

doi:<https://doi.org/10.15407/emodel.40.03.041>

УДК 681.518.5:004.052.32

**В.В. Сапожников**, д-р техн. наук, **Вл.В. Сапожников**, д-р техн. наук,  
**Д.В. Ефанов**, д-р техн. наук

Петербургский государственный университет  
путей сообщения Императора Александра I  
(Российская Федерация, 190031, Санкт-Петербург, Московский пр., 9,  
тел. (+7) 9117092164, (+7) (812) 4578579,  
e-mail: port.at.pgups@gmail.com)

## **Модульно-модифицированные взвешенные коды с суммированием, обнаруживающие любые ошибки нечетных кратностей**

Рассмотрена задача построения класса кодов с суммированием с наименьшим общим числом необнаруживаемых ошибок в информационных векторах при фиксированных числах информационных и контрольных разрядов. Предложен алгоритм построения модифицированных модульных кодов с суммированием взвешенных информационных разрядов с последовательностью весовых коэффициентов, образующей натуральный ряд чисел. Проанализированы свойства нового класса кодов в сравнении с известными модульными кодами с суммированием единичных информационных разрядов. Приведена классификация и дан детальный сравнительный анализ модульных кодов с суммированием, обладающих свойством идентификации любых ошибок с нечетными кратностями. Показаны преимущества и недостатки новых модифицированных модульных взвешенных кодов с суммированием.

*К л ю ч е в ы е с л о в а:* техническая диагностика дискретных систем, код с суммированием, код Бергера, модульный код с суммированием, необнаруживаемая ошибка, взвешенные коды с суммированием, модифицированный модульный взвешенный код с суммированием.

Современные дискретные устройства, построенные на микроэлектронной и микропроцессорной элементной базе, снабжены качественным диагностическим обеспечением, реализующим как процедуры тестового диагностирования, так и рабочего (функционального) диагностирования [1—7]. При решении задач технической диагностики широко используются помехоустойчивые блочные коды с суммированием, ориентированные на обнаружение (а не исправление!) ошибок в разрядах информационных векторов [8—13]. Обозначим далее коды с суммированием как  $(m, k)$ -коды, где

© В.В. Сапожников, Вл.В. Сапожников, Д.В. Ефанов, 2018

$m$  и  $k$  — значения длин информационных и контрольных векторов. Эти коды обеспечивают обнаружение различного числа ошибок различных кратностей и видов (монотонных, симметричных и асимметричных [14]) при малой избыточности, что влияет и на аппаратные затраты при реализации устройства (на структурную избыточность устройства). Например, известные коды Бергера [15] обладают свойством обнаружения любых монотонных и асимметричных ошибок в информационных векторах, что используется при построении контролепригодных систем с обнаружением отказов [16—20].

Классические коды Бергера (обозначим их  $S(m, k)$ -коды) строят посредством подсчета числа единичных информационных разрядов (определения веса  $r$  информационного вектора) и записи полученного числа в двоичном виде в разряды контрольного вектора. Для этого требуется  $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$  контрольных разрядов, где  $\lceil \dots \rceil$  означает целое сверху от вычисляемого значения. Такой подход позволяет сопоставлять один и тот же контрольный вектор всем информационным векторам с одинаковым весом. Таким образом, любая необнаруживаемая  $S(m, k)$ -кодом ошибка является симметричной, а код при этом не обнаруживает 100% симметричных ошибок в информационных векторах [21]. Именно эта особенность кода Бергера и является «ценой» за возможность идентификации любых монотонных и асимметричных ошибок.

Коды Бергера имеют два существенных недостатка. Первый заключается в том, что данные коды при любых значениях  $m$  имеют крайне неравномерное распределение информационных векторов между контрольными векторами, при этом во всех случаях, за исключением  $m = 2^q - 1$ ,  $q \in \{2; 3; \dots\}$ , ими используются не все возможные контрольные векторы. Это обстоятельство значительно усложняет процедуру построения самопроверяемых схем генераторов кодов Бергера. Второй недостаток, являющийся следствием неравномерности распределения информационных векторов между контрольными векторами, связан с большим числом необнаруживаемых ошибок как в общем, так и в области малой их кратности. Например  $S(m, k)$ -кодами, независимо от длины информационного вектора, не обнаруживается 50% двукратных и 37,5% четырехкратных ошибок [21].

Ввиду указанных недостатков классических кодов Бергера в настоящее время развиваются методы их модификации, направленные на упрощение процедур синтеза самопроверяемых генераторов кодов и на минимизацию ошибок различных видов при малых кратностях. К методам модификации кодов Бергера относятся: вычисление наименьших неотрицательных вычетов веса по заранее установленному модулю  $M$ , взвешивание разрядов или переходов между разрядами и подсчет веса единичных

разрядов по модулю  $M$ , подсчет поправочных коэффициентов, разбиение информационных разрядов на группы и контроль их в отдельности и др. [22—24]. Так, например, кроме  $S(m, k)$ -кодов, широкое распространение получили модульные коды с суммированием, или  $SM(m, k)$ -коды, где  $M \in \{2, 4, 8, \dots, 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$  [25].  $SM(m, k)$ -коды имеют постоянное число контрольных разрядов, определяемое из условия  $k = \log_2 M$ .

Как показано в [26, 27], независимо от значений  $m$  и  $M$  модульные коды с суммированием обладают одинаковыми общими свойствами, которые заключаются в возможности идентификации любых ошибок нечетных кратностей и в постоянстве значения доли обнаруживаемых ошибок четной кратностью  $d$  от общего числа ошибок данной кратностью ( $\beta_d = \text{const}$ ). Значение  $\beta_d$  для  $SM(m, k)$ -кодов, однако, велико и даже превышает соответствующее значение для кода Бергера. Уменьшить значение  $\beta_d$  при сохранении свойства обнаружения любых ошибок нечетной кратностью можно, выполнив вычисления модифицированного веса информационного вектора по формуле  $W = \alpha M + r \pmod{M}$ , где  $r \pmod{M}$  — наименьший неотрицательный вычет значения веса по модулю  $M \in \{2, 4, 8, \dots, 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$ , а  $\alpha$  — специальный поправочный коэффициент, вычисляемый как сумма по модулю два заранее установленных информационных разрядов [28, 29].

Коды, вес информационного вектора которых определяется по представленной формуле, называются модульно-модифицированными кодами с суммированием единичных информационных разрядов и обозначаются как  $RSM(m, k)$ -коды. Они имеют уменьшенные значения  $\beta_d$  по сравнению со своими «аналогами» —  $SM(m, k)$ -кодами с таким же значением числа контрольных разрядов [29]. Тем не менее, распределение информационных векторов между контрольными векторами в  $RSM(m, k)$ -кодах является неравномерным (исключая случай, когда  $M = 2$ ).

Представляет интерес новый класс модульно-модифицированных кодов с суммированием, обладающих равномерным распределением информационных векторов между всеми контрольными векторами, а также улучшенными характеристиками обнаружения ошибок по сравнению с соответствующими  $SM^*(m, k)$ - и  $RSM(m, k)$ -кодами ( $M^* = 2^{\log_2 M - 1} = M/2$ ) при сохранении свойства обнаружения любых ошибок нечетных кратностей в информационных векторах.

**Модульно-модифицированные взвешенные коды.** В результате исследований установлено, что построить код с равномерным распределением информационных векторов между всеми контрольными векторами посредством модификации кода с суммированием единичных информационных разрядов невозможно [29]. Решить поставленную задачу можно, установив неравноправие между разрядами их взвешиванием с последующей модификацией.

А л г о р и т м построения модульно-модифицированных взвешенных кодов с суммированием.

1. Разрядам информационного вектора  $m$  приписываем весовые коэффициенты из натурального ряда чисел, начиная с младшего разряда.

2. Выбираем и фиксируем значение модуля  $M \in \{2, 4, 8, \dots, 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$ .

3. Определяем суммарное значение весовых коэффициентов единичных информационных разрядов  $V = \sum_{i=1}^m w_i f_i$ , где  $w_i$  — весовой коэффициент  $i$ -го разряда,  $f_i$  — значение  $i$ -го разряда.

4. Определяем наименьший неотрицательный вычет числа  $V$  по модулю  $M$ , т.е. число  $V \pmod{M}$ .

5. Вычисляем поправочный коэффициент  $\alpha$ , равный сумме по модулю два (*XOR*) значений разрядов, занимающих четные позиции в информационном векторе:  $\alpha = f_2 \oplus f_4 \oplus \dots \oplus f_m$ , если  $m$  — четное число, и  $\alpha = f_2 \oplus f_4 \oplus \dots \oplus f_{m-1}$ , если  $m$  — нечетное число.

6. Формируем число  $W = \alpha M + V \pmod{M}$ .

7. Число  $W$  представляем в двоичном виде и записываем в разряды контрольного вектора.

Обозначим модульно-модифицированные взвешенные коды  $RWSM(m, k)$ . Данные коды сравнимы с другими известными модульными кодами, а именно  $SM^*(m, k)$  и  $RSM(m, k)$ , где  $M^* = 2^{\log_2 M - 1} = M/2$ . Заметим, что код с модулем  $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}$  является кодом с избыточностью  $k = \lceil \log_2(m+1) \rceil$  и соответствует по данному показателю классическому коду Бергера. Он выделен в класс  $RWS(m, k)$ -кодов и подробно исследован [30—32].

Рассмотрим алгоритм построения кода на примере получения суммарного веса информационного вектора  $\langle 01011101 \rangle$  для  $RWS4(8, 3)$ -кода:

$$V = \sum_{i=1}^m w_i f_i = 1 \cdot 1 + 2 \cdot 0 + 3 \cdot 1 + 4 \cdot 1 + 5 \cdot 1 + 6 \cdot 0 + 7 \cdot 1 + 8 \cdot 0 = 1 + 3 + 4 + 5 + 7 = 20,$$

$$V \pmod{4} = 20 \pmod{4} = 0,$$

$$\alpha = f_2 \oplus f_4 \oplus f_6 \oplus f_8 = 0 \oplus 1 \oplus 0 \oplus 0 = 1,$$

$$W = \alpha M + V \pmod{4} = 1 \cdot 4 + 0 = 4.$$

Представив число  $W = 4$  в двоичном виде, получим значения разрядов контрольного вектора  $\langle 100 \rangle$ .

Следует заметить, что в качестве поправочного коэффициента при построении  $RWSM(m, k)$ -кода могут быть выбраны произвольные разряды

информационного вектора. Таким образом, число  $RWSM(m, k)$ -кодов для данного значения  $m$ , равно  $2^m - 1$  (случай, когда  $\alpha = 0$ , исключен — это аналог модульно-взвешенного  $WSM(m, k)$ -кода, единственный помехоустойчивый вариант которого при  $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil}$  описан в [33]). При этом, несмотря на разнообразие модульно-модифицированных взвешенных кодов с суммированием, только два варианта формирования поправочного коэффициента  $\alpha$  позволяют построить код, обнаруживающий любые ошибки с нечетной кратностью: сумма по модулю два всех информационных разрядов или разрядов, занимающих четные позиции в информационном векторе.

**Теорема 1.**  $RWSM(m, k)$ -код имеет равномерное распределение информационных векторов между всеми контрольными векторами.

**Доказательство.** В [33] доказано, что код  $WSM(m, k)$  со значением  $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil}$  имеет равномерное распределение всех  $2^m$  информационных векторов между всеми  $2^k$  контрольными векторами.  $WSM(m, k)$ -код является в некотором смысле «базовым» кодом при модификации кода с суммированием в семейство  $RWSM(m, k)$ -кодов: данный код строится посредством подсчета суммарного значения весовых коэффициентов единичных разрядов по модулю  $M$ , при этом коэффициенты выбираются из натурального ряда чисел. При построении любого  $RWSM(m, k)$ -кода на первом этапе значение модуля  $M$  уменьшается по сравнению со значением  $M = 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil}$ . Поскольку значение модуля остается степенью числа 2, данная процедура не нарушает равномерности распределения всех информационных векторов между всеми контрольными векторами. Однако получаемый  $WSM(m, k)$ -код со значениями  $M \in \{2, 4, 8, \dots, 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$  теряет свойство помехоустойчивости.

Последующая модификация связана с вычислением значения старшего разряда контрольного вектора посредством подсчета значения поправочного коэффициента  $\alpha$ . При этом для половины информационных векторов  $\alpha = 0$  и для половины —  $\alpha = 1$ . Таким образом, код имеет равномерное распределение информационных векторов между всеми контрольными векторами. Теорема 1 доказана.

Из теоремы 1 и из теоремы о коде с минимальным общим числом необнаруживаемых ошибок [28] непосредственно следует такое свойство  $RWSM(m, k)$ -кода.

**Следствие теоремы 1.**  $RWSM(m, k)$ -код является кодом с наименьшим общим числом необнаруживаемых ошибок в информационных векторах для параметров  $m$  и  $k = \log_2 M$ .

**Теорема 2.**  $RWSM(m, k)$ -код со значением модуля  $M \in \{2, 4, 8, \dots, 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$  будет обнаруживать любые ошибки с нечетными крат-

ностями в случаях, если поправочный коэффициент является сверткой по модулю два всех разрядов, занимающих позиции в информационном векторе с четными значениями весовых коэффициентов, либо если поправочный коэффициент является сверткой по модулю два всех информационных разрядов.

**Доказательство.** В контрольных группах (группы информационных векторов, соответствующие одному и тому же контрольному вектору) «промежуточного»  $WSM(m, k)$ -кода расположены информационные векторы с одинаковым по четности значением суммарного веса единичных разрядов. В противном случае различались бы значения наименьших неотрицательных вычетов. При этом истинный вес информационных векторов (число единичных разрядов в векторе) может быть различным. Весовые коэффициенты остальных разрядов — нечетные числа. Ошибка с нечетной кратностью может произойти только в том случае, если произойдет искажение информационного вектора с истинным весом, являющимся четным числом, в информационный вектор с истинным весом, являющимся нечетным числом. При этом четность не изменится только в одном случае, а именно если при возникновении ошибки будет искажен разряд с четным значением веса.

Если возникает обнаруживаемая ошибка, то в соответствующих контрольной группе векторах не должно поменяться значение суммарного веса. Если исказится один разряд с нечетным значением веса, это обязательно приведет к нарушению значения суммарного веса, а его четность изменится. Четность не изменится только в том случае, если будет искажено четное число разрядов, занимающих нечетные позиции в информационном векторе.

При модификации осуществляется сдвиг половины информационных векторов из каждой контрольной группы в новые группы, при этом информационные векторы, для которых  $\alpha = 0$ , остаются в своих контрольных группах, а информационные векторы, для которых  $\alpha = 1$ , смещаются. После модификации в одной контрольной группе могут находиться информационные векторы с различными значениями разрядов, занимающих нечетные позиции, а также с одинаковым или различающимся на четное число количеством единичных разрядов, занимающих четные позиции в информационном векторе. Отсюда следует, что обнаруживаемая ошибка может иметь только четную кратность. Аналогично объясняется случай использования при модификации поправочного коэффициента, являющегося суммой по модулю два всех разрядов информационного вектора. Теорема 2 доказана.

Из представленных формулировок становится ясно, что  $RWSM(m, k)$ -коды — новый класс кодов с суммированием с постоянным значением числа контрольных разрядов вне зависимости от длины информационного вектора, обладающих свойством равномерности распределения информационных векторов между всеми контрольными векторами и обнаруживающих любые ошибки с нечетными кратностями. Данные коды с суммированием имеют минимальное общее число необнаруживаемых ошибок для своих значений длин информационных и контрольных векторов.

В табл. 1—3 представлены характеристики обнаружения ошибок в информационных векторах  $RWS2(m, k)$ -,  $RWS4(m, k)$ - и  $RWS8(m, k)$ -кодами. Для каждого модифицированного модульного взвешенного кода приведено общее число необнаруживаемых ошибок и общее число необнаруживаемых ошибок четной кратностью  $d$ . Кроме того, для каждого кода по каждой кратности указаны распределения ошибок по видам. Перед первой косой чертой — доля монотонных необнаруживаемых ошибок данной кратностью, после первой косой черты — доля симметричных необнаруживаемых ошибок данной кратностью, после второй косой черты — доля асимметричных необнаруживаемых ошибок.

Для всех  $RWSM(m, k)$ -кодов справедлива следующая закономерность. Для малых кратностей ошибок ( $d = 2$  и  $d = 4$ ) в классе необнаруживаемых значительную долю составляют монотонные ошибки, однако с увеличением кратности подавляющим становится число асимметричных ошибок, тогда как симметричные ошибки при  $d \geq 6$  составляют 20 — 30% от общего числа ошибок данной кратностью. Коды  $RWS2(m, k)$  отличаются от модифицированных взвешенных кодов с большими значениями модулей тем, что независимо от длины информационного вектора распределение ошибок данной кратностью по видам всегда одинаково.

Существует также еще одна особенность  $RWSM(m, k)$ -кодов, связанная с обнаружением двукратных ошибок в информационных векторах. Анализ табл. 1—3 показывает, что  $RWS2(m, k)$ -коды не обнаруживают 50 % монотонных и 50 % симметричных двукратных ошибок,  $RWS4(m, k)$ -коды не обнаруживают 50—60 % монотонных и 40—50 % симметричных двукратных ошибок (при  $d \geq 5$ ), а  $RWS8(m, k)$ -коды — не обнаруживают более 65% монотонных двукратных ошибок. Иными словами, с увеличением значения модуля  $RWSM(m, k)$ -кода доля монотонных двукратных ошибок в классе необнаруживаемых увеличивается, а симметричных, наоборот, уменьшается.

$RWSM(m, k)$ -коды обнаруживают максимальное общее число ошибок в информационных векторах для данных значений  $m$  и  $k$ . Это достигнуто вследствие увеличения числа монотонных необнаруживаемых ошибок по отношению к известным модульным кодам с суммированием единичных

Таблица 1. Распределение необнаруживаемых ошибок RWS2 (m, k)-кодами

| m  | k | Необнаруживаемые ошибки по видам и кратностям d, % |                              |          |           |                      |    |          |                    |         |        |  |  | Общее число ошибок, %             |
|----|---|--|------------------------------|----------|-----------|----------------------|----|----------|--------------------|---------|--------|--|--|-----------------------------------|
|    |   | 2  | 4                            | 6        | 8         | 10                   | 12 | 14       |                    |         |        |  |  |                                   |
| 4  | 2 | 32<br>50 / 50 / 0                                  | 16<br>12,5 / 37,5 / 50       |          |           |                      |    |          |                    |         |        |  |  | 48<br>37,5 / 45,83 / 16,67        |
| 5  | 2 | 128<br>50 / 50 / 0                                 | 96<br>12,5 / 37,5 / 50       |          |           |                      |    |          |                    |         |        |  |  | 224<br>33,93 / 44,64 / 21,43      |
| 6  | 2 | 384<br>50 / 50 / 0                                 | 576<br>12,5 / 37,5 / 50      | 0        |           |                      |    |          |                    |         |        |  |  | 960<br>27,5 / 42,5 / 30           |
| 7  | 2 | 1152<br>50 / 50 / 0                                | 2432<br>12,5 / 37,5 / 50     | 384      |           |                      |    |          |                    |         |        |  |  | 3968<br>22,48 / 40,52 / 37        |
| 8  | 2 | 3072<br>50 / 50 / 0                                | 9728<br>12,5 / 37,5 / 50     | 3072     | 256       |                      |    |          |                    |         |        |  |  | 16128<br>17,67 / 38,53 / 43,8     |
| 9  | 2 | 8192<br>50 / 50 / 0                                | 33792<br>12,5 / 37,5 / 50    | 20480    | 2560      | 0,78 / 27,34 / 71,88 |    |          |                    |         |        |  |  | 65024<br>13,81 / 36,71 / 49,48    |
| 10 | 2 | 20480<br>50 / 50 / 0                               | 112640<br>12,5 / 37,5 / 50   | 102400   | 25600     | 0,78 / 27,34 / 71,88 |    | 0        |                    |         |        |  |  | 261120<br>10,62 / 35,03 / 58,35   |
| 11 | 2 | 51200<br>50 / 50 / 0                               | 348160<br>12,5 / 37,5 / 50   | 462848   | 174080    | 0,78 / 27,34 / 71,88 |    | 10240    |                    |         |        |  |  | 1046528<br>8,12 / 33,53 / 58,35   |
| 12 | 2 | 122880<br>50 / 50 / 0                              | 1044480<br>12,5 / 37,5 / 50  | 1851392  | 1044480   | 0,78 / 27,34 / 71,88 |    | 122880   | 0,2 / 24,61 / 75,1 |         |        |  |  | 4190208<br>6,16 / 32,18 / 61,66   |
| 13 | 2 | 294912<br>50 / 50 / 0                              | 2990080<br>12,5 / 37,5 / 50  | 6946816  | 5332992   | 0,78 / 27,34 / 71,88 |    | 1146880  | 0,2 / 24,61 / 75,1 | 4096    |        |  |  | 16769024<br>4,66 / 30,97 / 64,37  |
| 14 | 2 | 688128<br>50 / 50 / 0                              | 8372224<br>12,5 / 37,5 / 50  | 24313856 | 24887296  | 0,78 / 27,34 / 71,88 |    | 8028160  | 0,2 / 24,61 / 75,1 | 802816  | 0      |  |  | 67092480<br>3,52 / 29,87 / 66,61  |
| 15 | 2 | 1605632<br>50 / 50 / 0                             | 22708224<br>12,5 / 37,5 / 50 | 81428480 | 106004480 | 0,78 / 27,34 / 71,88 |    | 48857088 | 0,2 / 24,61 / 75,1 | 7569408 | 229376 |  |  | 268402688<br>2,65 / 28,89 / 68,46 |



Таблица 2. Распределение необнаруживаемых ошибок RWS4 (m, k)-кодами

| m  | k | Необнаруживаемые ошибки по видам и кратностям d, % |                               |          |                  |          |                  |          |                  |         |                  |        | Общее число ошибок, % |                               |
|----|---|--|-------------------------------|----------|------------------|----------|------------------|----------|------------------|---------|------------------|--------|-----------------------|-------------------------------|
|    |   | 2  | 4                             | 6        | 8                | 10       | 12               | 14       |                  |         |                  |        |                       |                               |
| 4  | 3 | 8<br>100/0/0                                       | 8<br>0/50/50                  |          |                  |          |                  |          |                  |         |                  |        |                       | 16<br>50/25/25                |
| 5  | 3 | 48<br>66,67/33,33/0                                | 48<br>8,33/41,67/50           |          |                  |          |                  |          |                  |         |                  |        |                       | 96<br>37,5/37,5/25            |
| 6  | 3 | 160<br>60/40/0                                     | 288<br>11,11/38,89/50         | 0        |                  |          |                  |          |                  |         |                  |        |                       | 448<br>28,57/39,29/32,14      |
| 7  | 3 | 512<br>62,5/37,5/0                                 | 1216<br>11,84/40,79/47,37     | 192      | 2,08/29,17/68,75 |          |                  |          |                  |         |                  |        |                       | 1920<br>24,38/38,75/36,87     |
| 8  | 3 | 1280<br>60/40/0                                    | 4992<br>11,54/39,74/48,72     | 1536     | 3,13/29,17/67,7  | 128      | 1,56/29,69/68,75 | 0        |                  |         |                  |        |                       | 7936<br>17,57/37,57/44,86     |
| 9  | 3 | 3584<br>57,14/42,86/0                              | 17152<br>11,94/38,81/49,25    | 10240    | 3,13/30,63/66,24 | 1280     | 0,94/27,81/71,25 | 0        |                  |         |                  |        |                       | 32256<br>13,73/36,22/50,05    |
| 10 | 3 | 9216<br>55,56/44,44/0                              | 56832<br>12,16/38,29/49,55    | 51200    | 3,13/31/65,87    | 12800    | 0,81/27,44/71,75 | 0        |                  |         |                  |        |                       | 130048<br>10,56/34,79/54,65   |
| 11 | 3 | 23552<br>56,52/43,48/0                             | 175104<br>12,28/38,6/49,12    | 231424   | 3,1/30,86/66,04  | 87040    | 0,79/27,52/71,69 | 5120     | 0,23/24,38/75,39 |         |                  |        |                       | 522240<br>8,17/33,4/58,43     |
| 12 | 3 | 55296<br>55,56/44,44/0                             | 528384<br>12,21/38,37/49,42   | 923648   | 3,13/30,93/65,94 | 522240   | 0,79/27,52/71,69 | 61440    | 0,2/24,38/75,42  | 2048    | 0/23,05/76,95    | 0      |                       | 2093056<br>6,13/32,11/61,76   |
| 13 | 3 | 135168<br>54,55/45,45/0                            | 1507328<br>12,3/38,11/49,59   | 3469312  | 3,13/31,08/65,79 | 2666496  | 0,78/27,41/71,81 | 573440   | 0,2/24,56/75,25  | 28672   | 0,04/22,63/77,33 | 0      |                       | 8380416<br>4,65/30,93/64,42   |
| 14 | 3 | 319488<br>53,85/46,15/0                            | 4210688<br>12,35/37,94/49,71  | 12148736 | 3,13/31,15/65,72 | 12443648 | 0,78/27,38/71,84 | 4014080  | 0,2/24,6/75,2    | 401408  | 0,05/22,57/77,38 | 0      |                       | 33538048<br>3,51/29,86/66,63  |
| 15 | 3 | 753664<br>54,34/45,65/0                            | 11403264<br>12,39/38,04/49,57 | 40697856 | 3,13/31,12/65,75 | 53002240 | 0,78/27,38/71,84 | 24428544 | 0,2/24,59/75,21  | 3784704 | 0,05/22,57/77,38 | 114688 |                       | 134184960<br>2,65/28,88/68,47 |

Таблица 3. Распределение необнаруживаемых ошибок RWS8 (m, k)-кодами

| m  | k | Необнаруживаемые ошибки по видам и кратностям d, % |                       |                      |                      |          |         |    |  |  |  |  | Общее число ошибок, % |
|----|---|--|-----------------------|----------------------|----------------------|----------|---------|----|--|--|--|--|-----------------------|
|    |   | 2  | 4                     | 6                    | 8                    | 10       | 12      | 14 |  |  |  |  |                       |
| 4  | 4 | 0  | 4                     |                      |                      |          |         |    |  |  |  |  | 4                     |
| 5  | 4 | —  | 0 / 50 / 50           |                      |                      |          |         |    |  |  |  |  | 0 / 50 / 50           |
| 6  | 4 | 16   | 24                    |                      |                      |          |         |    |  |  |  |  | 40                    |
| 7  | 4 | 100 / 0 / 0  | 0 / 50 / 50           |                      |                      |          |         |    |  |  |  |  | 40 / 30 / 30          |
| 8  | 4 | 64   | 144                   | 0                    |                      |          |         |    |  |  |  |  | 208                   |
| 9  | 4 | 100 / 0 / 0  | 11,12 / 44,44 / 44,44 |                      |                      |          |         |    |  |  |  |  | 38,46 / 30,77 / 30,77 |
| 10 | 4 | 192  | 624                   | 96                   |                      |          |         |    |  |  |  |  | 912                   |
| 11 | 4 | 100 / 0 / 0  | 12,82 / 46,15 / 41,03 | 4,17 / 25 / 70,83    |                      |          |         |    |  |  |  |  | 30,26 / 24,21 / 35,53 |
| 12 | 4 | 384  | 2656                  | 736                  | 64                   |          |         |    |  |  |  |  | 3840                  |
| 13 | 4 | 100 / 0 / 0  | 10,84 / 43,37 / 45,79 | 3,26 / 26,09 / 70,65 | 0 / 31,25 / 68,75    |          |         |    |  |  |  |  | 18,13 / 35,52 / 46,35 |
| 14 | 4 | 1280   | 8896                  | 5056                 | 640                  |          |         |    |  |  |  |  | 15872                 |
| 15 | 4 | 80 / 20 / 0  | 11,51 / 41,01 / 47,48 | 3,16 / 29,75 / 67,09 | 0,63 / 28,13 / 71,25 |          |         |    |  |  |  |  | 13,94 / 35,21 / 50,85 |
| 16 | 4 | 3584   | 29056                 | 25472                | 6400                 |          |         |    |  |  |  |  | 64512                 |
| 17 | 4 | 71,43 / 28,57 / 0                                  | 11,89 / 39,65 / 48,46 | 3,14 / 30,65 / 66,21 | 0,75 / 27,5 / 71,75  |          |         |    |  |  |  |  | 10,64 / 34,28 / 55,08 |
| 18 | 4 | 9216   | 89856                 | 114816               | 43648                |          |         |    |  |  |  |  | 260096                |
| 19 | 4 | 66,67 / 33,33 / 0                                  | 11,97 / 39,03 / 49    | 3,12 / 30,88 / 66    | 0,77 / 27,46 / 71,77 | 2560     |         |    |  |  |  |  | 8,01 / 33,14 / 58,85  |
| 20 | 4 | 22528  | 268800                | 460032               | 261376               |          |         |    |  |  |  |  | 1044480               |
| 21 | 4 | 63,64 / 36,36 / 0                                  | 12 / 28,67 / 49,33    | 3,14 / 30,94 / 65,92 | 0,78 / 27,5 / 71,72  | 30720    | 1024    |    |  |  |  |  | 6,05 / 31,98 / 61,97  |
| 22 | 4 | 57344  | 762880                | 1731072              | 1333760              |          |         |    |  |  |  |  | 4186112               |
| 23 | 4 | 64,29 / 35,71 / 0                                  | 12,08 / 38,93 / 48,99 | 3,14 / 30,87 / 65,99 | 0,78 / 27,49 / 71,73 | 286720   | 14336   |    |  |  |  |  | 4,64 / 30,87 / 64,49  |
| 24 | 4 | 139264   | 2123776               | 6067200              | 6222848              |          |         |    |  |  |  |  | 16760832              |
| 25 | 4 | 64,71 / 35,29 / 0                                  | 12,25 / 38,96 / 48,79 | 3,13 / 30,92 / 65,95 | 0,78 / 27,45 / 71,77 | 2007040  | 200704  |    |  |  |  |  | 3,53 / 29,82 / 66,64  |
| 26 | 4 | 327680   | 5758976               | 20316160             | 26510336             |          |         |    |  |  |  |  | 67076096              |
| 27 | 4 | 65 / 35 / 0  | 12,3 / 39,05 / 48,65  | 3,13 / 30,9 / 65,97  | 0,78 / 27,45 / 71,77 | 12213248 | 1892352 |    |  |  |  |  | 2,67 / 28,86 / 28,47  |
|    |   |  |                       |                      |                      |          |         |    |  |  |  |  | 57344                 |
|    |   |  |                       |                      |                      |          |         |    |  |  |  |  | 0,01 / 20,9 / 79,09   |

информационных разрядов. Данную особенность следует учитывать при выборе кода для решения той или иной задачи организации диагностического обеспечения дискретной системы.

**Классификация модульных кодов с суммированием.**  $RWSM(m, k)$ -коды по избыточности могут быть сравнимы с модульными и модульно-модифицированными кодами с суммированием единичных информационных разрядов (соответственно с  $SM(m, k)$ - и  $RSM(m, k)$ -кодами) [29].

Известно [27], что классические модульные коды с суммированием (коды  $S$ -типа) не обнаруживают 100% симметричных ошибок и 100% монотонных ошибок кратностью  $d = jM$ ,  $j = 1, 2, \dots, p$ ,  $p \leq \lfloor m/M \rfloor$ , а также некоторую долю асимметричных ошибок с кратностями  $d = M + 2j$ ,  $j = 1, 2, \dots, p$ ,  $d \leq m$ , в информационных векторах. Модифицированные модульные коды (типа  $RS$ ) вследствие вычисления поправочного коэффициента при формировании суммарного веса  $W$  информационного вектора обладают улучшенными характеристиками обнаружения каждого вида ошибок (монотонных, симметричных и асимметричных). При этом существенно улучшенными оказываются свойства обнаружения симметричных ошибок:  $RSM(m, k)$ -кодами обнаруживается практически вдвое больше таких ошибок, чем  $SM(m, k)$ -кодами. Улучшенными оказываются и характеристики обнаружения монотонных и асимметричных ошибок, однако их кратности остаются прежними. В целом  $RSM(m, k)$ -коды обнаруживают почти в два раза больше ошибок, чем соответствующие им по избыточности  $SM^*(m, k)$ -коды ( $M^* = 2^{\log_2 M - 1} = M/2$ ).

Анализ характеристик  $RWSM(m, k)$ -кодов свидетельствует о том, что в результате появления необнаруживаемых монотонных и асимметричных ошибок в области малой кратности по сравнению с  $SM(m, k)$ - и  $RSM(m, k)$ -кодами они имеют улучшенные общие показатели обнаружения ошибок. Таким образом, по показателю обнаружения ошибок в информационных векторах рассматриваемые коды располагаются в следующем порядке (по мере уменьшения числа необнаруживаемых ошибок):  $SM(m, k) \rightarrow RSM(m, k) \rightarrow RWSM(m, k)$ .

На рис. 1 представлена классификация  $(m, k)$ -кодов. На каждом уровне классификации расположены те коды, которые могут быть сравнимы по своим характеристикам, т.е. коды с одинаковой избыточностью. При этом целесообразно сравнивать между собой также коды, обладающие признаком обнаружения любых ошибок нечетных кратностей. Для данного значения  $m$  подобным свойством обладают один  $SM(m, k)$ -код,  $\lfloor m/2 \rfloor$   $RSM(m, k)$ -кодов и один  $RWSM(m, k)$ -код. В [28, 29] указано, что среди всех  $RSM(m, k)$ -кодов существует один код с наилучшими характеристиками обнаружения ошибок в информационных векторах — это  $RSM(m, k)$ -код

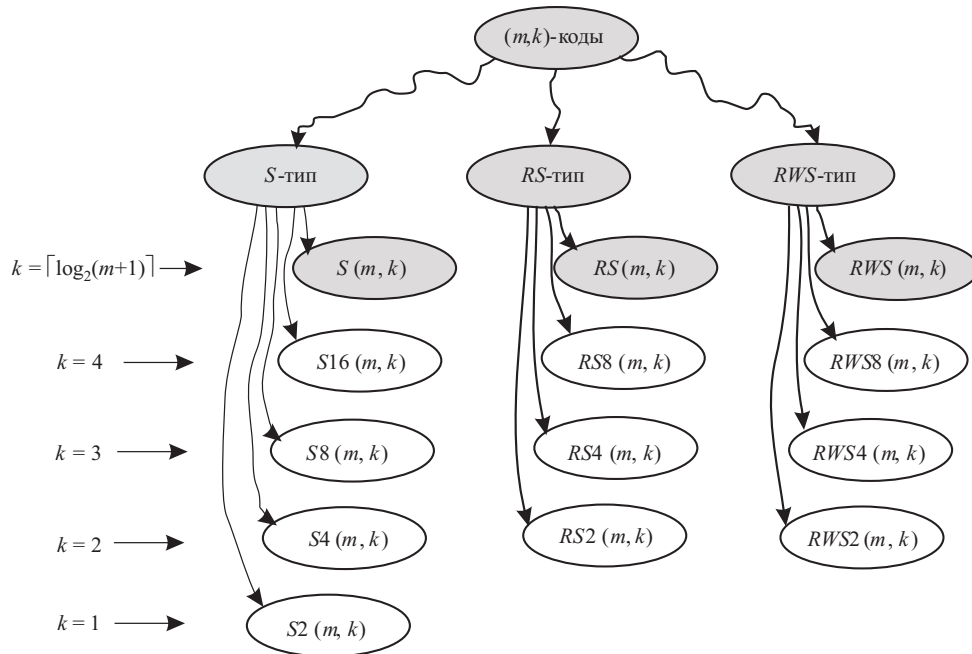


Рис. 1. Классификация модульных кодов с суммированием

для каждого значения  $M$ , при построении которого поправочный коэффициент рассчитывают как сумму по модулю два  $\lfloor m/2 \rfloor$  произвольных, но заранее зафиксированных, разрядов информационного вектора.

Далее будем сравнивать между собой коды с наилучшими характеристиками.  $SM(m, k)$ - и  $RSM(m, k)$ -коды обнаруживают любые ошибки с нечетными кратностями вследствие того, что младший контрольный разряд каждого из этих кодов является функцией паритета всех информационных разрядов (проверка четности) [29]. Причины обнаружения аналогичного вида ошибок  $RWSM(m, k)$ -кодами указаны выше. Таким образом, будем рассматривать коды с суммированием с одинаковой избыточностью и близкими по общим характеристикам свойствам.

**Сравнительный анализ модульных кодов с суммированием.** Характеристики  $(m, k)$ -кодов по обнаружению ошибок в информационных векторах принято оценивать как абсолютными, так и относительными показателями. К абсолютным показателям относят число необнаруживаемых ошибок по видам и кратностям, а также общее. К относительным показателям относятся доли необнаруживаемых ошибок по видам и кратностям (а также в общем), от числа возможных ошибок данного вида и кратности. Относительные показатели более удобны для сравнения кодов между собой при различных длинах информационных векторов.

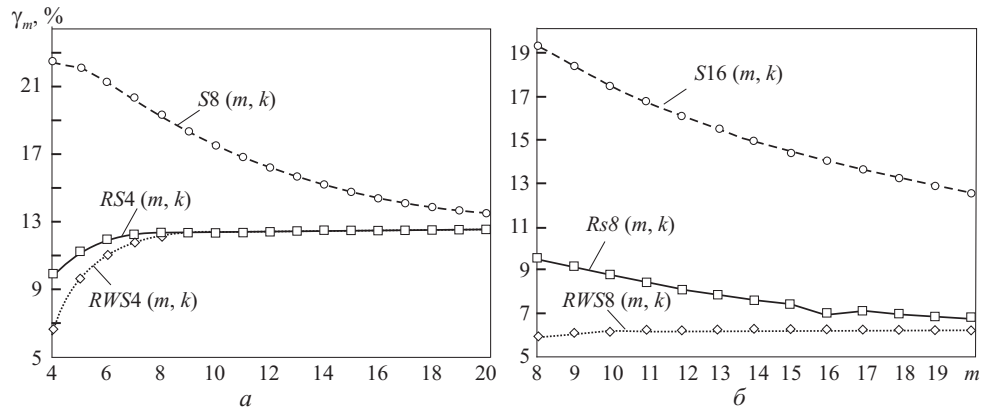


Рис. 2. Графики показателя  $\gamma_m$  для  $(m,3)$ -кодов (а) и  $(m,4)$ -кодов (б)

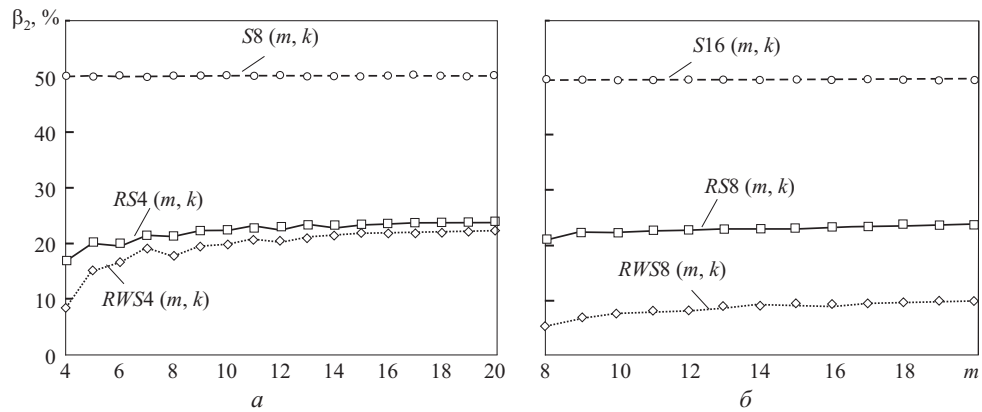


Рис. 3. Значение показателя  $\beta_2$  для  $(m, 3)$ -кодов (а) и  $(m, 4)$ -кодов (б)

Выше доказано, что  $RWSM(m, k)$ -коды относятся к кодам с наименьшим общим числом необнаруживаемых ошибок в информационных векторах, а значит, имеют по данному показателю приоритет по сравнению с  $SM(m, k)$ - и  $RSM(m, k)$ -кодами. На рис. 2 приведены значения  $\gamma_m$  долей необнаруживаемых ошибок от общего их числа для модульных кодов с суммированием с тремя и четырьмя контрольными разрядами. Из графиков видно, что классические  $SM(m, k)$ -коды имеют наихудшие результаты среди всех рассматриваемых кодов. Более эффективными по данному показателю оказываются  $RSM(m, k)$ - и  $RWSM(m, k)$ -коды. Последние имеют улучшенные свойства обнаружения ошибок. С увеличением длины информационного вектора  $RSM(m, k)$ -коды по своим характеристикам приближаются к  $RWSM(m, k)$ -кодам. Чем меньше значение модуля, тем

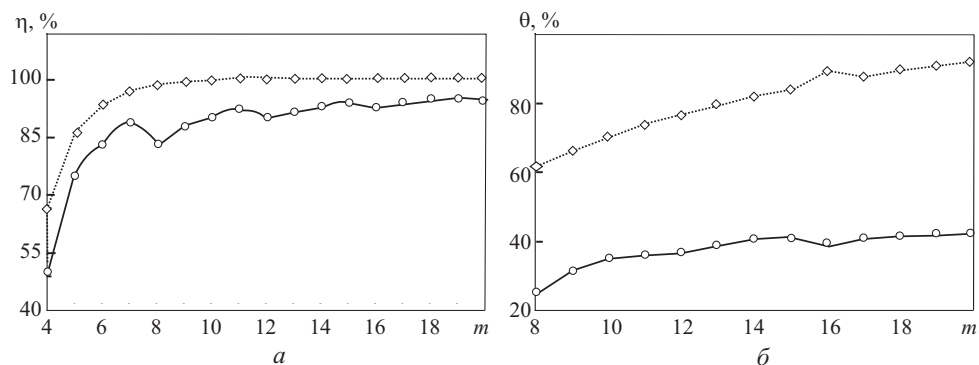


Рис. 4. Значения величин  $\eta$  и  $\theta$  для модульных кодов  $RWS4(m, k)$ (а) и  $RWS8(m, k)$ (б):  $\diamond$  — общее число необнаруживаемых ошибок;  $\circ$  — число двукратных необнаруживаемых ошибок

быстрее с увеличением значения  $m$  свойства кодов становятся похожими. Между  $RS2(m, k)$ - и  $RWS2(m, k)$ -кодами разница вообще исчезает. Это объясняется принципами построения обоих кодов (фактически, это один и тот же код).

Таблица 4. Значения величин  $\beta_2$  для модульных кодов с суммированием

| $m$ | S-тип      |   | RS-тип      |             |             | RWS-тип      |              |              |
|-----|------------|---|-------------|-------------|-------------|--------------|--------------|--------------|
|     | $S2(m, k)$ | $S4(m, k),$<br>$S8(m, k),$<br>$S16(m, k)$ | $RS2(m, k)$ | $RS4(m, k)$ | $RS8(m, k)$ | $RWS2(m, k)$ | $RWS4(m, k)$ | $RWS8(m, k)$ |
| 4   | 100        | 50  | 33,333      | 16,667      | —           | 33,333       | 8,333        | 0            |
| 5   | 100        | 50  | 40          | 20          | —           | 40           | 15           | 5            |
| 6   | 100        | 50  | 40          | 20          | —           | 40           | 16,667       | 6,667        |
| 7   | 100        | 50  | 42,857      | 21,429      | —           | 42,857       | 19,048       | 7,143        |
| 8   | 100        | 50  | 42,857      | 21,429      | 21,429      | 42,857       | 17,857       | 5,357        |
| 9   | 100        | 50  | 44,444      | 22,222      | 22,222      | 44,444       | 19,444       | 6,944        |
| 10  | 100        | 50  | 44,444      | 22,222      | 22,222      | 44,444       | 20           | 7,778        |
| 11  | 100        | 50  | 45,455      | 22,727      | 22,727      | 45,455       | 20,909       | 8,182        |
| 12  | 100        | 50  | 45,455      | 22,727      | 22,727      | 45,455       | 20,455       | 8,333        |
| 13  | 100        | 50  | 46,154      | 23,077      | 23,077      | 46,154       | 21,154       | 8,974        |
| 14  | 100        | 50  | 46,154      | 23,077      | 23,077      | 46,154       | 21,429       | 9,341        |
| 15  | 100        | 50  | 46,667      | 23,333      | 23,333      | 46,667       | 21,905       | 9,524        |
| 16  | 100        | 50  | 46,667      | 23,333      | 23,333      | 46,667       | 21,667       | 9,167        |

Кроме показателя  $\gamma_m$  для сравнения кодов между собой используется показатель  $\beta_d$  — доля необнаруживаемых ошибок кратностью  $d$  от общего числа ошибок данной кратностью. Для  $SM(m, k)$ -кодов значение  $\beta_d$  не зависит от длины информационного вектора, а определяется только значениями  $d$  и  $M$  [27].

В табл. 4 представлены значения величин  $\beta_2$  как наиболее важных показателей кодов. При  $M \in \{4, 8, \dots, 2^{\lceil \log_2(m+1) \rceil - 1}\}$   $RWSM(m, k)$ -коды обнаруживают значительно больше двукратных ошибок, чем  $RSM(m, k)$ - и, тем более,  $SM(m, k)$ -коды. С увеличением значения модуля разница в характеристиках обнаружения ошибок кодами становится более существенной. На рис. 3 представлены значения величин  $\beta_2$  для кодов с тремя и четырьмя контрольными разрядами.

Поскольку  $SM(m, k)$ -коды имеют наихудшие характеристики обнаружения ошибок из всех рассматриваемых кодов, целесообразно более детально сравнить коды  $RWSM(m, k)$  и  $RSM(m, k)$ . На рис. 4 представлены отношение  $\eta$  числа двукратных необнаруживаемых ошибок в  $RWSM(m, k)$ -кодах и отношение  $\theta$  общего числа необнаруживаемых ошибок данными кодами к аналогичному числу для  $RSM(m, k)$ -кодов. Как видно из рис. 4, по показателю обнаружения двукратных ошибок  $RWS8(m, k)$ -коды более чем в два раза эффективнее  $RS8(m, k)$ -кодов.

## Выводы

Предложенные модульно-модифицированные коды с суммированием взвешенных информационных разрядов имеют улучшенные характеристики обнаружения ошибок в информационных векторах по сравнению с классическими и модифицированными кодами с суммированием единичных информационных разрядов. При этом  $RWSM(m, k)$ -коды не только обнаруживают максимальное число ошибок в информационных векторах, но и имеют значительно улучшенные характеристики обнаружения ошибок малых кратностей по сравнению с  $SM(m, k)$ - и  $RSM(m, k)$ -кодами, что немаловажно для реальных приложений, например в задачах синтеза диагностического обеспечения. Тем не менее,  $RWSM(m, k)$ -коды не лишены недостатков. Один из них — преимущественная доля монотонных ошибок в классе необнаруживаемых двукратных ошибок, а также значительная их доля в классе необнаруживаемых четырехкратных ошибок. Это накладывает существенные ограничения при использовании  $RWSM(m, k)$ -кодов для решения задач технической диагностики и синтеза контролепригодных дискретных систем.

Полученные результаты могут быть эффективно использованы на практике при организации систем диагностирования с уменьшенной структурной избыточностью по сравнению с дублированием. При этом области приложения не зависят от элементной базы дискретных систем, а определяются только функциональными требованиями к решаемым задачам.

#### СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Аксенова Г.П. О функциональном диагностировании дискретных устройств в условиях работы с неточными данными // Проблемы управления. 2008, №5, с. 62—66.
2. Ubar R., Raik J., Vierhaus H.-T. Design and Test Technology for Dependable Systems-on-Chip (Premier Reference Source). Information Science Reference. Hershey — New York: IGI Global, 2011, 578 p.
3. Mosin S. Methodology to Design-for-Testability Automation for Mixed-Signal Integrated Circuits Organization // Proc. of 10th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2012). Kharkov, Ukraine, September 14-17, 2012, p. 178—183.
4. Drozd A., Drozd J., Antoshchuk S. et al. Objects and Methods of On-Line Testing: Main Requirements and Perspectives of Development // Proc. of 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2016). Yerevan, Armenia, October 14-17, 2016, p. 72—76.
5. Hahanov V., Litvinova E., Gharibi W. et al. Quantum Memory-Driven Computing for Test Synthesis // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017). Novi Sad, Serbia, September 29-October 2, 2017, p. 63—68. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110147.
6. Tshagharyan G., Harutyunyan G., Shoukourian S., Zorian Y. Experimental Study on Hamming and Hsiao Codes in the Context of Embedded Applications // Ibid. Novi Sad, Serbia, September 29-October 2, 2017, p. 25—28. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
7. Borecky J., Kohlik M., Kubatova H. Parity Driven Reconfigurable Duplex System // Microprocessors and Microsystems. 2017, Vol. 52, p. 251—260, DOI: 10.1016/j.micro.2017.06.015.
8. Piestrak S.J. Design of Self-Testing Checkers for Unidirectional Error Detecting Codes. Wrocław: Oficyna Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej, 1995, 111 p.
9. Zeng C., McCluskey E.J. Finite State Machine Synthesis with Concurrent Error Detection // International Test Conference, Atlantic City, NJ, 1999, p. 672—679, DOI: 10.1109/TEST.1999.805795.
10. Jha N.K., Gupta S. Testing of Digital Systems. Cambridge University Press, 2003, 1000 p.
11. Fujiwara E. Code Design for Dependable Systems: Theory and Practical Applications. John Wiley & Sons, 2006, 720 p.
12. Goessel M., Ocheretny V., Sogomonyan E., Marienfeld D. New Methods of Concurrent Checking: Edition 1. Dordrecht: Springer Science+Business Media B.V., 2008, 184 p.
13. Dinesh Babu N., Ramani G. Checkbit Prediction for Logic Functions By Using Dong's Code Method // Intern. Journal of Science and Research (IJSR). 2014, Vol. 3, Issue 11, p. 946—949.
14. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Классификация ошибок в информационных векторах систематических кодов // Изв. вузов. Приборостроение. 2015, **58**, №5, с. 333—343, DOI: 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343.
15. Berger J.M. A Note on Error Detection Codes for Asymmetric Channels // Information and Control. 1961, Vol. 4, Issue 1, p. 68—73, DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.



16. *Согомонян Е.С., Слабаков Е.В.* Самопроверяемые устройства и отказоустойчивые системы. М.: Радио и связь, 1989, 208 с.
17. *Touba N.A., McCluskey E.J.* Logic Synthesis of Multilevel Circuits with Concurrent Error Detection // IEEE Transaction on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and System. 1997, Vol. 16, July, p. 783—789.
18. *Nicolaidis M., Zorian Y.* On-Line Testing for VLSI — A Compendium of Approaches // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. 1998, № 12, p. 7—20. — DOI: 10.1023/A:1008244815697.
19. *Mitra S., McCluskey E.J.* Which Concurrent Error Detection Scheme to Choose? // Proc. of International Test Conference. USA, Atlantic City, NJ, 03-05 October 2000, p. 985—994, DOI: 10.1109/TEST.2000.894311.
20. *Ostain S.* Self-Checking Synchronous FSM Network Design for Path Delay Faults // Proc. of 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017). Novi Sad, Serbia, September 29-October 2, 2017, p. 696—699. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110129.
21. *Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* О свойствах кода с суммированием в схемах функционального контроля // Автоматика и телемеханика. 2010, № 6, с. 155—162.
22. *Das D., Touba N.A.* Synthesis of Circuits with Low-Cost Concurrent Error Detection Based on Bose-Lin Codes // Journal of Electronic Testing: Theory and Applications. 1999, Vol. 15, Issue 1-2, p. 145—155. DOI: 10.1023/A:1008344603814.
23. *Das D., Touba N.A.* Weight-Based Codes and Their Application to Concurrent Error Detection of Multilevel Circuits // Proc. of the 17th IEEE VLSI Test Symposium. USA, CA, Dana Point, April 25-29, 1999, p. 370—376.
24. *Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl.* Generic Two-Modulus Sum Codes for Technical Diagnostics of Discrete Systems Problems // Proc. of 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2016). Yerevan, Armenia, October 14-17, 2016, p. 256—260, DOI: 10.1109/EWDTS.2016.7807713.
25. *Bose B., Lin D.J.* Systematic Unidirectional Error-Detection Codes // IEEE Transaction on Computers. 1985, Vol. C-34, Nov., p. 1026—1032.
26. *Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Применение модульных кодов с суммированием для построения систем функционального контроля комбинационных логических схем // Автоматика и телемеханика. 2015, № 10, с. 152—169.
27. *Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В., Черепанова М.Р.* Модульные коды с суммированием в системах функционального контроля. I. Свойства обнаружения ошибок кодами в информационных векторах // Электрон. моделирование. 2016, **38**, № 2, с. 27—48.
28. *Блюдов А.А., Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* Построение модифицированного кода Бергера с минимальным числом необнаруживаемых ошибок информационных разрядов // Там же. 2012, **34**, № 6, с. 17—29.
29. *Блюдов А.А., Ефанов Д.В., Сапожников В.В., Сапожников Вл.В.* О кодах с суммированием единичных разрядов в системах функционального контроля // Автоматика и телемеханика. 2014, № 8, с. 131—145.
30. *Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl., Nikitin D.* Sum Code Formation with Minimum Total Number of Undetectable Errors in Data Vectors // Proc. of 13th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2015). Batumi, Georgia, September 26-29, 2015, p. 141—148, DOI: 10.1109/EWDTS.2015.7493112.
31. *Efanov D., Sapozhnikov V., Sapozhnikov Vl.* On One Method of Formation of Optimum Sum Code for Technical Diagnostics Systems // Proc. of 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2016). Yerevan, Armenia, October 14-17, 2016, p. 158-163, DOI: 10.1109/EWDTS.2016.7807633.

32. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В. Коды с суммированием с последовательностью весовых коэффициентов, образующей натуральный ряд чисел, в системах функционального контроля // *Электрон. моделирование*. 2017, **39**, № 5, с. 37—58.
33. Сапожников В.В., Сапожников Вл.В., Ефанов Д.В., Котенко А.Г. Модульные коды с суммированием взвешенных переходов с последовательностью весовых коэффициентов, образующей натуральный ряд чисел // *Труды СПИИРАН*. 2017, № 1, с. 137—164, DOI: 10.15622/SP.50.6.

Получена 28.11.17

#### REFERENCES

1. Aksjonova, G.P. (2008), “On functional diagnosis of discrete devices under imperfect data processing conditions, *Problemy upravleniya*, no. 5, pp. 62-66.
2. Ubar, R., Raik, J. and Vierhaus, H.-T. (2011), “Design and test technology for dependable systems-on-chip (Premier Reference Source)”, *Information Science Reference*, IGI Global, Hershey – New York, USA.
3. Mosin, S. (2012), “Methodology to design-for-testability automation for mixed-signal integrated circuits organization”, *Proceedings of the 10th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS' 2012)*, Kharkov, Ukraine, September 14-17, 2012, pp. 178-183.
4. Drozd, A., Drozd, J., Antoshchuk, S., et al. (2016), “Objects and methods of on-line testing: Main requirements and perspectives of development”, *Proceedings of the 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS' 2016)*, Yerevan, Armenia, October 14-17, 2016, pp. 72-76.
5. Hahanov, V., Litvinova, E., Gharibi, W., et al. (2017), “Quantum memory-driven computing for test synthesis”, *Proceedings of the 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS' 2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29-October 2, 2017, pp. 63-68. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110147.
6. Tshagharyan, G., Harutyunyan, G., Shoukourian, S. and Zorian, Y. (2017), “Experimental study on Hamming and Hsiao codes in the context of embedded applications”, *Ibid*, Novi Sad, Serbia, September 29-October 2, 2017, pp. 25-28. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110065.
7. Borecky J., Kohlik M., Kubatova, H. (2017), “Parity driven reconfigurable duplex system”, *Microprocessors and Microsystems*, Vol. 52, pp. 251-260, DOI: 10.1016/j.micpro.2017.06.015.
8. Piestrak, S.J. (1995), Design of self-testing checkers for unidirectional error detecting codes, *Oficina Wydawnicza Politechniki Wrocławskiej*, Wrocław, Poland.
9. Zeng, C. and McCluskey, E.J. (1999), “Finite state machine synthesis with concurrent error detection”, *Proceedings of International Test Conference*, Atlantic City, NJ, 1999, pp. 672-679, DOI: 10.1109/TEST.1999.805795.
10. Jha, N.K. and Gupta, S. (2003), *Testing of digital systems*, Cambridge University Press, Cambridge, UK.
11. Fujiwara, E. (2006), *Code design for dependable systems: Theory and practical applications*, John Wiley & Sons, New Jersey, USA.
12. Göessel, M., Ocheretny, V., Sogomonyan, E. and Marienfeld, D. (2008), *New methods of concurrent checking: Edition 1*, Springer Science+Business Media B.V., Dordrecht, Netherlands.
13. Dinesh Babu, N. and Ramani, G. (2014), “Checkbit prediction for logic functions by using Dong’s code method”, *Intern. Journal of Science and Research (IJSR)*, Vol. 3, Iss. 11, pp. 946-949.

14. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I. and Efanov, D.V. (2015), "Errors classification in information vectors of systematic codes", *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedeniy. Priborostroenie*, Vol. 58, no. 5, pp. 333-343. DOI 10.17586/0021-3454-2015-58-5-333-343.
15. Berger, J.M. (1961), "A note on error detecting codes for asymmetric channels", *Information and Control*, Vol. 4, Iss. 1, pp. 68-73. DOI: 10.1016/S0019-9958(61)80037-5.
16. Sogomonyan, E.S. and Slabakov, E.V. (1989), *Samoproveryaemye ustroystva i otkazoustoychivyye sistemy* [Self-checking devices and failover systems], Radio & Svyaz, Moscow, USSR.
17. Touba, N.A. and McCluskey, E.J. (1997), "Logic synthesis of multilevel circuits with concurrent error detection", *IEEE Transaction on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and System*. Vol. 16, July, 1997, pp. 783-789.
18. Nicolaidis, M. and Zorian, Y. (1998), "On-line testing for VLSI — a compendium of approaches", *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, no. 12, pp. 7-20. DOI: 10.1023/A:1008244815697.
19. Mitra, S. and McCluskey, E.J. (2000), "Which concurrent error detection scheme to choose?", *Proceedings of International Test Conference, USA, Atlantic City, NJ, October 03-05, 2000*, pp. 985-994. DOI: 10.1109/TEST.2000.894311.
20. Ostanin, S. (2017), "Self-checking synchronous FSM network design for path delay faults", *Proceedings of the 15th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2017)*, Novi Sad, Serbia, September 29-October 2, 2017, pp. 696-699. DOI: 10.1109/EWDTS.2017.8110129.
21. Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V. and Sapozhnikov, V.I. (2010), "On sum code properties in concurrent error detection systems", *Avtomatika i telemekhanika*, no. 6, pp. 155-162.
22. Das, D., and Touba, N.A. (1999), "Synthesis of Circuits with Low-Cost Concurrent Error Detection Based on Bose-Lin Codes", *Journal of Electronic Testing: Theory and Applications*, Vol. 15, Issue 1-2, pp. 145-155. DOI: 10.1023/A:1008344603814.
23. Das, D. and Touba, N.A. (1999), "Weight-based codes and their application to concurrent error detection of multilevel circuits", *Proceedings of the 17th IEEE VLSI Test Symposium, USA, CA, Dana Point, April 25-29, 1999*, pp. 370-376.
24. Efanov, D., Sapozhnikov, V. and Sapozhnikov, V.I. (2016), "Generic two-modulus sum codes for technical diagnostics of discrete systems problems", *Proceedings of the 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2016)*, Yerevan, Armenia, October 14-17, 2016, pp. 256-260. DOI: 10.1109/EWDTS.2016.7807713.
25. Bose, B. and Lin, D.J. (1985), "Systematic unidirectional error-detection codes", *IEEE Transaction on Computers*, Vol. C-34, Nov., pp. 1026-1032.
26. Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V. and Sapozhnikov, V.I. (2015), "Applications of modular summation codes to concurrent error detection systems for combinational Boolean circuits", *Avtomatika i telemekhanika*, no. 10, pp. 152-169.
27. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, V.I., Efanov, D.V. and Cherepanova, M.R. (2016), "Modulo codes with summation in concurrent error detection systems. I. Ability of modulo codes to detect error in data vectors", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 38, no. 2, pp. 27-48.
28. Blyudov, A.A., Efanov, D.V., Sapozhnikov, V.V. and Sapozhnikov, V.I. (2012), "Formation of the Berger modified code with minimum number of undetectable errors of data bits", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 34, no. 6, pp. 17-29.
29. Blyudov, A.A., Efanov, D.V. Sapozhnikov, V.V. and Sapozhnikov, V.I. (2014), "On codes with summation of data bits in concurrent error detection systems", *Avtomatika i telemekhanika*, no. 8, pp. 131-145.
30. Efanov, D., Sapozhnikov, V., Sapozhnikov, V.I. and Nikitin, D. (2015), "Sum code formation with minimum total number of undetectable errors in data vectors", *Proceedings of the 13th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2015)*, Batumi, Georgia, September 26-29, 2015, pp. 141-148. DOI: 10.1109/EWDTS.2015.7493112.

31. Efanov, D., Sapozhnikov, V. and Sapozhnikov, Vl. (2016), "On one method of formation of optimum sum code for technical diagnostics systems", *Proceedings of the 14th IEEE East-West Design & Test Symposium (EWDTS'2016)*, Yerevan, Armenia, October 14-17, 2016, pp. 158-163. DOI: 10.1109/EWDTS.2016.7807633.
32. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, Vl.V. and Efanov, D.V. (2017), "Codes with summation with a sequence of weight coefficients, forming a natural series of numbers, in concurrent error detection systems", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 39, no. 5, pp. 37-58.
33. Sapozhnikov, V.V., Sapozhnikov, Vl.V., Efanov, D.V. and Kotenko, A.G. (2017), "Modulo codes with summation of weighted transitions with natural number sequence of weights", *Trudy SPIIRAN*, no. 1, pp. 137-164. DOI: 10.15622/SP.50.6.

Received 28.11.17

*В.В. Сапожников, Вл.В. Сапожников, Д.В. Ефанов*

#### МОДУЛЬНО-МОДИФІКОВАНІ ЗВАЖЕНІ КОДИ З ПІДСУМОВУВАННЯМ, ЩО ВИЯВЛЯЮТЬ БУДЬ-ЯКІ ПОМИЛКИ НЕПАРНИХ КРАТНОСТЕЙ

Розглянуто задачу побудування класів кодів з підсумовуванням з найменшою загальною кількістю помилок, що не виявляються, в інформаційних векторах при фіксованих числах інформаційних і контрольних розрядів. Запропоновано алгоритм побудови модифікованих модульних кодів з підсумовуванням зважених інформаційних розрядів з послідовністю вагових коефіцієнтів, яка утворює натуральний ряд чисел. Якості нового класу кодів проаналізовано у порівнянні з відомими модульними кодами з підсумовуванням одиничних інформаційних розрядів. Наведено класифікацію і дано детальний порівнюючий аналіз модульних кодів з підсумовуванням, які мають властивість ідентифікації будь-яких помилок з непарними кратностями. Показано переваги та недоліки нових модифікованих модульних зважених кодів з підсумовуванням.

*К л ю ч о в і с л о в а:* технічна діагностика дискретних систем, код з підсумовуванням, код Бергера, модульний код з підсумовуванням, помилка, що не виявляється, зважені коди з підсумовуванням, модифікований модульний зважений код з підсумовуванням.

*V.V. Sapozhnikov, Vl.V. Sapozhnikov, D.V. Efanov*

#### MODULAR-MODIFIED WEIGHTED SUMMATION CODES DETECTING ANY ERRORS OF ODD MULTIPLICITIES

The problem has been considered of constructing a class of codes with summation with the smallest total number of undetectable errors in data vectors for a given numbers of data and check bits. An algorithm is proposed for constructing modified modular codes with summation of weighted data bits with a sequence of weight coefficients that forms a natural series of numbers. Properties of a new class of codes are analyzed in comparison with known modular codes with summation of single indicators of digits. A classification and a detailed comparative analysis of modular codes with summation possessing the property of identifying any errors with odd multiplicities are given. The advantages and disadvantages of the new modified modular weighted codes with summation are shown.

*K e y w o r d s:* technical diagnostics of discrete systems, summation code, Berger's code, modular summation code, undetectable error, weighted summation codes, modified weighted summation code.

*САПОЖНИКОВ Валерий Владимирович, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I. В 1963 г. окончил Ленинградский ин-т инженеров железнодорожного транспорта. Область научных исследований — надежный синтез дискретных устройств, синтез безопасных систем, синтез самопроверяемых схем, техническая диагностика дискретных систем.*

*САПОЖНИКОВ Владимир Владимирович, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I. В 1963 г. окончил Ленинградский ин-т инженеров железнодорожного транспорта. Область научных исследований — надежный синтез дискретных устройств, синтез безопасных систем, синтез самопроверяемых схем, техническая диагностика дискретных систем.*

*ЕФАНОВ Дмитрий Викторович, д-р техн. наук, доцент, доцент кафедры «Автоматика и телемеханика на железных дорогах» Петербургского государственного университета путей сообщения Императора Александра I. В 2007 г. окончил Петербургский государственный университет путей сообщения. Область научных исследований — дискретная математика, надежность и техническая диагностика дискретных систем.*

