

## МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПАРАМЕТРОВ И ПЛОТНОСТИ ТОКА В ОБМОТКАХ РОТОРОВ АСИНХРОННЫХ ДВИГАТЕЛЕЙ

Вербовой А. П., к.т.н.

Институт электродинамики НАН Украины  
Украина, 03680, Киев, проспект Победы, 56  
тел. (044) 454-25-75, E-mail: podol@ied.org.ua

*Розроблена методика визначення електромагнітних параметрів при представленні короткозамкненої обмотки ротора асинхронного двигуна, яка відрізняється представленням короткозамкненої обмотки ротора еквівалентною одновитковою обмоткою ( $w_{02} = 1$ , в літературі  $w_{02} = 0,5$ ) з числом фаз, рівним числу фаз обмотки статора ( $m_{02} = m_{01}$ , в літературі  $m_{02} = Z_2$ ). Нова методика дозволяє розраховувати значення електромагнітних параметрів і щільність струму з вищою точністю.*

*Разработана методика определения электромагнитных параметров короткозамкнутой обмотки ротора асинхронного двигателя, которая отличается представлением короткозамкнутой обмотки ротора эквивалентной одновитковой обмоткой ( $w_{02} = 1$ , в литературе  $w_{02} = 0,5$ ) с числом фаз, равным числу фаз обмотки статора ( $m_{02} = m_{01}$ , в литературе  $m_{02} = Z_2$ ). Новая методика позволяет рассчитывать значения электромагнитных параметров и плотность тока с более высокой точностью.*

### ВВЕДЕНИЕ

Настоящая статья написана на базе результатов НИР, выполненных в Институте электродинамики НАН Украины по естественной и хозяйственной тематикам при разработке и исследовании асинхронных двигателей с улучшенными пусковыми, регулировочными и динамическими свойствами.

В технической литературе при расчете электромагнитных параметров, характеристик и проектировании асинхронных двигателей принято допущение, в котором число фаз короткозамкнутой обмотки ротора принимается равным числу стержней (пазов,  $m_{02} = Z_2$ ), а число витков в фазе –  $w_{02} = 0,5$ . Это допущение, при котором  $m_{02} = Z_2$ , не может быть применено для асинхронных двигателей со сплошным массивным ферромагнитным ротором, в котором нет пазов и стержней. При построении схем замещения, определении электромагнитных параметров и других электромагнитных величин подразумевают, что  $m_{02} = m_{01}$ , то есть, что число фаз эквивалентной обмотки ротора равно числу фаз обмотки статора.

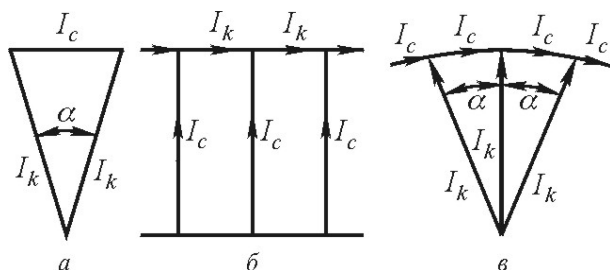


Рис. 1.

Использование методик с принятыми допущениями для оптимизационных расчетов характеристик и проектирования асинхронных двигателей с нелинейными электромагнитными параметрами оказалось неприемлемым. Поэтому целью настоящей статьи

является – разработка уточненной методики определения активных сопротивлений пазовой и лобовой частей короткозамкнутой обмотки ротора путем представления последней эквивалентной одновитковой обмоткой с числом фаз, равным числу фаз обмотки статора.

### АНАЛИЗ РАНЕЕ ПРИНЯТЫХ ДОПУЩЕНИЙ

На рис.1, а представлено расположение токов в фазе обмотки ротора, рассмотренное Шуйским В.П. [1]. На рис.1, б и в показаны принципиальная схема части обмотки, направления токов в стержнях и в одном кольце, и соответствующая им векторная диаграмма токов, обосновываемые в учебнике [2].

Развитием этих рисунков можно считать рис. 6.25 на стр. 186 в книге [3]. На нем показана в изометрии полная короткозамкнутая обмотка с одинаковым направлением токов во всех стержнях и одинаковым направлением токов только в одном короткозамкнутом кольце. Рядом приводится векторная диаграмма токов в стержнях и их направление в виде замкнутого многоугольника. На этом рисунке не учитывается протекание токов во втором кольце. Это исключает образование в обмотке ротора фаз и полюсов, а, следовательно, и возможность образования вращающегося поля.

Рассмотрим, как при таком допущении определяются электромагнитные параметры, приведенные в [1]. "Из соображений симметрии **токи в отдельных стержнях равны между собой**, но сдвинуты относительно друг друга по фазе на угол  $\alpha$ . То же самое относится и к кольцевым токам между стержнями. Очевидно также и то, что ток стержня равен разности между двумя соседними токами в кольце (рис. 1, а). Откуда следует, что (формула (564) в [1])

$$I_k = \frac{I_c}{2 \cdot \sin(\alpha/2)},$$

где  $\alpha = 2\pi \cdot p / Z_2 \dots$ . На основании уравнения мощности

$$r_c \cdot I_c^2 + 2 \cdot r_k \cdot I_k^2 = r_2 \cdot I_c^2$$

и уравнения (564) получаем:

$$r_2 = r_c + \frac{r_k}{2 \cdot \sin^2(\pi \cdot p / Z_2)} \approx r_c + \frac{Z_2^2}{2 \cdot \pi^2 \cdot p^2} \cdot r_k \quad (\text{формула}$$

566 в [1])

$$\text{или } r_2 \approx p \cdot \left[ \frac{l_c}{q_c} + \frac{Z_2 \cdot D_k}{2 \cdot \pi \cdot q_k \cdot p^2} \right]''$$

Примерно также определяются параметры короткозамкнутой обмотки ротора в [2]. Сами по себе формулы (в математическом смысле) записаны правильно. Такой подход не может быть применен к значениям параметров фазам обмотки ротора по следующим причинам.

– На рис. 1,б показано протекание токов только в верхнем короткозамыкающем кольце, а в нижнем короткозамыкающем кольце токов вообще нет. Если проставить направления токов и в другом короткозамыкающем кольце на схеме, то векторная диаграмма будет иметь другой вид.

– Угол сдвига фаз между токами в стержнях  $\alpha$  увеличивает значение сопротивления кольца [2]

$$r'_k = \frac{r_k}{4 \cdot \sin^2 \frac{\pi \cdot p}{Z_2}}, \quad x'_k = \frac{x_k}{4 \cdot \sin^2 \frac{\pi \cdot p}{Z_2}}$$

и следовательно увеличение сопротивления фазы обмотки ротора

$$r_2 = r_c + 2 \cdot r'_k, \quad x_2 = x_c + 2 \cdot x'_k.$$

Вообще при увеличении числа пазов ротора длина кольца, относящаяся к фазе, уменьшается и его активное сопротивление тоже должно уменьшаться. Но поскольку оно приводится к сопротивлению стержня делением на квадрат синуса угла, который уменьшается с увеличением числа пазов, то и сопротивление увеличивается.

– При использовании на статоре трехфазной обмотки со сдвигом фаз на угол  $2\pi/3$  нельзя создать такие электромагнитные условия, чтобы в стержнях ротора наводились одинаковые по величине и сдвинутые по фазе на угол  $\alpha$  токи.

– При принятых допущениях о задании числа фаз и протекании токов в стержнях невозможно получить результирующее вращающееся поле.

– Принятые допущения противоречат схемам замещения, векторным диаграммам и дифференциальным уравнениям электромагнитного равновесия, которые построены и записаны в исходном состоянии для трех фаз статора и трех фаз ротора.

### НОВЫЙ ПОДХОД К ЗАДАНИЮ ЧИСЛА ФАЗ

Если рассматривать электромагнитные процессы в асинхронном двигателе с фазной обмоткой на роторе, то никаких разногласий не возникает. Электромагнитные процессы в роторе (в фазной обмотке ротора) в точности повторяют процессы в статоре (в фазной обмотке статора). Можно утверждать, что аналогичные процессы (в смысле распределения токов и магнитных

потоков) протекают как в короткозамкнутом, так и в массивном ферромагнитном роторе и его модификациях. Результирующая картина электромагнитного поля в обоих случаях будет одинаковой, то есть она будет характеризоваться общим (результирующим) вращающимся электромагнитным полем.

Вопрос задания числа фаз массивного ферромагнитного ротора и короткозамкнутой обмотки ротора, неоднократно обсуждался в технической литературе, например, в [4, 5] и других публикациях. Согласно им короткозамкнутый и массивный ферромагнитный роторы (как и шихтованные пакеты стали статора и ротора) представляются эквивалентными одновитковыми короткозамкнутыми обмотками с числом фаз, равным числу фаз обмотки статора. Модификация массивного ферромагнитного ротора с короткозамкнутой обмоткой представляется двумя такими эквивалентными обмотками, размещенными параллельно. Геометрическая интерпретация такого представления обмоток достаточно подробно рассмотрена в статье [6]. Упрощенная схема с изолированными фазами для двигателя с  $2 \cdot p = 2$  и  $q_{02} = 1$  показана на рис. 2. В эквивалентную одновитковую фазу входят две стороны пазовой части, сдвинутых в пространстве на полюсное деление  $\tau_{п2} = Z_2 / 2p$  с числом пазов (стержней) на полюс и фазу в каждой стороне  $q_{02} = Z_2 / (2 \cdot p \cdot m_{02})$ , и две части короткозамкнутых колец с двух сторон (торцов) ротора. Длина этих частей равна полюсному делению  $\tau_{ксп} = \frac{\pi \cdot D_{ксп}}{2p}$ . Число

пазов на полюс и фазу для короткозамкнутой обмотки может быть целым и дробным. Для массивного ферромагнитного ротора оно равно единице ( $q_{c2} = 1$ ). При этом каждая фаза таких обмоток обладает активным сопротивлением, собственной индуктивностью и взаимной индуктивностью с другими фазами как данной обмотки, так и с фазами обмотки статора и фазами эквивалентных обмоток стали статора и ротора.

Такое представление фаз короткозамкнутого и массивного ферромагнитного роторов максимально приближает эквивалентные обмотки к фазным обмоткам, а электромагнитные процессы в них – к реальным процессам.

Методику определения электромагнитных параметров короткозамкнутой обмотки целесообразно построить аналогично методике определения параметров фазной обмотки.

Методика сопровождалась расчетами для двигателя 4А160М4 с числом пазов на роторе  $Z_2 = 41$  и соответствующими размерами (здесь не приводятся).

1. Принимаем число фаз короткозамкнутой обмотки ротора равным числу фаз статора

$$m_{02} = m_{01} = 3.$$

2. Число витков в фазе

$$w_{02} = 1.$$

3. Полюсное деление в долях зубцового деления

$$\tau_{п2} = Z_2 / 2p = 10,25.$$

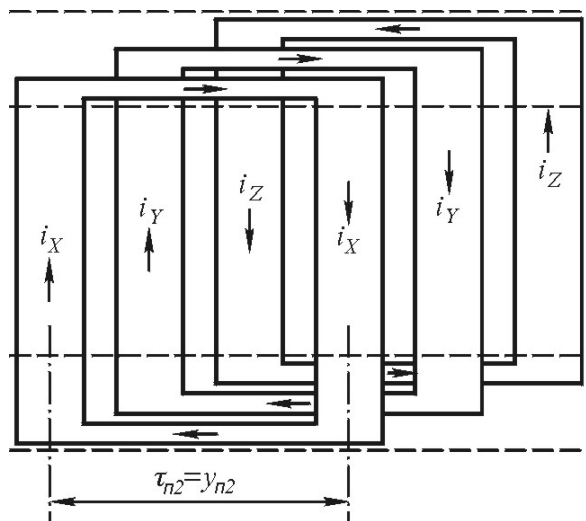


Рис. 2.

4. Шаг обмотки по пазам – принимаем равным целому числу, ближайшему к  $\tau_{п2}$ ,

$$y_{п2} = 10.$$

5. Число пазов (стержней) на полюс и фазу  $q_{02} = Z_2 / (2 \cdot p \cdot m_{02}) = 3,4166$ .

6. Шаг обмотки в долях полюсного деления  $\beta_2 = y_{п2} / \tau_{п2} = 0,9756$ .

7. Коэффициент укорочения  $k_{y2} = \sin(\beta_2 \cdot \pi / 2) = 0,9993$ .

8. Фазная зона

$$Q_{32} = (360 \cdot p \cdot q_{02}) / Z_2 = 60^\circ.$$

9. Угол, зависящий от фазной зоны

$$\alpha_2 = Q_{32} / q_{02} = 17,543^\circ.$$

10. Коэффициент распределения

$$k_{p2} = 0,5 / (q_{02} \cdot \sin(\alpha_2 / 2)) = 0,9587.$$

11. Обмоточный коэффициент

$$k_{w02} = k_{y2} \cdot k_{p2} = 0,9580.$$

12. Удельное электрическое сопротивление алюминия при расчетной температуре  $\Theta_2 = 115^\circ \text{C}$

$$\rho_{02\Theta_2} = \rho_{020^\circ} [1 + \alpha_{r02} \cdot (\Theta_2 - 20)] = 0,424 \cdot 10^{-7}, \text{ Ом}\cdot\text{м}$$

13. При номинальном режиме работы принимаем расчетную площадь сечения стержня, равной площади поперечного сечения пазы в свету

$$Q_{ст} = Q_{п2} = 174,882 \cdot 10^{-6}, \text{ м}^2.$$

14. Активное сопротивление пазовой части витка эквивалентной обмотки ротора (с учетом числа стержней на полюс и фазу)

$$r_{п2} = \rho_{02\Theta_2} \cdot l_{ст} / (Q_{ст} \cdot q_{02}) = 12,785 \cdot 10^{-6}, \text{ Ом}.$$

15. Активное сопротивление лобовой части витка

$$r_k = \rho_{02\Theta_2} \cdot \frac{\pi \cdot D_{ксп}}{2 \cdot p \cdot Q_k} = 7,5619 \cdot 10^{-6}, \text{ Ом}.$$

С учетом того, что эффективное активное сопротивление массивных замкнутых проводников уменьшается [6–8] по сравнению с сопротивлением, определенным по обычной формуле, реальное значение активного сопротивления определяется по формуле

$$r_{кр} = \rho_{02\Theta_2} \cdot \frac{2 \cdot \pi}{b_k \cdot \ln(D_{кн} / D_{кв}) \cdot 2p} = 6,9348 \cdot 10^{-6}, \text{ Ом}.$$

16. Активное сопротивление фазы эквивалентной обмотки ротора

$$r_{02} = 2 \cdot p \cdot (r_{п2} + r_{кр}) = 78,88 \cdot 10^{-6}, \text{ Ом}.$$

17. Коэффициент приведения обмоток к одному числу витков (к числу витков обмотки статора)

$$k_{пр} = (w_0 \cdot k_{w01}) / (w_{02} \cdot k_{w02}) = 84,966.$$

18. Активное сопротивление фазы эквивалентной обмотки ротора, приведенное к числу витков обмотки статора

$$r'_{02} = r_{02} \cdot k_{пр}^2 / p^2 = 0,14238, \text{ Ом}.$$

19. Активное сопротивление обмотки ротора в схеме замещения для номинального режима работы двигателя

$$r'_{02} / s = 6,4719 \text{ Ом}.$$

### ПЛОТНОСТИ ТОКОВ В ПАЗОВОЙ И ЛОБОВЫХ ЧАСТЯХ КОРТКОЗАМКНУТОЙ ОБМОТКИ

При принятом ранее подходе к заданию числа фаз ( $m_{02} = Z_2$ ) и витков в фазе ( $w_{02} = 0,5$ ), а также при использовании построенной на этой базе методологии определения электромагнитных параметров и других величин вытекает неточное определение одного из основных показателей электромагнитных нагрузок – плотности тока в стержнях и короткозамыкающих кольцах. Это подтверждается и высказываниями некоторыми учеными. Так, в [3] на стр. 186 приводится такой текст: "Плотность тока в стержнях ротора машин закрытого обдуваемого исполнения при заливке пазов алюминием выбирается в пределах  $J_2 = (2,5 \div 3,5) \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$ , а при защищенном исполнении на 10-15% выше. ...Плотность тока в замыкающих кольцах  $J_k$  выбирают в среднем на 15-20% меньше, чем в стержнях". Это означает, что плотность тока в элементах короткозамкнутой обмотки примерно в два раза меньше плотности тока в обмотке статора и в фазной обмотке ротора.

Выполненные расчеты для двигателя 4А160М4 ( $P_{2н} = 18,5 \text{ кВт}$ ) по приведенной выше новой методике показали, что реальная плотность тока в пазовой части эквивалентного витка короткозамкнутой обмотки ротора составляет  $4,4472 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$ , а в лобовой –  $4,1007 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$ , то есть приближается к таковой в фазных обмотках.

Рассмотрим несколько подробнее процессы в лобовых частях трех фаз эквивалентной обмотки ротора, поскольку они объединены общими короткозамыкающими кольцами (на рис.2 штриховая линия).

Согласно [2] три синусоидальные пульсирующие электромагнитные поля, созданные токами в фазах обмотки статора, сдвинутые в пространстве и времени относительно друг друга на угол  $2\pi/3$  радиан образуют синусоидальное движущееся в направлении чередования фаз результирующее поле. Для цилиндрических машин это движение происходит вдоль воз-

душного зазора и поле называется вращающимся. Аналогично этому процессу происходят процессы при протекании токов в фазах эквивалентной обмотки ротора (короткозамкнутого или массивного ферромагнитного). Мгновенные значения токов в фазах при этом выражаются через амплитудные значения следующим образом:

$$\begin{aligned}i_X &= I_{Xm} \cdot \sin \omega t, \\i_Y &= I_{Ym} \cdot \sin(\omega \cdot t + 2\pi/3), \\i_Z &= I_{Zm} \cdot \sin(\omega \cdot t + 4\pi/3).\end{aligned}$$

Если эти токи изобразить на рисунке синусоидальными кривыми вдоль общего короткозамыкающего кольца, то они будут представлять собой волны с изменяющейся (пульсирующей) амплитудой. Эту волну, например, для фазы  $X$  можно выразить математической формулой

$$i(t, a) = I_m \cdot \sin \omega t \cdot \cos \frac{2\pi \cdot x}{2\tau} = I_m \cdot \sin t' \cdot \cos a,$$

где  $t$  и  $a$  - временная и пространственная координаты

$$t' = \omega \cdot t = 2\pi \cdot f \cdot t = \frac{2\pi}{T} \cdot t, \quad a = \frac{2\pi}{2\tau} \cdot x = \pi x / \tau.$$

Если бы фазы короткозамкнутого ротора были изолированы, как это имеет место в роторе с фазной обмоткой, то токи, протекающие в лобовых частях фаз обмотки, создавали бы результирующую волну МДС, движущуюся в направлении чередования фаз. В данном случае лобовые части фаз объединены общим короткозамыкающим кольцом, в котором токи фаз "накладываются" друг на друга, увеличивая тем самым плотность по сравнению с плотностью тока в пазовой части витка.

Продельвая те же операции с волнами пульсирующих токов фаз ротора по разложению их на прямо и обратно движущиеся волны и сложению их подобно тому, как это делается при объяснении получения вращающейся волны МДС, создаваемой токами фаз обмотки статора, можно показать, что ток в кольце будет равен полусуммам токов в фазах

$$\begin{aligned}i_k(t, a) &= \frac{1}{2} \cdot I_{Xm} \cdot \sin(t' \cdot a) + \\&+ \frac{1}{2} \cdot I_{Ym} \cdot \sin(t' \cdot a) + \frac{1}{2} \cdot I_{Zm} \cdot \sin(t' \cdot a) = \\&= \frac{3}{2} \cdot I_{02m} \cdot \sin(t' \cdot a).\end{aligned}$$

Таким образом в короткозамыкающих кольцах обмотки ротора в результате наложения токов трех фаз образуется результирующая синусоидальная движущаяся в направлении чередования фаз волна тока с амплитудой в полтора раза большей амплитуд фазных токов в пазовой части обмотки. Это означает, что и плотность тока в короткозамкнутом кольце будет в полтора раза больше плотности тока в пазовой части и составлять  $6,1510 \cdot 10^6$  А/м<sup>2</sup>. Аналогичные процессы протекают и в массивном ферромагнитном роторе. Поэтому при проектировании асинхронных двигателей эти особенности необходимо учитывать при выборе площади сечения лобовых частей обмоток.

## ВЫВОДЫ

Заданные и принятые для использования число фаз короткозамкнутой обмотки ротора, равное числу пазов ротора ( $m_{02} = Z_2$ ), и число витков в фазе, равное  $w_{02} = 0,5$  при проектировании асинхронных двигателей приемлемы только для номинального режима работы.

Определение плотности тока в стержнях и короткозамыкающих кольцах по старой методике давало заниженные значения.

Пульсирующие токи в фазах обмотки статора создают магнитные потоки, сдвинутые в пространстве и во времени на  $2\pi/3$  радиан, наводят в роторе ЭДС, которые вызывают протекание трех токов тоже сдвинутых на тот же угол. Поэтому надо представлять короткозамкнутую обмотку и распределенную обмотку массивного ферромагнитного ротора эквивалентной одновитковой короткозамкнутой обмоткой с числом фаз, равным числу фаз обмотки статора.

Разработанная методика определения электромагнитных параметров (при  $m_{02} = m_{01}$  и  $w_{02} = 1$ ) дает реальные значения как самих параметров, так всех остальных электромагнитных величин.

Применение новой методики повысит точность расчетов характеристик и проектирование асинхронных двигателей, а также позволит создавать образцы и серии двигателей с оптимальными технико-экономическими показателями.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Шуйский В.П. Расчет электрических машин. Перевод с немецкого. - Л.: Энергия, 1968. - 732 с.
- [2] Костенко М.П., Пиотровский Л.М. Электрические машины. Ч. 2. - М.-Л.: Энергия, 1965. - 704 с.
- [3] Копылов И.П. Проектирование электрических машин. - М.: Энергия, 1980. - 496 с.
- [4] Вейц В.Л., Вербовой П.Ф., Кочура А.Е., Куценко Б.Н. Динамика управляемого электромеханического привода с асинхронными двигателями. - Киев: Наук. думка, 1988. - 272 с.
- [5] Вербовой П.Ф. Асинхронные двигатели для параметрического регулирования частоты вращения и интенсивных динамических режимов работы: Автореф. дис. ... д-ра техн. наук. - Киев, 1989. - 40 с.
- [6] Вербовой А.П., Вербовой П.Ф. Геометрическая интерпретация фаз эквивалентных обмоток массивного ферромагнитного ротора и его модификаций // Электротехника и электроэнергетика. - 2002. - № 2. - С. 68-72.
- [7] Вербовой А.П., Вербовой П.Ф. Расчет величины активного сопротивления массивного проводника при разбиении его на параллельные ветви // Техн. электродинамика. - 1998. - № 5. - С. 51-53.
- [8] Вербовой А.П., Вербовой П.Ф. Способы определения активного сопротивления массивных проводников // Праці ІЕД НАНУ. Електроенергетика: Зб. наук. пр. - Київ: ІЕД НАН України, 1999. - С. 133-140.
- [9] Калантаров П.Л., Цейтлин Л.А. Расчет индуктивностей. - Л.: Энергоатомиздат, 1986. - 488 с.

Поступила 28.09.2004