УДК 612.315.57

ДИНМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ РАЗВИТИЯ ДУГОВОГО РАЗРЯДА

Павленко Т.П., к.т.н., доц.
Национальный технический университет "Харьковсий политехнический институт"
Украина 61002, Харьков, ул. Фрунзе,21, НТУ "ХПИ", кафедра "Электрические аппараты"
тел. (057) 707-62-81

У роботі розглянут вплив дугових процесів на робочу поверхню електродів. Аналіз проводиться на основі систем зрівняння тепло-масо та -електропереносу в динамічній системі катод-локально рівноважна плазма-анод. У наслідку здійснуваного аналізу здобути рішення, що до пов'язання з діскретним переміщенням катодних плям, впливом високоентальпійних потоків газів та плазми, що до надходження їх з приелектродних областей та безпосередньої дії механізму ерозії контактів та електродів.

В данной работе рассматривается влияние дуговых процессов на рабочую поверхность электродов. Анализ проводится на основе системы уравнений тепло-массо-электропереноса в динамической системе катод-локально разогретая плазма-анод. В результате проведенного анализа достигнуты решения, связанные с дискретным перемещением катодных пятен, показано влияние высокоэнтальпийных потоков газов и плазмы, поступающих из приэлектродных областей и непосредственное действие механизма эрозии на контакты и электроды.

Актуальность, которую в настоящее время приобрела проблема моделирования дугового разряда объясняется большим практическим значением данного физического явления.

Без всестороннего изучения электроразрядных процессов невозможно в короткие сроки существенно повысить эксплуатационные характеристики контактных электрических аппаратов и ряда газоразрядных устройств, равно как и решить проблему дефицита дорогостоящих контактных материалов.

В научной литературе теория дугового разряда и сопутствующих ему электроэрозионных явлений находится в стадии изучения и разработки. Данная ситуация вынуждает при проектировании и исследовании рассматриваемых типов устройств прибегать к мало эффективным (из-за длительности и трудоемкости) и дорогостоящим многофакторным экспериментам.

Предлагаемая трехмерная динамическая модель является развитием и обобщением моделей Брауна, Крижанского и Ли [1, 2, 6] на основе современных представлений о роли атомарных процессов и квантомеханической природе электронной эмиссии в катодных пятнах дуги.

Согласно известным данным, температурное и электрическое поля в локально равновесной плазме (характерной для положительного ствола дуги) и контактирующих с ней контактных накладок или электродах могут быть описаны следующими уравнениями.

- уравнение теплопроводности

$$\rho_i \cdot c_i \cdot \frac{\partial T_i}{\partial t} = \mathrm{div}(\lambda_i(T_i)\cdot \mathrm{grad} T_i) + \\ + \gamma_i(T_i)\cdot I \cdot \bar{\nabla} \cdot \varphi_i \cdot I^2 - P_i(T_i) \quad (1)$$

- уравнение для потенциала электрического поля

$$\mathrm{div}(\gamma_i(T_i)\cdot \mathrm{grad}\varphi_i) = 0, M \in V_i, t > 0, i = 1,2,3 \quad (2)$$

- условие Стефана

$$\lambda_i^+ \cdot \frac{\partial T_i^+}{\partial n} - \lambda_i^- \cdot \frac{\partial T_i^-}{\partial n} = \rho_i \cdot \alpha_i \cdot \upsilon_n, T_i^+ = T_i^- = T_{fi}, \\ M \in S_{fi}, i = 2,3. \quad (3)$$

уравнение для теплового и электрического потоков на границе катод- плазма

$$\lambda_3 \cdot \frac{\partial T_3}{\partial n} - \lambda_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial n} = q_{13}, \gamma_3 \cdot \frac{\partial \varphi_3}{\partial n} = \gamma_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial n} \quad (4)$$

- условия непрерывности температурного и электрического полей на границе плазмы

$$T_1 = T_3, \varphi_1 - \varphi_3 = U_k, M \in S_{13}, \quad (5)$$

$$T_1 = T_2, \varphi_2 - \varphi_1 = U_A, M \in S_{12} \quad (6)$$

- - уравнение для теплового и электрического потоков на границе анод - плазма, функции q_{12} и q_{13} определяются из балансов энергии в приэлектродных областях

$$\lambda_1 \cdot \frac{\partial T_1}{\partial n} - \lambda_2 \cdot \frac{\partial T_2}{\partial n} = q_{12}, \gamma_2 \cdot \frac{\partial \varphi_2}{\partial n} = \gamma_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial n}, \quad (7)$$

$$T_i(M,0) = T_{0i}(M), M \in V_i, i = 1,2,3, \quad (8)$$

$$T_i(\infty, t) = T_0, \varphi_2(\infty) = 0, \quad (9)$$

где $T_i(M)$- температура в точке $M \in V_i$; ρ_i -массовая плотность; λ_i - удельная теплопроводность; γ_i - удельная электропроводность; φ_i - потенциал электрического поля; t - время; p_i -удельные объемные потери плазмы на излучение, i=1; p_2=p_3=0.

Расчетная область $V=V_1 \cup V_2 \cup V_3$, V_1 – слой; V_2 - полупространство, $Z>L$; L- расстояние между контактами и электродами; V_3 - полупространство, $z<0$; z - аппликата; T_{fi} -температура плавления материала электродов,

$$\lambda_i^+ = \lambda_i \cdot (T_{fi} + 0), \ \lambda_i^- = \lambda_i \cdot (T_{fi} - 0),$$

α_i - скрытая теплота плавления; υ_n - скорость движения фронта плавления; U_k - катодное падение напряжения; U_A - анодное падение напряжения; T_{oi} (M) - начальное распределение температур; T_0 - значение температур на бесконечности; индекс i=1 соответствует плазме, i=2 - аноду, i=3 -катоду.

Из приэлектродных балансов энергии [3,6] имеем:

$$q_{12} \cdot \delta_A \cdot (U_A + U_e + W_{eA}) + q_{изл} - q_{исп2}, \qquad (10)$$

$$q_{13} = \delta_k \cdot f\left(\beta \cdot k_1 \cdot U_k + U_u + \frac{m_3}{e} \cdot \chi_3 - W_{ek}\right) + \delta_k \cdot F \times$$
$$\times \left[(1-f) \cdot U_k - f \cdot U_и\right] - \delta_k \cdot (1-f) \cdot W^* + q_{изл} - q_{исп3}, \qquad (11)$$

где δ_A - плотность тока на поверхоссти анода, δ_k - плотность тока на поверхности катода, т.е.

$$\delta_A = \gamma_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial n}, M \in S_{12}, \delta_k = \gamma_1 \cdot \frac{\partial \varphi_1}{\partial n}, M \in S_{13},$$

где W_{ek} - работа выхода электронов из катода; W_{eA} - напряжение, соответствующее энергии нейтрализации однозарядного иона материала анода; U_e - напряжение теплового движения электронов у поверхности анода, в приближении ферми-газа $U_e = 2k \cdot T/e$; e - заряд электрона; $q_{изл}$ - плотность лучистого потока энергии из ствола дугового разряда,

$$q_{исп i} = \chi_i \cdot \sqrt{\frac{m_i}{2\pi \cdot k_з \cdot T_i}} \cdot p_{Hi}(T_i), i = 2{,}3,$$

где $k_Б$ - постоянная Больцмана; χ_i - теплота испарения; m_i - абсолютная масса атома материала электрода; $p_{Hi}(T)$ - давление насыщенных паров материала электрода при температуре, равной T; f - ионная доля тока на поверхности электрода; β - коэффициент аккомодации иона; k_1 - коэффициент потерь энергии иона на пути к катоду; $U_И$ - эффективный потенциал газа вблизи катода; F - доля энергии ускоренных в зоне катодного потенциала эмиссионных электронов, излучаемых на катод; W^* - удельные потери в электроде на эмиссию электронов.

Имеется также условие (вследствие закона полного тока):

$$\int_{S_{13}} \delta_n \cdot dS = I, \qquad (12)$$

где I - коммутируемый ток.

Система (1-12) незамкнута в силу отсутствия уравнений определяющих условия эмиссии в катодных пятнах.

Имеющиеся в литературе модели Маккоуна, Ли и других исследователей [1,6] не в состоянии адекватно объяснить многие экспериментально наблюдаемые явления: дискретные перемещения катодных пятен, столь высокие плотности тока порядка 10^{12} А/м^2 и выше, высокоэнтальпийные потоки газа и плазмы из приэлектродных областей, а также непосредственный механизм эрозии.

В предлагаемой модели осуществляются решения данной проблемы.

Модель прикатодных процессов дает непротиворечивую интерпретацию и формализованное описание основных экспериментальных фактов теории дугового разряда и в концептуальном плане основана на комплексном подходе.

Объективная необходимость такого подхода объясняется сложной взаимозависимостью твердотельных, поверхностных, межфазных, плазменных, электрических и тепловых процессов дугового разряда.

Исходными предпосылками предлагаемой модели являются следующие положения:

- Электронная эмиссия в развитом катодном пятне имеет туннельную природу и поэтому может быть описана только на уровне квантомеханических представлений.
- Важнейшими факторами формирования области положительного заряда являются атомарные процессы возбуждения, ионизации и резонансной перезарядки, имеющие наибольшие сечения взаимодействия.
- Основным механизмом поступления нейтралов в область ионизации в квазистационарном режиме катодного пятна является испарение с поверхности электродов.
- Основная часть ускоренных в зоне катодного падения напряжения ионов после нейтрализации имплантируется инерционным образом вглубь катода.

Положения 1, 4, 5 являются следствиями известных экспериментальных фактов [1-7]. Первые три пункта представляют собой рабочую гипотезу автора модели, подтвержденную результатами последующих вычислительных экспериментов на ЭВМ.

С учетом сделанных замечаний можно записать следующие системы уравнений квазистационарного катодного слоя:

$$\upsilon \cdot \frac{\partial f_0}{\partial z} = -\nu_i \cdot f_0 + \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_n \cdot (|\upsilon - \xi|) \times$$
$$\times \{f_0(z,\xi) \cdot f_i(z,\upsilon) - f_0(z,\upsilon) \cdot f_i(z,\xi)\} \cdot |\upsilon - \xi| \cdot d\xi, \qquad (13)$$

$$\upsilon \cdot \frac{\partial f_i}{\partial z} - \frac{eE}{m_3} \cdot \frac{\partial f_i}{\partial \upsilon} = \nu_i \cdot f_0 + \int_{-\infty}^{\infty} \sigma_n \cdot (|\upsilon - \xi|) \times$$
$$\times \{f_0(z,\upsilon) \cdot f_i(z,\xi) - f_0(z,\zeta) \cdot f_i(z,\upsilon)\} \cdot |\upsilon - \xi| \cdot d\xi, \qquad (14)$$

$$\frac{dE^2}{d\varphi} = -\frac{2e \cdot (n_i - n_e)}{\varepsilon_0}, E(U_k) = 0, \qquad (15)$$

$$\frac{d^2\Psi}{dz^2} + \frac{2m_e}{\hbar^2} \cdot (\varepsilon + e\varphi - \varepsilon_F + U(z))\Psi = 0, \qquad (16)$$

где f_0 - функция распределения нейтралов; f_i - соответственно ионов в прикатодном слое $0<z<L$ или $0<\varphi<U_k$; υ - скорость движения атомов и ионо; σ - сечение резонансной перезарядк; E - напряженность электрического пол; φ - потенциал электрического пол; ν_i - -частота ионизации, по определению

$$\nu_i = \sigma_i(\varphi) \cdot |\delta_e| / e,$$

где σ_i - сечение ионизации; δ_e - плотность электронного тока; n_i - концентрация ионов; n_e - концентрация электронов, по определению:

$$n_i = \int_{-\infty}^{\infty} f_i(z,\upsilon) d\upsilon, \; n_e = -\delta_e / \upsilon_e, \; \upsilon_e = \sqrt{\frac{2e \cdot \varphi}{m_e}}.$$

ε_0 - диэлектрическая ионизация; Ψ - скалярная функция стационарных состояний электрона с энергией ε и массой m_e; $U(z)$ - функция потенциального барьера; ε_f - уровень ферми электронного газа катода; $\hbar$ - постоянная Планка,

$$\delta_e = -e\int_0^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty} D(\bar{p}) \cdot f_F(\bar{p}) \cdot p_z \cdot \frac{d\bar{p}}{m_e}, \qquad (17)$$

где f_F - функция Ферми распределения электронов по импульсам; $\bar{p}$ - $(p_x,\ p_y, p_z)$; $\varepsilon = p^2/2m_e$, $D(\bar{p})$ - проницаемость потенциального барьера для электронов импульсов $\bar{p}$,

$$D(\bar{p}) = \frac{4\left|\Psi_1 \cdot \Psi_2' - \Psi_2' \cdot \Psi_2\right|^2}{(\Psi_1 + \Psi_2')^2 + (\Psi_1'/k - k \cdot \Psi_2)^2}, \qquad (18)$$

где $\psi_1=\psi_1(z_2)$ и $\psi_2=\psi_2(z_2)$ - фундаментальные решения уравнения Шриденгера (16),

$$\Psi_1(z_1) = 1, \Psi_2(z_1) = 0, \Psi_1'(z_1) = 0, \Psi_2'(z_1) = 1,$$

где z_1 и z_2 определяются условиями:

$$z_1 < z_2, \varepsilon + e \cdot \varphi(z_j) - \varepsilon_F - U(z_j) = 0, j = 1,2,$$

k - модуль волнового вектора электрона.

Для кинетических уравнений (13) - (14) имеют место условия однозначности:

$$f_0(0, \upsilon) = g(\upsilon, T_3, \chi_3), \qquad (19)$$

$$f_i(L, \upsilon) = 0, \qquad (20)$$

$$f_0(z, \pm\infty) = f_i(z, \pm\infty) = 0, \qquad (21)$$

где g (υ, T_3, χ_3) - функция распределения по скоростям атомов, испаряющихся с поверхности катода.

В случае ступенчатого характера ионизации, характерного для паров щелочных металлов и ртути, в уравнениях (13) и (14) следует, согласно принципу детального равновесия, взять вместо ν_i сумму $\nu_i+\nu^*$, где ν^* - частота возбуждения метастабильных уровней паров материала катода.

Аналогичная система уравнений (13) - (21) также описывает процессы прианодного слоя. Однако для большинства рассматриваемых режимов работы низковольтной аппаратуры роль прианодных процессов незначительна и в данной работе они не рассматриваются.

Таким образом, анализ показывает, что система (1) - (21) представляет собой пример замкнутой модели дугового разряда.

Эффективное исследование ее свойств и решений возможно только на основе вычислительного эксперимента. Однако, такая система позволяет без ущерба адекватности провести декомпозицию модели.

Известно, что основными факторами, определяющими динамику температурного режима катодного пятна являются энергия поглащенного катодом тормозного и рекомбинационного излучения из области объемного заряда эмитированных электронов, энергии аккомодации и нейтрализации ионов, потери на эмиссию, испарение и кондуктивный теплоотвод.

Энергией излучения из положительного ствола дуги в пределы катодного пятна и с поверхности катода в окружающее пространство можно пренебречь, поскольку эти составляющие на 2...3 порядка меньше по абсолютной величине выше перечисленных.

По этой причине катодные процессы обладают большой автономность, что существенно экономизирует задачу.

Другое упрощение связано с незначительной ролью объемных источников тепла (как это принято считать в настоящее время).

Задача расчета температурного поля катода характеризуется рядом особенностей, без учета которых невозможно эффективное машинное моделирование.

К ним относятся:

1. Движение границы области вследствие эрозии по закону, определяемому температурным распределением.

2. Сингулярность стефановского типа, вызванная наличием фазовых переходов первого рода.

3. Нелинейность в силу температурной зависимости коэффициентов переноса, энтропии и плотности поверхностных источников.

Введем в рассмотрение цилиндрическую систему координат с началом в центре катодного пятна и сформулируем, учитывая осевую симметрию краевую задачу для температурного поля:

$$\rho \cdot c \cdot \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}(\lambda(T) \cdot r \cdot \frac{\partial T}{\partial r}) + \frac{\partial}{\partial z}(\lambda(T) \cdot \frac{\partial T}{\partial z}), \qquad (22)$$

$$z < \rho_0(r,t), t > 0, r \geq 0;$$

$$(-\lambda \cdot \mathrm{grad} T, \overline{n_s}) = \delta \cdot U_{\text{кэ}} - \chi \cdot \sqrt{\frac{m}{2\pi \cdot k_{\text{Б}} \cdot T}} \cdot p_{\text{н}}(T), \qquad (23)$$

$$\mathrm{z} = \eta_0(r,t),$$

$$(\lambda^+ \cdot \mathrm{grad} T^+ - \lambda^- \cdot \mathrm{grad} T^-, \overline{n}_f) = \rho \cdot \alpha \cdot \upsilon_n, \qquad (24)$$

$$T^+ = T^- = T_f, M \in S_f(t), \qquad (25)$$

$$T(r,z,0) = T_0(r,z), \left|T(r,z,t)\right| < \infty, \qquad (26)$$

$$\forall r,z,t$$

где приняты обозначения, показанные ранее, а индекс i=3 для упрощения записи опущен; r - полярный радиус; Z- аппликата; $\eta_0(r,t)$- функция, задающая поверхность фазового перехода жидкость - пар, т.е. подвижную границу области; δ - плотность тока на поверхности катода; $U_{\text{кэ}}$ - эквивалентное прикатодное падение напряжения, согласно (11) и принятым допущения; $\overline{n}_s$ - нормаль к поверхности плавления; υ_n - скорость ее движения.

Закон движения границы области определится в виде:

$$\rho \cdot u_n = \sqrt{\frac{m}{2\pi \cdot k_{\text{Б}} \cdot T}} \cdot p_{\text{н}}(T) - \frac{m}{e} \cdot f \cdot \delta, \qquad (28)$$

где u_n - нормальная составляющая скорости движения границы, в координатном представлении:

$$u_n = -\frac{\frac{\partial \eta_0}{\partial t}}{\left(1+\left(\frac{\partial \eta_0}{\partial r}\right)^2\right)^{1/2}} . \qquad (29)$$

Следует иметь в виду, что параметры в формулах (23, 27, 28) - δ, *f*, β, k_I, U_k ,w^*, являются сложными функционалами, зависящими от температуры. Отношения и алгоритм их расчета будут даны в последующих работах.

Численная реализация системы (22) - (29) связана с трудностями аппроксимации подвижных границ фазовых переходов. Поэтому целесообразно переформулировать задачу таким образом, чтобы свести ее к традиционному типу краевых задач с неподвижными границами.

Введем в рассмотрение функции

$$Q(T) = \int_0^T \rho \cdot c \cdot dT + \rho_f \cdot \alpha \cdot \theta \cdot (T - T_f),$$

$$\Lambda(T) = \int_0^T \lambda(T) \cdot dT, \quad \rho_f = \rho(T_f - 0),$$

где $\theta(x)$ - функция Хевисайда.

В этом случае, согласно уравнениям (22), (24), (25) будут эквивалентны соотношению:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}(r \frac{\partial \Lambda}{\partial r}) + \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial z^2}, \qquad (30)$$

$$z < \eta_0(r,t)$$

Осуществим в системе (22) - (30) замену переменных по правилу:

$$t_1 = t, \quad r_1 = r, \quad z_1 = z - \eta_0(r,t),$$

при условии, что

$$R^{-2} \int_0^R \left\{ \left| \frac{\partial \eta_0}{\partial r} \right| + R \left| \frac{\partial^2 \eta_0}{\partial r^2} \right| \right\} r dr << 1,$$

$$\frac{\partial \eta_0}{\partial r}, \frac{\partial^2 \eta_0}{\partial r^2}$$

т.е. в среднем достаточно малы,

где R - радиус катодного пятна.

Данное условие всегда выполняется для реально имеющих место контактных пятен.

С учетом сделанных замечаний постановка (22)-(29) принимает более компактную форму:

$$\frac{\partial Q}{\partial t} = \frac{1}{r} \cdot \frac{\partial}{\partial r}(r \frac{\partial \Lambda}{\partial r}) + \frac{\partial^2 \Lambda}{\partial z_1^2} + \frac{1}{\rho} \cdot \frac{\partial Q}{\partial z_1} \times$$

$$\times \left(\sqrt{\frac{m}{2\pi \cdot k_{\text{Б}} \cdot T_s}} \cdot p_{\text{н}}(T_s) - \frac{m}{e} \cdot f \cdot \delta \right), \qquad (31)$$

$$z_1 < 0, r > 0, t > 0,$$

$$\frac{\partial \Lambda}{\partial z_1} = \delta \cdot U_{\text{кэ}} - \chi \cdot \sqrt{\frac{m}{2\pi \cdot k_{\text{Б}} \cdot T_s}} \cdot p_{\text{н}}(T_s),$$

$$z_1 = 0, \quad r > 0, \quad t > 0,$$

$$T_s = T(r,0,t).$$

Таким образом, с позиции высказанных теоретических положений процесс коммутации дугой тока представляет собой дискретную, приблизительно термодинамическую последовательность актов инициации и распада эмиссионных центров, сопровождающихся скачками катодного напряжения.

Данный вывод согласуется с результатами известных экспериментальных исследований. Соответствие теоретических и экспериментальных оценок удельной дуговой эрозии и катодного падения напряжения свидетельствует об адекватности предлагаемой модели и позволяет предположить, что в исследуемых режимах эрозия катода вызывается преимущественно эмиссией заряженных частиц в парообразной форме.

Модель служит основой для программного комплекса ориентированного на расчет важнейших параметров и научно-обоснованный выбор материалов низковольтных коммутационных аппаратов.

ЛИТЕРАТУРА

[1] Lee T.H., Greenwood A. Theory for the cathode mechanism in metal vapour arcs.-"I.Appl. Phys.", 1961, vo1. 32, p. 916-924.

[2] Крижанский С.М. К теории вольтамперной характеристики столба нестационарного дугового разряда высокого давления. ЖТФ, 1965, т. 35, С. 1882-1888.

[3] Буткевич Г.В., Белкин Г.С., Ведешенков Н.А. и др. Электрическая эрозия сильноточных контактов и электродов. М.: Энергия, 1975, С. 254.

[4] Днестровский Ю.Н., Костомаров Д.П. Математическое моделирование плазмы. М.: Наука, 1982, 320 с.

[5] Кесаев Н.Г. Катодные процессы электрической дуги. М.: Наука, 1968, 244 с.

[6] Райзер Ю.П. Физика газового разряда. М.: Наука, 1987, 592 с.

Поступила 10.01.2005