	0,904	-0,856	1,245	0,726
2	13,500	0,950	0,675	0,370	0,448	1,048	-0,766	1,298	0,807
3	14,000	0,950	0,675	0,368	0,483	1,139	-0,720	1,347	0,845
4	14,000	0,950	0,675	0,368	0,483	1,139	-0,720	1,347	0,845
5	13,500	0,950	0,675	0,370	0,448	1,048	-0,764	1,297	0,808
6	12,500	0,950	0,670	0,380	0,393	0,904	-0,859	1,247	0,725
С учетом взаимовлияния электродвигателей									
1	12,500	1,000	0,705	0,313	0,348	0,816	-0,690	1,068	0,764
2	13,500	1,000	0,710	0,303	0,400	0,956	-0,602	1,130	0,846
3	14,000	1,000	0,710	0,301	0,433	1,043	-0,561	1,184	0,881
4	14,000	1,000	0,710	0,301	0,434	1,044	-0,560	1,185	0,881
5	13,500	1,000	0,710	0,303	0,401	0,959	-0,602	1,132	0,847
6	12,500	1,000	0,710	0,308	0,401	0,976	-0,641	1,167	0,836
Без учета взаимовлияния электродвигателей									
1	12,500	1,000	0,705	0,336	0,393	0,932	-0,728	1,183	0,788
2	13,500	1,000	0,710	0,326	0,448	1,079	-0,637	1,253	0,861
3	14,000	1,000	0,710	0,324	0,483	1,171	-0,592	1,312	0,892
4	14,000	1,000	0,710	0,324	0,483	1,171	-0,592	1,312	0,892
5	13,500	1,000	0,710	0,326	0,448	1,079	-0,636	1,252	0,862
6	12,500	1,000	0,705	0,337	0,393	0,932	-0,731	1,184	0,787
С учетом взаимовлияния электродвигателей									
1	12,500	1,100	0,776	0,231	0,350	0,876	-0,450	0,985	0,889
2	13,500	1,100	0,781	0,221	0,400	1,014	-0,363	1,077	0,941
3	14,000	1,100	0,781	0,219	0,433	1,102	-0,322	1,148	0,960
4	14,000	1,100	0,781	0,219	0,434	1,103	-0,321	1,149	0,960
5	13,500	1,100	0,781	0,221	0,401	1,016	-0,363	1,079	0,942
6	12,500	1,100	0,781	0,226	0,401	1,029	-0,400	1,104	0,932
Без учета взаимовлияния электродвигателей									
1	12,500	1,100	0,776	0,249	0,393	0,989	-0,473	1,096	0,902
2	13,500	1,100	0,781	0,238	0,448	1,141	-0,380	1,202	0,949
3	14,000	1,100	0,781	0,235	0,483	1,235	-0,335	1,279	0,965
4	14,000	1,100	0,781	0,235	0,483	1,235	-0,335	1,279	0,965
5	13,500	1,100	0,781	0,237	0,448	1,141	-0,379	1,202	0,949
6	12,500	1,100	0,776	0,249	0,393	0,989	-0,475	1,097	0,902

Из табл. 2 видно, что результаты расчетов установившихся режимов параллельно работающих синхронных двигателей с учетом и без учета взаимовлияния существенно различаются. Так, значения активной мощности  $P_k$  без учета взаимовлияния электродвигателей на 10-12 % больше, чем с взаимовлиянием. Такие же различия наблюдаются и для других параметров электродвигателей. Таким образом, предложенные выше зависимости позволяют более точно рассчитывать основные параметры установившихся режимов параллельно работающих синхронных электродвигателей, что необходимо учитывать при определении этих режимов, особенно в тех случаях, когда мощность электрической сети соизмерима с мощностью синхронных электродвигателей насосных агрегатов.

#### ЛИТЕРАТУРА

- [1] Рахимов Ш.Х. Управление системами машинного водоподъема. – Ташкент: Фан, 1986. - 137 с.
- [2] Дуденко И.К., Очилов Р.А. и др. Опыт эксплуатации Каршинского магистрального канала с каскадом насосных станций. – Ташкент: Мехнат, 1987.
- [3] Волдек А.И. Электрические машины. – Л.: Энергия, 1974. - 840 с.
- [4] Шаталов А.С. Структурные методы в теории управления и энерго-автоматике. – М.: Энергия, 1962. - 408 с.
- [5] Воронов А.А. Основы теории автоматического управления. – М.: Энергия, 1966. - 364 с.

Поступила 01.03.2006