
МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ОБЧИСЛЮВАЛЬНІ МЕТОДИ

doi:<https://doi.org/10.15407/emodel.40.03.003>

УДК 519.8

С.Е. Саух, д-р техн. наук
Ин-т проблем моделирования
в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины
(Украина, 03164, Киев, ул. Генерала Наумова, 15,
e-mail: ssaukh@gmail.com)

Методология и методы математического моделирования энергетики в рыночных условиях

Проанализированы особенности развития систем моделирования энергетики в условиях действия рыночных механизмов управления энергетическими комплексами. Сформулированы требования по обеспечению адекватности систем моделирования энергетики в рыночных условиях. Описана обобщенная математическая модель конкурентного равновесия на рынке электроэнергии в виде системы задач математического программирования с комплементарными ограничениями. Поиск решения такой системы задач сведен к поиску решения смешанной нелинейной комплементарной задачи большой размерности в виде системы условий Каруша—Куна—Таккера. Представлена совокупность оригинальных методов решения отдельных подзадач, возникающих при применении квазиютоновского метода решения комплементарных задач большой размерности. Преимущества созданного на оригинальной методической основе решателя таких задач ICRS показаны в сравнении с распространенным в мире решателем PATH. Разработана модель равновесных состояний рынка электроэнергии Украины в виде детального описания системы задач математического программирования с комплементарными ограничениями. С помощью вычислительных экспериментов показаны особенности применения методологии построения адекватных математических моделей энергетических рынков и предложенных методов решения системы задач математического программирования с комплементарными ограничениями.

К л ю ч е в ы е с л о в а: энергетика, рынок, равновесное состояние, методология моделирования, комплементарная задача, решатель задач большой размерности, вычислительный эксперимент, математическое программирование.

Мировые тенденции развития систем моделирования энергетики (СМЭ) обусловлены постоянной потребностью в их применении для решения различных задач, которые классифицируют по четырем целевым группам: моделирование, инвестирование, управление и управление и инвестирование [1—4].

© С.Е. Саух, 2018

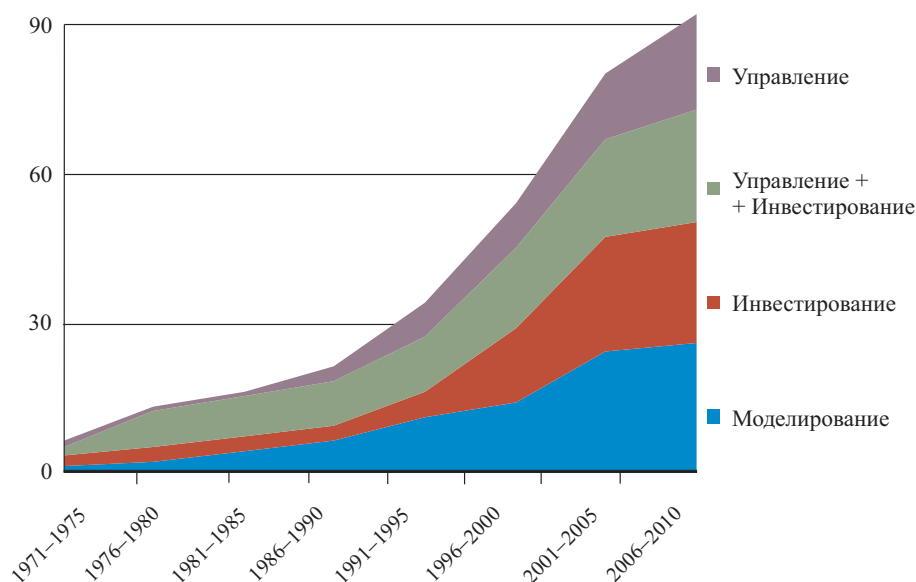


Рис. 1. Динамика числа СМЭ

В группу «моделирование» входят задачи имитационного моделирования энергетических систем (ЭС). Имитационные модели достаточно сложные и основаны на логическом и преимущественно технологическом представлении о функционировании ЭС. Их часто используют в сценарном анализе, а эффекты воздействия политики ценообразования в таких моделях менее важны.

К группе «инвестирование» относятся задачи анализа инвестиционных проектов в энергетике. Модели инвестиционных процессов в энергетике дают возможность пользователю формировать задачи оптимизации инвестиций, получать их решения, а затем эти решения сравнивать.

В группу «управление» включены задачи моделирования ЭС, верификации моделей по измеряемым данным, а также задачи поиска практических решений по оптимизации управления такими системами. Примерами задач оптимизации управления являются задачи минимизации общих затрат топлива, минимизации эксплуатационных затрат, максимизации дохода и др.

В группу «управление и инвестирование» входит комплекс взаимосвязанных оптимизационных задач инвестирования и управления в энергетике.

Число СМЭ постоянно возрастает: сегодня их уже приблизительно 100 [2, 4] (рис. 1). В течение последних четырех десятилетий структура спроса на СМЭ постоянно меняется. В 1970-х годах мировой энергетический

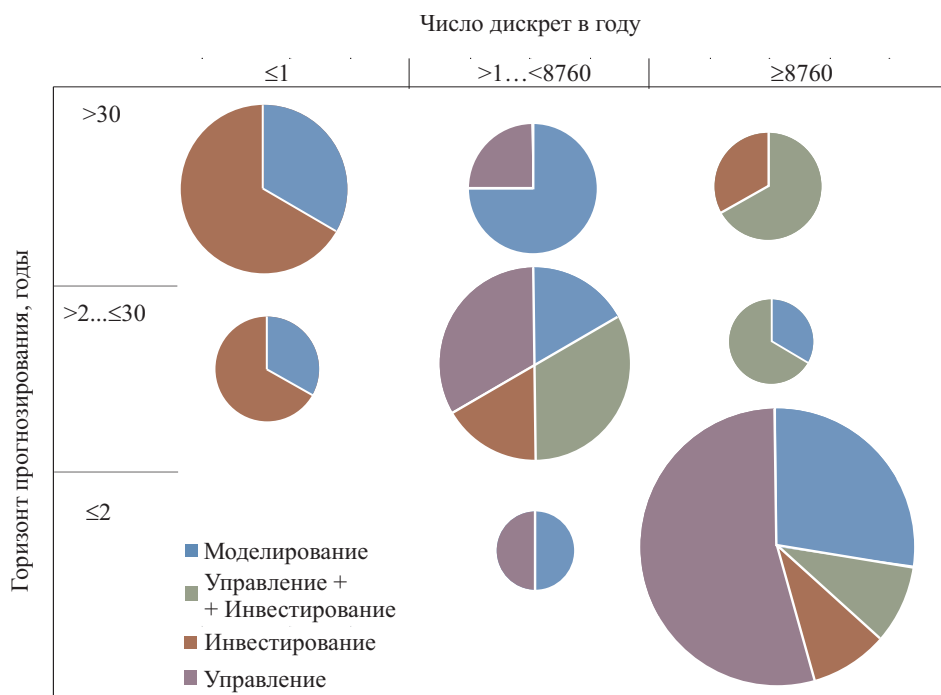


Рис. 2. Детализация прогнозируемого периода: основные характеристики 38 СМЭ, разработанных в 2000-х годах (диаметры круговых диаграмм соответствуют числу СМЭ)

кризис стал стимулом к развитию ядерной энергетики, что, в свою очередь, способствовало появлению СМЭ, предназначенных в основном для решения задач оптимизации процессов инвестирования и управления.

В 1980-е годы вводятся новые технологии производства электроэнергии, основанные на альтернативных источниках энергии, и начинаются процессы диверсификации производства. В этот период появляются СМЭ, обеспечивающие детальный почасовой анализ производственных процессов.

В 1990-е годы ответом на экологические проблемы стало введение новых технологий производства электроэнергии, использующих возобновляемые источники. Число СМЭ значительно возрастает, особенно таких, которые ориентированы на решение задач оптимизации процессов управления и инвестирования.

В 2000-х годах осуществляются реформы в сфере управления отдельными секторами энергетики и формируются устойчивые ЭС. В этот период появляются СМЭ, обеспечивающие решение задач оптимизации процессов управления ЭС в кратко- и среднесрочной перспективе. Сопоставление их основных характеристик представлено на рис. 2

Постоянное расширение множества актуальных задач анализа ЭС обусловило необходимость не только создания новых СМЭ, но и постоянного обновления ранее созданных [2, 3]. При появлении значительного числа СМЭ возникла необходимость их классификации по различным признакам [2, 3, 5], из которых базовыми являются методологические основы построения моделей ЭС и методы решения математических задач моделирования.

Методологической основой построения существующих СМЭ являются эконометрические, макроэкономические, инвестиционные, имитационные, ретрополяционные, многокритериальные модели, модели экономического равновесия и гибкие модели в виде электронных таблиц.

В состав наиболее распространенных в мире СМЭ входит операционное ядро в виде решателей оптимизационных задач моделирования ЭС с целевыми функциями наименьших затрат и максимизации общественного благосостояния. При формулировке таких задач всегда считается, что производители и потребители энергоресурсов являются ценопринимающими сторонами, а ценообразование происходит по маргинальному принципу. В состав вычислительного ядра каждой СМЭ обязательно входят решатели задач, оформленные в виде библиотек (табл. 1).

Оптимизационные задачи моделирования ЭС представлены в виде математических задач линейного, нелинейного, смешанного целочисленного и стохастического программирования. Как правило, это задачи большой размерности. Для их решения в относительно простых СМЭ применяются решатели, находящиеся в открытом интернет-доступе. Однако в более совершенных СМЭ применяются решатели, алгоритмы которых разрабатываются и совершенствуются на протяжении десятилетий ведущими научно-исследовательскими учреждениями и специализированными коммерческими компаниями.

Таблица 1. Решатели современных СМЭ

СМЭ	Решатель	Разработчик	Год разработки
NEMS[6]	MPSIII Optimization and Modeling Library	Ketron Optimization	1980
PLEXOS[7]	Xpress-MP	FICO	1988
	CPLEX	IBM	1988
	MOSEK	MOSEK	2000
	GUROBI	Gurobi	2009
PRIMES[8]	GAMS	GAMS Dev. Cor.	1987
	CPLEX	IBM	1988
	PATH	Wisconsin Uni.	1995



Рис. 3. Энергетические рынки мира по состоянию на 2016 г. [9]

Развитие СМЭ с 2000 по 2010 г. связано с реформированием, развитием и либерализацией энергетических рынков (рис. 3). Необходимость моделирования либерализованного рынка электроэнергии Австралии обусловила появление адекватной системы моделирования NEMSIM [10], которая является агентно-ориентированной имитационной моделью. В этой модели национальный рынок электрической энергии Австралии представлен в виде эволюционной системы сложных процессов взаимодействия между поведением человека на рынках, техническими инфраструктурными системами и окружающей средой. Система NEMSIM разработана на основе собранных за шесть лет данных относительно спроса, цен и объемов производства, которые были зафиксированы на национальном рынке электрической энергии. Существенным недостатком методологии агентно-ориентированного моделирования является вычислительная сложность алгоритмов решения соответствующих математических задач. Поэтому такая методология построения СМЭ не получила широкого распространения в мире.

Процессы реформирования энергетических рынков США начались еще в 1980-х годах как ответ на энергетический кризис 1970-х годов. Тогда, пожалуй впервые, разработчики СМЭ США были вынуждены отказаться от традиционного предположения о том, что все производители и потребители энергоресурсов являются ценопринимателями, а ценообразование происходит только по маргинальному принципу. Взамен было предложено придерживаться такого предположения только при

моделировании процессов ценообразования для отдельных секторов энергетики, а на макроэкономическом уровне — искать ценовое равновесие между спросом и предложением на энергоресурсы, формируемые между отдельными секторами энергетики, между ними и остальными секторами экономики страны и внешним миром.

Необходимость обеспечения адекватности моделей энергетики США в условиях реформирования рынков энергетических ресурсов обусловила разработку оригинальных подходов к формализации и решению задач поиска секторального и общего равновесия. В результате были предложены новая методология моделирования равновесного состояния энергетики США и алгоритм PIES [11] решения нового класса задач моделирования — комплементарных задач. Решатель PIES и его модификации были воплощены сначала в систему моделирования IFFS, а позже — в NEMS [12]. Однако несовершенство решателя PIES и его неспособность находить решения комплементарных задач, возникающих при усилении экономической взаимозависимости энергетических рынков США, стимулировали многих разработчиков к существенным переделкам собственных систем. В настоящее время в мире создано лишь несколько СМЭ, обеспечивающих равновесное моделирование энергетических рынков (табл. 2).

В Европе подобная NEMS СМЭ PRIMES была разработана в лаборатории E3Mlab — ICCS Афинского национального технического университета в результате длительных исследований, финансово поддержанных Европейской комиссией. Различные версии системы PRIMES успешно рецензированы в 1997 и 2011 годах. [8]. Современная ее версия разработана на основе методологии равновесного моделирования, примененной для математического описания ЭС Европейского Союза в виде задач равновесного программирования с равновесными ограничениями [18].

Таблица 2. Системы равновесного моделирования энергетики и их решатели комплементарных задач

Система и страна происхождения	Решатель комплементарных задач
IFFS [13] — США	PIES с алгоритмом Гаусса—Зейделя [11, 12]
NEMS [6] — США	PIES с блочным алгоритмом Гаусса—Зейделя [12, 14]
ENPEP [15] — США	Данные не найдены
GEMS [16] — США	" "
GEMINI [17] — Франция	PATH [20—23]
PRIMES [18] — Греция	PATH
C-GEM [19] — КНР, США	PATH

Задачи моделирования рынков электрической энергии с N участниками можно представить в обобщенном виде, а именно в виде системы задач нелинейного программирования с комплементарными ограничениями:

$$\begin{aligned} & \Phi_1(\mathbf{X}_1 \mathbf{Y}_1) \xrightarrow{\mathbf{X}_1 \in C_1} \max \\ & \dim \mathbf{X}_1 = K_1, \mathbf{Y}_1 = \mathbf{X} | \mathbf{X}_1, \{\mathbf{X}_1 \cap \mathbf{X}_n = \emptyset | n=2, \dots, N\}, \\ & C_1 \equiv \left\{ \mathbf{X}_1 \in \mathbf{R}^{K_1} : H_{1,i}(\mathbf{X}) = 0, i \in I_1, G_{1,j}(\mathbf{X}) \geq 0, j \in J_1, \right. \\ & \quad \left. 0 \leq R_{1,m}(\mathbf{X}_1) \perp S_{1,m}(\mathbf{X}_1) \geq 0, m \in M_1 \right\}, \\ & \Phi_1, \{H_{1,i}\}, \{G_{1,j}\} : \mathbf{R}^K \rightarrow \mathbf{R}, \{R_{1,m}\}, \{S_{1,m}\} : \mathbf{R}^{K_1} \rightarrow \mathbf{R}, \\ & |M_1| + |I_1| \leq K_1, |J_1| < \infty; \\ & \Phi_2(\mathbf{X}_2 \mathbf{Y}_2) \xrightarrow{\mathbf{X}_2 \in C_2} \max \\ & \dim \mathbf{X}_2 = K_2, \mathbf{Y}_2 = \mathbf{X} | \mathbf{X}_2, \{\mathbf{X}_2 \cap \mathbf{X}_n = \emptyset | n=1, 3, \dots, N\}, \\ & C_2 \equiv \left\{ \mathbf{X}_2 \in \mathbf{R}^{K_2} : H_{2,i}(\mathbf{X}) = 0, i \in I_2, G_{2,j}(\mathbf{X}) \geq 0, j \in J_2, \right. \\ & \quad \left. 0 \leq R_{2,m}(\mathbf{X}_2) \perp S_{2,m}(\mathbf{X}_2) \geq 0, m \in M_2 \right\}, \\ & \Phi_2, \{H_{2,i}\}, \{G_{2,j}\} : \mathbf{R}^K \rightarrow \mathbf{R}, \{R_{2,m}\}, \{S_{2,m}\} : \mathbf{R}^{K_2} \rightarrow \mathbf{R}, \\ & |M_2| + |I_2| \leq K_2, |J_2| < \infty; \\ & \dots \dots \dots \\ & \Phi_N(\mathbf{X}_N \mathbf{Y}_N) \xrightarrow{\mathbf{X}_N \in C_N} \max \\ & \dim \mathbf{X}_N = K_N, \mathbf{Y}_N = \mathbf{X} | \mathbf{X}_N, \{\mathbf{X}_N \cap \mathbf{X}_n = \emptyset | n=1, \dots, N-1\}, \\ & C_N \equiv \left\{ \mathbf{X}_N \in \mathbf{R}^{K_N} : H_{N,i}(\mathbf{X}) = 0, i \in I_N, G_{N,j}(\mathbf{X}) \geq 0, j \in J_N, \right. \\ & \quad \left. 0 \leq R_{N,m}(\mathbf{X}_N) \perp S_{N,m}(\mathbf{X}_N) \geq 0, m \in M_N \right\}, \\ & \Phi_N, \{H_{N,i}\}, \{G_{N,j}\} : \mathbf{R}^K \rightarrow \mathbf{R}, \{R_{N,m}\}, \{S_{N,m}\} : \mathbf{R}^{K_N} \rightarrow \mathbf{R}, \\ & |M_N| + |I_N| \leq K_N, |J_N| < \infty. \end{aligned}$$

Здесь вектор неизвестных \mathbf{X} имеет размерность $\dim \mathbf{X} = K$, а символом \perp обозначено отношение ортогональности. В более компактной форме представленная система задач имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} & \Phi_1(\mathbf{X}_1 \mathbf{Y}_1) \xrightarrow{\mathbf{X}_1 \in C_1} \max \\ & \dim \mathbf{X}_1 = K_1, \mathbf{Y}_1 = \mathbf{X} | \mathbf{X}_1, \{\mathbf{X}_1 \cap \mathbf{X}_n = \emptyset | n=2, \dots, N\}, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C_1 &\equiv \left\{ \mathbf{X}_1 \in \mathbb{R}^{K_1} : \mathbf{H}_1(\mathbf{X}) = \mathbf{0}, \mathbf{G}_1(\mathbf{X}) \geq \mathbf{0}, \right. \\
 &\quad \left. \mathbf{0} \leq \mathbf{R}_1(\mathbf{X}_1) \perp \mathbf{S}_1(\mathbf{X}_1) \geq \mathbf{0}, \right\}, \\
 \Phi_1 : \mathbb{R}^K &\rightarrow \mathbb{R}, \mathbf{H}_1 : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^{|I_1|}, \mathbf{G}_1 : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^{|J_1|}, \\
 \mathbf{R}_1 : \mathbb{R}^{K_1} &\rightarrow \mathbb{R}^{|M_1|}, \mathbf{S}_1 : \mathbb{R}^{K_1} \rightarrow \mathbb{R}^{|M_1|}, |M_1| + |I_1| \leq K_1, |J_1| < \infty; \\
 &\quad \Phi_2(\mathbf{X}_2 \mathbf{Y}_2) \xrightarrow{\mathbf{X}_2 \in C_2} \max \\
 \dim \mathbf{X}_2 &= K_2, \mathbf{Y}_2 = \mathbf{X} | \mathbf{X}_2, \{\mathbf{X}_2 \cap \mathbf{X}_n = \emptyset \mid n = 1, 3, \dots, N\}, \\
 C_2 &\equiv \left\{ \mathbf{X}_2 \in \mathbb{R}^{K_2} : \mathbf{H}_2(\mathbf{X}) = \mathbf{0}, \mathbf{G}_2(\mathbf{X}) \geq \mathbf{0}, \right. \\
 &\quad \left. \mathbf{0} \leq \mathbf{R}_2(\mathbf{X}_2) \perp \mathbf{S}_2(\mathbf{X}_2) \geq \mathbf{0}, \right\}, \\
 \Phi_2 : \mathbb{R}^K &\rightarrow \mathbb{R}, \mathbf{H}_2 : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^{|I_2|}, \mathbf{G}_2 : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^{|J_2|}, \\
 \mathbf{R}_2 : \mathbb{R}^{K_2} &\rightarrow \mathbb{R}^{|M_2|}, \mathbf{S}_2 : \mathbb{R}^{K_2} \rightarrow \mathbb{R}^{|M_2|}, |M_2| + |I_2| \leq K_2, |J_2| < \infty; \\
 &\dots\dots\dots \\
 &\quad \Phi_N(\mathbf{X}_N \mathbf{Y}_N) \xrightarrow{\mathbf{X}_N \in C_N} \max \\
 \dim \mathbf{X}_N &= K_N, \mathbf{Y}_N = \mathbf{X} | \mathbf{X}_N, \{\mathbf{X}_N \cap \mathbf{X}_n = \emptyset \mid n = 1, \dots, N-1\}, \\
 C_N &\equiv \left\{ \mathbf{X}_N \in \mathbb{R}^{K_N} : \mathbf{H}_N(\mathbf{X}) = \mathbf{0}, \mathbf{G}_N(\mathbf{X}) \geq \mathbf{0}, \right. \\
 &\quad \left. \mathbf{0} \leq \mathbf{R}_N(\mathbf{X}_N) \perp \mathbf{S}_N(\mathbf{X}_N) \geq \mathbf{0} \right\}, \\
 \Phi_N : \mathbb{R}^K &\rightarrow \mathbb{R}, \mathbf{H}_N : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^{|I_N|}, \mathbf{G}_N : \mathbb{R}^K \rightarrow \mathbb{R}^{|J_N|}, \\
 \mathbf{R}_N : \mathbb{R}^{K_N} &\rightarrow \mathbb{R}^{|M_N|}, \mathbf{S}_N : \mathbb{R}^{K_N} \rightarrow \mathbb{R}^{|M_N|}, |M_N| + |I_N| \leq K_N, |J_N| < \infty.
 \end{aligned}$$

Решение \mathbf{X} такой системы задач удовлетворяет условиям оптимальности Каруша—Куна—Таккера, а именно

$$\left\{ \begin{array}{l}
 \mathbf{0} = \nabla_{\mathbf{X}_n} [-\Phi_n(\mathbf{X}_n, \mathbf{Y}_n) + \boldsymbol{\mu}_n^T \mathbf{Z}_n(\mathbf{X}) - \boldsymbol{\lambda}_n^T \mathbf{V}_n(\mathbf{X})] \\
 \mathbf{0} = \mathbf{Z}_n(\mathbf{X}) = \left| \begin{array}{c} \mathbf{H}_n(\mathbf{X}) \\ \mathbf{R}_n(\mathbf{X}_n) \circ \mathbf{S}_n(\mathbf{X}_n) \end{array} \right| \\
 \mathbf{0} \leq \boldsymbol{\lambda}_n \perp \mathbf{V}_n(\mathbf{X}) = \left| \begin{array}{c} \mathbf{H}_n(\mathbf{X}) \\ \mathbf{R}_n(\mathbf{X}_n) \\ \mathbf{S}_n(\mathbf{X}_n) \end{array} \right| \geq \mathbf{0} \\
 \boldsymbol{\mu}_n \in \mathbb{R}^{|I_n| + |M_n|}, \boldsymbol{\lambda}_n \in \mathbb{R}^{|J_n| + 2|M_n|}
 \end{array} \right. \quad n = 1, \dots, N, \quad (1)$$

где символами ∇ и \circ обозначены оператор Гамильтона и операция произведения Адамара. Система равенств и комплементарных неравенств (1) с

неизвестными $\mathbf{X} = |\mathbf{X}_1 \dots \mathbf{X}_N|^T$ и дуальными неизвестными $\boldsymbol{\lambda} = |\boldsymbol{\lambda}_1 \dots \boldsymbol{\lambda}_N|^T$ и $\boldsymbol{\mu} = |\boldsymbol{\mu}_1 \dots \boldsymbol{\mu}_N|^T$ является смешанной нелинейной комплементарной задачей.

Проблемы математического моделирования конкурентного равновесия на рынках электроэнергии следующие:

- 1) недопустимость упрощения системы взаимосвязанных задач оптимизации деятельности участников рынка;
- 2) плохое структурирование системы задач оптимизации;
- 3) большая размерность задач моделирования;
- 4) ограниченные возможности известных математических методов решения системы задач нелинейного программирования.

Решатель PATH реализует итерационный алгоритм решения задачи (1), основанный на линеаризации функций в окрестностях последовательности приближенных решений, формировании линейных комплементарных задач и применении модифицированного алгоритма Лемке для определения направлений поиска неизвестных [21, 22]. Решатель PATH предложен в 1995 г. специалистами Университета Висконсин-Мэдисон (США). С тех пор он стал стандартом, с которым сравнивают новые решатели смешанных комплементарных задач и задач на вариационные неравенства [23]. Теперь решатель PATH используется в системах математического моделирования AMPL, GAMS и MATLAB [20].

С 2000 по 2010 г. решатель PATH многократно применялся для решения задач моделирования энергетических рынков ЕС и США [17—19, 24—28]. На его основе в 2007—2013 гг. в Украине были созданы модельные инструменты исследования национального рынка электрической энергии и процессов развития генерирующих мощностей ТЭС в рыночных условиях [29—34]. Созданные модельные инструменты применялись для экспериментальных исследований объединенного рынка электроэнергии стран Бенилюкса, Германии и Франции [29], а также для проведения различных тестовых расчетов [30—33]. Цель таких исследований состояла в получении оценок адекватности созданных модельных инструментов. С использованием данных, находящихся в открытом доступе [35], были проведены расчеты по оценке воздействия на рынки различных стратегий поведения генерирующих компаний в условиях наличия и отсутствия трейдера (арбитражного торговца). Результаты проведенных экспериментов оказались тождественны представленным в указанных выше зарубежных публикациях.

Созданные модельные инструменты применялись также для исследований рынка электроэнергии Украины. Для этого была использована агрегированная схема объединенной энергетической системы (ОЭС) страны:

восемь энергоузлов, соединенных 12-ю интерфейсами, в энергоузлах размещены 55 генерирующих блоков, принадлежащих десяти компаниям, в том числе пяти конкурирующим компаниям ТЭС. Цель таких исследований заключалась в оценке адекватности отражения в модели особенностей работы ОЭС. Вычислительные эксперименты были проведены в 2006 г. для одного часового периода, а именно максимума нагрузки энергосистемы. Сопоставление расчетных и фактических данных по объемам производства электроэнергии генерирующим оборудованием ТЭС и ее поставок в энергоузлы через интерфейсы показало полное соответствие результатов моделирования фактическим данным.

В результате многочисленных исследований, проведенных с 2010 по 2013 г. на созданных моделях рынков электроэнергии Украины, была экспериментально установлена вычислительная неустойчивость решателя RATH [36], наблюдаемая при условиях:

- 1) учета значительного числа взаимосвязанных состояний нагрузки ЭС в задачах прогнозирования развития генерирующих мощностей;
- 2) наличия в ЭС генерирующих блоков, маргинальные затраты которых существенно различаются.

Поэтому дальнейшие исследования рынка электрической энергии Украины требовали применения более совершенного решателя, которого в то время не существовало.

Решатель ICRS был создан в 2016 г. в виде специального математического обеспечения решения комплементарных задач большой размерности [37]. В нем используется S -функция Фишера—Бурмейстера [38] $\varphi_{\text{FB}}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$, $\varphi_{\text{FB}}(a, b) = \sqrt{a^2 + b^2} - a - b$ для преобразования системы равенств и комплементарных неравенств (1) в систему негладких нелинейных уравнений вида

$$\left\{ \begin{array}{l} \mathbf{0} = \nabla_{\mathbf{X}_n} [-\Phi_n(\mathbf{X}_n, \mathbf{Y}_n) + \boldsymbol{\mu}_n^T \mathbf{Z}_n(\mathbf{X}) - \boldsymbol{\lambda}_n^T \mathbf{V}_n(\mathbf{X})] \\ \mathbf{0} = \mathbf{Z}_n(\mathbf{X}) \\ \mathbf{0} = \boldsymbol{\Phi}_{\text{FB}}(\boldsymbol{\lambda}_n, \mathbf{V}_n(\mathbf{X})) \end{array} \right\}_{n=1, \dots, N}. \quad (2)$$

Для поиска ее решения применяется квазиньютоновский итерационный метод, которому свойственна глобальная сходимость итерационного процесса [39, 40]. С целью определения направления поиска решения задачи (2) на каждой итерации осуществляется линеаризация системы негладких нелинейных уравнений. При этом формирование обобщенных якобианов Кларка выполняется с помощью субдифференциала Булигана негладких функций, в частности таких, как функция Фишера—Бурмейстера.

Линеаризованные системы уравнений имеют большую размерность и, при определенных обстоятельствах, плохую обусловленность. Поэтому их решение осуществляется с помощью ранее разработанных методов полной *CR*-факторизации матриц [41] и их неполной *ICR*-факторизации [42]. В отличие от других методов *ICR*-факторизации матриц обеспечивает достижение высоких аппроксимирующих свойств матриц-предобусловливателей в итерационных методах Крылова (GMRES, BCGStab и др.) решения систем линейных алгебраических уравнений большой размерности. Применение *ICR*-предобусловленных методов Крылова в составе квазиньютоновских методов решения негладких систем алгебраических уравнений позволило существенно увеличить размерность задач моделирования рынка электроэнергии, в частности в 200 раз увеличить число взаимосвязанных состояний нагрузки ЭС и практически обеспечить вычислительную устойчивость решателя ICRS в первом из указанных выше условий проявления вычислительной неустойчивости решателя PATH [37].

Разработке решателя ICRS предшествовал анализ бесконечно малых элементов матричных компонентов обобщенного якобиана Кларка функции Фишера—Бурмейстера. В результате установлены причины возникновения сингулярности отдельных матричных компонентов. Аналогичный анализ был проведен в условиях конечно-разрядных вычислений малых элементов тех же матричных компонентов. Исследованы причины возникновения плохо обусловленных и сингулярных матричных компонентов обобщенных якобианов Кларка для негладких систем нелинейных уравнений. На основе проведенных исследований разработан метод коррекции особых элементов матричных компонентов обобщенного якобиана Кларка, обеспечивающий численную устойчивость квазиньютоновских методов итерационного решения комплементарных задач. Использование этого метода в составе решателя ICRS обеспечило его вычислительную устойчивость во втором из указанных выше условий проявления неустойчивости решателя PATH [36]. Математическое обеспечение мощного решателя ICRS имеет достаточно сложную форму организации взаимодействия различных методов и алгоритмов, основные из которых указаны в табл. 3.

Актуальность задач моделирования нового рынка электроэнергии Украины. Законом «О рынке электрической энергии Украины», принятым в 2017 г., установлены принципы функционирования нового отечественного рынка электрической энергии. В настоящее время в Украине происходит сложный процесс имплементации соответствующего европейского законодательства, в том числе требований «третьего энергетического пакета». Следует заметить, что ошибки при введении новых меха-

низмов регулирования рынка могут привести к дискредитации всего процесса либерализации отношений между его участниками. Поэтому необходимым условием принятия обоснованных решений по изменению механизмов регулирования рынка является использование математических моделей, позволяющих оценить последствия внедрения различных решений как эффективных, так и ложных.

Введение нового рынка электрической энергии Украины предусматривает необходимость решения комплекса фундаментальных и прикладных проблем, из которых наиболее актуальными являются проблемы исследования равновесных состояний рынков электроэнергии.

Моделирование состояния конкурентного равновесия рынка электроэнергии связано с поиском таких цен на электрическую энергию в энергоузлах и объемов производства, передачи и потребления электроэнергии, при которых результаты деятельности каждого из участников (агентов) рынка в наибольшей степени близки к достижению собственных целей, а именно: потребителя — максимума собственного благосостояния, компании-поставщика — максимума объемов поставок электроэнергии потребителям, генерирующей компании — максимума собственной прибыли, компании-оператора системы передачи электроэнергии — максимума содействия участникам рынка в выполнении их обязательств. Преследуя собственные цели, участники рынка, являющиеся владельцами отдельных электроэнергетических объектов, своими управленческими действиями формируют текущее равновесное состояние ЭС и реализуют

Таблица 3. Математическое обеспечение решателя ICRS

Тип математической задачи	Метод решения задачи
Система задач нелинейного программирования (SNLP)	Каруш—Кун—Таккер-условия оптимальности решения SNLP
Система равенств и комплементарных неравенств	Метод <i>C</i> -функций формирования системы негладких нелинейных уравнений
Система негладких нелинейных уравнений	Квазиньютоновский итерационный метод
Линеаризация системы негладких нелинейных уравнений	Формирование обобщенного якобиана Кларка, субдифференцирование по Булигану
Система линейных алгебраических уравнений большой размерности	<i>ICR</i> -предобусловленные методы Крылова
<i>ICR</i> -предобусловливание якобианов Кларка	<i>ICR</i> -факторизация обобщенных якобианов Кларка
<i>ICR</i> -факторизация плохо обусловленных якобианов Кларка	Метод коррекции особых элементов обобщенных якобианов Кларка

его в пределах допустимых технологических режимов функционирования отдельных энергетических объектов и системы в целом.

Адекватность математической модели равновесного состояния конкурентного рынка электроэнергии обеспечивается следующими факторами: стратегией поведения участников рынка; организационно-экономическими и техническими условиями функционирования предприятий электроэнергетики; условиями надежной работы ЭС в целом.

Полный перечень агентских стратегий, которые были или могут быть включены в состав инструментов моделирования рынков электроэнергии, был сформирован в 2002 г. [43]. В перечень вошли такие стратегии:

- совершенной конкуренции;
- Бертрана обобщенная (игра ценами);
- Курно (игра объемами);
- сговора;
- Штекельберга (тип игры — следование за лидером);
- равновесной функции предложения (SFE);
- обобщенных приближительных вариаций;
- вероятной равновесной функции предложения (CSFE).

Заметим, что первые три стратегии поведения участников рынка — наиболее распространенные.

Модель равновесного состояния конкурентного рынка электроэнергии Украины является системной моделью, сочетающей в себе модели поведения участников рынка, таких как генерирующие компании, оператор системы передачи, трейдер, операторы системы распределения (поставщики электроэнергии) и потребители. В табл. 4 указаны производители, поставщики и потребители рынка. Оператором системы передачи и трейдером являются ГП НЭК «Укрэнерго» и ГП «Энергорынок», которые в своей деятельности преследуют цели соответственно максимального содействия участникам рынка в выполнении обязательств и максимизации прибыли.

Модель рынка отражает особенности поведения его участников как на сегменте рынка двусторонних договоров, так и на сегменте рынка «на сутки вперед». При этом учитывается конкурентное поведение производителей электроэнергии на этих сегментах рынка. В модели рынка ОЭС представлена в агрегированном виде (рис. 4), где региональные системы распределения и поставки электроэнергии для соответствующих групп потребителей концентрируются в энергоузлах, а межузловые интерфейсы определяются физико-техническими характеристиками существующей сети линий электропередачи. Формирование агрегированной сети ОЭС осуществлено по специальным алгоритмам [44].

Рассмотрим математическую модель рынка, которая отличается от приведенной в [17, 18] расширением множества искомым переменных посредством введения новых двух подмножеств бинарных переменных. В модели одно подмножество бинарных переменных используется для описания дискретных состояний работы генерирующих блоков: под нагрузкой — состояние «подключен к сети», не нагружен — состояние «отключен от сети», а другое подмножество бинарных переменных используется для

Таблица 4. Участники рынка электрической энергии Украины и цели их деятельности

Производитель	Поставщик	Потребитель
ГП НАЭК «Энергоатом»	ПАО «Винницаоблэнерго»	Винницкая обл.
ПАО «Днепроэнерго»	ПАО «Волыньоблэнерго»	Волынская обл.
ПАО «Донбассэнерго»	ПАО «ДТЭК Днепрооблэнерго»	Днепропетровская обл.
ПАО ДТЭК «Западэнерго»	ПАО «ДТЭК Донецкоблэнерго»	Донецкая обл.
ООО ДТЭК «Востокэнерго»	ПАО «ЭК Житомироблэнерго»	Житомирская обл.
ПАО «Центрэнерго»	ПАО «Закарпатьеоблэнерго»	Закарпатская обл.
ПАО «Укрэнерго»	ОАО «Запорожьеоблэнерго»	Запорожская обл.
ПАО «Киевэнерго»	ПАО «Киевэнерго»	г. Киев
ПАО «Харьковская ТЭЦ-5»	ПАО «Киевоблэнерго»	Киевская обл.
Другие компании ТЭЦ, ВЭС и СЭС	ПАО «Кировоградоблэнерго»	Кировоградская обл.
Трейдера ГП «Энергорынок»	ООО «ЛЭО»	Луганская обл.
	ПАО «Львовоблэнерго»	Львовская обл.
	ПАО «Николаевоблэнерго»	Николаевская обл.
	ПАО «ЭК Одессаоблэнерго»	Одесская обл.
	ПАО «Полтаваоблэнерго»	Полтавская обл.
	ПАО «Прикарпатьеоблэнерго»	Ивано-Франковская обл.
	ПАО «Ровнооблэнерго»	Ровенская обл.
	ПАО «Сумыоблэнерго»	Сумская обл.
	ОАО «Тернопольоблэнерго»	Тернопольская обл.
	АК «Харьковоблэнерго»	Харьковская обл.
	ПАО «ЭК Херсоноблэнерго»	Херсонская обл.
	ПАО «Хмельницкоблэнерго»	Хмельницкая обл.
	ПАО «Черкасыоблэнерго»	Черкасская обл.
	ПАО «ЭК Черновцыоблэнерго»	Черновицкая обл.
	ПАО «Черниговоблэнерго»	Черниговская обл.
Цель: максимизация прибыли	Цель: максимизация объемов поставок электроэнергии	Цель: максимизация благосостояния

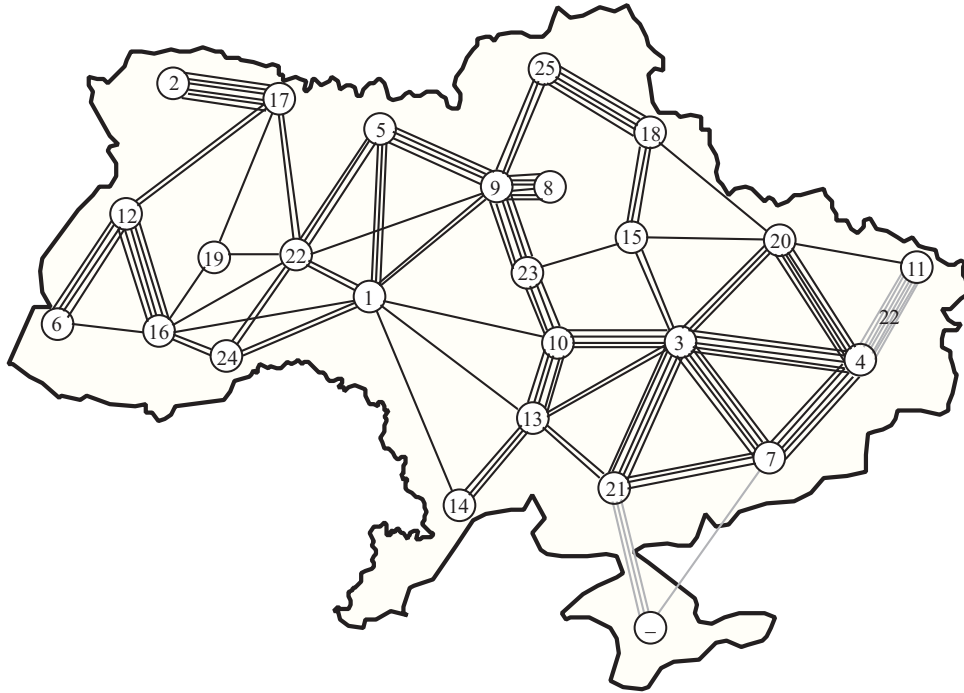


Рис. 4. Агрегированная ОЭС Украины: 26 региональных энергоузлов, соединенных 133 линиями электропередачи; в энергоузлах размещены 117 генерирующих блоков, которые принадлежат 9 компаниям

описания затратных характеристик особых генерирующих блоков ТЭС, способных работать соответственно с пониженной нагрузкой в однокорпусном режиме или с повышенной нагрузкой в двухкорпусном режиме.

Модель генерирующей компании представляем в виде оптимизационной задачи максимизации ее прибыли, а именно: $\forall f \in F$ нагрузки $g_{fih} \geq 0$ генерирующих блоков $h \in H(f, i)$, множествами $H(f, i)$ которых владеет компания f в энергоузлах $i \in I$ ЭС, объемы $r_{fih}^+ \geq 0$ и $r_{fih}^- \geq 0$ резервирования мощностей для загрузки и разгрузки этих блоков, а также объемы $s_{fi} \geq 0$ и $\bar{s}_{fih} \geq 0$ продаж электроэнергии компанией f соответственно потребителям и компаниям, осуществляющим передачу, распределение и (или) поставки электроэнергии, выбираем такими, чтобы в совокупности обеспечить получение максимально возможной прибыли:

$$\sum_{i \in I} \left[(1-B)p_i + BP_i \left(s_{fi} + a_i + \sum_{j \in F, j \neq f} s_{ji} \right) - P^{TS} - P_i^{DS} - P_i^O \right] s_{fi} + \sum_{i \in I} P^S \bar{s}_{fi} +$$

$$+ \sum_{i \in I} \sum_{h \in H(f, i)} n_{fih} [P^+ r_{fih}^+ + P^- r_{fih}^- - C_{fih}^M(g_{fih})] \xrightarrow{\{s_{fi}, \bar{s}_{fi}, n_{fih}, g_{fih}, \kappa_{fih}, r_{fih}^+, r_{fih}^-\}} \max. \quad (3)$$

Здесь каждая переменная n_{fih} , характеризующая состояние «включен» ($n_{fih} = 1$) или «выключен» ($n_{fih} = 0$) соответствующий генерирующий блок, удовлетворяет условию $0 \leq n_{fih} \perp (1 - n_{fih}) \geq 0$ [39, 40]. Параметры P^+ и P^- — предварительно определенные цены резервирования мощностей для загрузки и разгрузки генерирующих блоков. Обратные функции спроса

$$p_i = p_i \left(a_i + \sum_{f \in F} s_{fi} \right) = \alpha_i - \beta_i \left(a_i + \sum_{f \in F} s_{fi} \right) \quad (4)$$

определяют цену электроэнергии в энергоузлах $i \in I$ в зависимости от объемов ее продаж потребителям, которые осуществляются трейдером в объемах a_i и генерирующими компаниями $f \in F$ в объемах s_{fi} . Коэффициенты $\alpha_i > 0$ и $\beta_i > 0$ линейных функций p_i определяются на основе статистических данных об объемах и ценах потребления электроэнергии. Параметр B может принимать одно из двух значений, а именно 0 или 1, что соответствует моделям Бертрана или Курно стратегического поведения генерирующих компаний на рынке электроэнергии [24, 27, 45]. В выражении (3) аргументы функций p_i не указаны, поскольку они не относятся к варьируемым параметрам, а аргументы функций P_i вида

$$P_i \left(s_{fi} + a_i + \sum_{j \in F, j \neq f} s_{ji} \right) = p_i \left(a_i + \sum_{f \in F} s_{fi} \right)$$

представлены явно суммой варьируемых s_{fi} и неварьируемых $a_i + \sum_{f \in F} s_{ji}$ частей слагаемых. Сокрытием аргументов функций p_i и выделением варьируемых параметров в аргументах функций P_i фиксируется влияние параметров максимизации функционала в выражении (3) на эти ценовые функции и адекватно отражаются особенности моделей Бертрана и Курно стратегического поведения генерирующих компаний на рынке.

Функции $C_{fih}^M(g_{fih})$ представляют себестоимости производства электроэнергии на генерирующих блоках в виде зависимостей от нагрузок g_{fih} , при этом $\partial C_{fih}^M / \partial g_{fih} \geq 0$. Для однокорпусных агрегатов эти функции имеют линейную форму $C_{fih}^M(g_{fih}) = C_{fih} g_{fih}$, что позволяет использовать коэффициенты удельных маржинальных затрат C_{fih} для определения себестоимости производства электроэнергии на соответствующих генерирующих блоках. Для двухкорпусных агрегатов существуют иные функ-

циональные зависимости вида $C_{fih}^M(g_{fih}) = [\kappa_{fih} C_{fih}^I + (1 - \kappa_{fih}) C_{fih}^{II}] g_{fih}$, которые учитывают различные значения коэффициентов удельных маржинальных затрат C_{fih}^I и C_{fih}^{II} в случаях работы блоков соответственно с пониженной нагрузкой в однокорпусном режиме ($\kappa_{fih} = 1$) или с повышенной нагрузкой в двухкорпусном режиме ($\kappa_{fih} = 0$). Заметим, что искомые переменные κ_{fih} , по которым осуществляется минимизация функционала (3), удовлетворяют условиям вида $0 \leq \kappa_{fih} \perp (1 - \kappa_{fih}) \geq 0$ [39, 40].

Тариф на услуги оператора системы передачи и тариф на диспетчерское (организационно-технологическое) управление ЭС в модели представлены в виде суммарной их величины P^{TS} .

Тариф оператора системы передачи учитывает необходимость покрытия расходов на покупку электроэнергии, которая теряется в магистральных и межгосударственных электрических сетях, фонд заработной платы предприятий, предоставляющих услуги по передаче электроэнергии, осуществление компенсационного платежа гарантированному покупателю, услуги коммерческого учета электроэнергии.

Тариф на диспетчерское управление ЭС учитывает необходимость покрытия расходов на покупку вспомогательных услуг; хозяйственные нужды и фонд заработной платы предприятия, выполняющего указанные выше функции; покрытие расходов, возникающих у оператора системы передачи при устранении системных ограничений механизмами балансирующего рынка; выполнение функций администратора коммерческого учета; выполнение функций администратора расчетов.

Тарифы P_i^{DS} на распределение электроэнергии сетями первого и второго классов напряжения в энергоузлах $i \in I$, а также тарифы P_i^O на поставку электроэнергии потребителям первого класса первой группы, второго класса первой группы и населению являются величинами средневзвешенными по соответствующим объемам потребления электроэнергии. В выражении (3) величины P_i^{DS} и P_i^O считаются заданными.

Покупка электроэнергии оператором системы передачи и региональными распределительными компаниями в объемах, покрывающих потери электроэнергии соответственно в магистральных и межгосударственных электрических сетях, а также в распределительных сетях, осуществляется по средней цене продажи электроэнергии генерирующими компаниями в энергоузлах, т.е.

$$P^S = \frac{\sum_{i \in I} (p_i - P^{TS} - P_i^{DS} - P_i^O) \sum_{f \in F} \bar{s}_{fi}}{\sum_{i \in I} \sum_{f \in F} \bar{s}_{fi}}$$

Выражение (3) дополняем такими условиями:

баланс произведенной и проданной электроэнергии компанией f составляет

$$\sum_{i \in I} (s_{fi} + \bar{s}_{fi}) - \sum_{i \in I} \sum_{h \in H(f, i)} g_{fih} = 0;$$

ограничения сверху и снизу на величину генерируемой мощности каждого блока $h \in H(f, i)$ соответственно имеют вид $-g_{fih} - r_{fih}^+ + n_{fih} G_{fih}^{\max} \geq 0$ и $g_{fih} - r_{fih}^- - n_{fih} G_{fih}^{\min} \geq 0$, где G_{fih}^{\max} и G_{fih}^{\min} — пределы допустимых нагрузок блока h ;

ограничения горячего резервирования мощностей на загрузку и разгрузку каждого блока $h \in H(f, i)$ соответственно имеют вид $-r_{fih}^+ + n_{fih} r_{fih}^{\max+} \geq 0$ и $-r_{fih}^- + n_{fih} r_{fih}^{\max-} \geq 0$, где $r_{fih}^{\max+}$ и $r_{fih}^{\max-}$ — максимально допустимые уровни резервирования таких мощностей.

Кроме того, компания f наряду с другими участвует в обеспечении горячего резервирования мощностей на загрузку и разгрузку генерирующих блоков в ЭС в целом. Поэтому соответственно запишем

$$\sum_{f \in F} \sum_{i \in I} \sum_{h \in H(f, i)} r_{fih}^+ - R^+ = 0 \text{ и } \sum_{f \in F} \sum_{i \in I} \sum_{h \in H(f, i)} r_{fih}^- - R^- = 0,$$

где R^+ и R^- — объемы резервирования, устанавливаемые оператором системы передачи.

Модель оператора системы передачи представляем в виде оптимизационной задачи, в которой отражены его основные функции, связанные с акцептированием суточных графиков электроэнергии участников рынка, эксплуатацией сети межсистемных и межгосударственных линий электропередачи, а также диспетчеризацией режимов работы ОЭС Украины, выполняемые с целью максимального содействия участникам рынка в выполнении взятых на себя договорных обязательств, т.е.

$$\sum_{i \in I} \left(y_i(\boldsymbol{\delta}) - a_i - L_i^{DS} + \sum_{f \in F} \sum_{h \in H(f, i)} g_{fih} \right) \xrightarrow{\{\delta_i\}, i \in I} \max,$$

где выражение в скобках определяет объем купли-продажи электроэнергии всеми генерирующими компаниями и потребителями в энергоузле $i \in I$. Здесь $y_i(\boldsymbol{\delta})$ — суммарный объем поставок электроэнергии оператором системы передачи в энергоузел i , а L_i^{DS} — объем потерь электроэнергии в распределительной сети энергоузла i . Множество варьируемых величин $\{\delta_i\}, i \in I$, объединенных в вектор $\boldsymbol{\delta}$, представляет мгновенные

фазовые углы сдвига векторов напряжения в энергоузлах с нулевой суммой значений: $\sum_{i \in I} \delta_i = 0$ [46].

Объемы поставок и потребления электроэнергии в каждом региональном энергоузле являются сбалансированными, поэтому можно записать

$$y_i(\delta) - a_i - L_i^{DS} - \sum_{f \in F} \left(s_{fi} - \sum_{h \in H(f, i)} g_{fih} \right) = 0, \quad i \in I.$$

Для агрегированной сети ОЭС, имеющей M межзловых интерфейсов, находящихся под напряжением $\{V_m, m \in M\}$ с активными $\{R_m, m \in M\}$ и реактивными $\{X_m, m \in M\}$ сопротивлениями, объем поставок электроэнергии в энергоузел оператором системы передачи определяется выражением вида

$$y_i(\delta) = \sum_{m \in M_-(i)} \left[-\frac{V_m^2 X_m}{R_m^2 + X_m^2} (\delta_i - \delta_j) - \frac{V_m^2 R_m}{R_m^2 + X_m^2} \frac{(\delta_i - \delta_j)^2}{2} \right] + \\ + \sum_{m \in M_+(i)} \left[\frac{V_m^2 X_m}{R_m^2 + X_m^2} (\delta_i - \delta_j) - \frac{V_m^2 R_m}{R_m^2 + X_m^2} \frac{(\delta_i - \delta_j)^2}{2} \right],$$

где множества $M_-(i)$ и $M_+(i)$ представляют две группы интерфейсов, через которые потоки электроэнергии соответственно покидают энергоузел i и поступают в него.

В [46] показано, что потери электроэнергии в межзловом интерфейсе $m \in M$, присоединенном к энергоузлам $i \in I$ и $j \in I$, определяются величиной

$$L_m = \frac{V_m^2 X_m}{R_m^2 + X_m^2} (\delta_i - \delta_j)^2,$$

а общие потери электроэнергии в сети межсистемных и межгосударственных линий электропередачи — величиной $L^{TS} = \sum_{m \in M} L_m = \sum_{i \in I} y_i(\delta)$. По величине L^{TS} можно определить составляющую P_L^{TS} тарифа P^{TS} , обусловленную потерями электроэнергии в сети:

$$P_L^{TS} = \frac{P^S L^{TS}}{\sum_{i \in I} \sum_{f \in F} s_{fi}} = \frac{P^S \sum_{i \in I} y_i(\delta)}{\sum_{i \in I} \sum_{f \in F} s_{fi}}.$$

Каждый междузловой интерфейс $m \in M$ имеет границы пропускной способности, которые в прямом и обратном направлениях потока электроэнергии через него обозначаем соответственно Y_m^+ и Y_m^- . Поэтому потоки электроэнергии в междузловом интерфейсе m удовлетворяют ограничениям вида

$$Y_m^+ - \frac{V_m^2 X_m}{R_m^2 + X_m^2} (\delta_i - \delta_j) \geq 0, \quad Y_m^- + \frac{V_m^2 X_m}{R_m^2 + X_m^2} (\delta_i - \delta_j) \geq 0.$$

Модель оператора системы распределения представляем в виде оптимизационной задачи максимизации объемов поставок электроэнергии потребителям в энергоузле i :

$$y_i(\delta) - a_i - L_i^{DS} + \sum_{f \in F} \sum_{h \in H(f, i)} g_{fih} \xrightarrow{L_i^{DS}} \max.$$

При этом учитываем квадратичную зависимость потерь электроэнергии в распределительной сети L_i^{DS} от объема потребления электроэнергии $a_i + \sum_{f \in F} s_{fi}$. Такая зависимость имеет вид квадратного уравнения

$$\bar{\alpha}_i L_i^{DS} - \bar{\beta}_i \left(L_i^{DS} + a_i + \sum_{f \in F} s_{fi} \right)^2 = 0$$

с коэффициентами $\bar{\alpha}_i = S_{i0} + L_{i0}^{DS}$ и $\bar{\beta}_i = \frac{L_{i0}^{DS}}{S_{i0} + L_{i0}^{DS}}$, вычисленными по ранее наблюдаемым значениям соответственно S_{i0} и L_{i0}^{DS} объемов потребления и потерь электроэнергии.

Составляющая P_{Li}^{DS} тарифа P_i^{DS} , обусловленная потерями электроэнергии в распределительной сети энергоузла i , определяется выражением

$$P_{Li}^{DS} = \frac{P^S L_i^{DS}}{\sum_{f \in F} s_{fi}}.$$

Модель трейдера имеет вид оптимизационной задачи поиска таких объемов покупок электроэнергии в энергоузлах с низкими ценами потребления и объемов ее продаж в энергоузлах с высокими ценами потребления, при которых достигается его максимальная прибыль:

$$\sum_{i \in I} p_i a_i \xrightarrow{\{a_i\}, i \in I} \max.$$

Трейдера осуществляет свою функцию при условии, что сальдо объемов купли-продажи электроэнергии — нулевое. Следовательно, $\sum_{i \in I} a_i = 0$.

Модель поведения потребителей, сосредоточенных в энергоузлах $i \in I$, отражает их попытки максимизировать собственное благосостояние, которое определяется интегрированием обратных функций $p_i(q)$ спроса потребителей по частичным объемам dq в пределах объемов Q_i потребляемой ими электроэнергии:

$$\int_0^{Q_i} p_i(q) dq \xrightarrow{\{Q_i\}} \max.$$

Обратные функции спроса $p_i(q)$ представляются в виде зависимостей цен от объемов потребления электроэнергии для того, чтобы охарактеризовать особое поведение каждой группы потребителей. Построение обратных функций спроса осуществляется для каждой региональной группы потребителей, отдельно для бытовой и промышленной групп первого и второго класса напряжения. На основе этих функций формируются обобщенные обратные функции спроса потребителей каждого энергоузла, которые имеют вид (4).

Равновесное моделирование нового конкурентного рынка электроэнергии Украины позволяет определять следующее:

- уровни мощностей для потоков электроэнергии на входе-выходе меж-узловых интерфейсов и потери электроэнергии в них;
- стоимость потерь электроэнергии в магистральных и межгосударственных электрических сетях;
- стоимость потерь электроэнергии в региональных электросетях;
- уровни нагрузки энергоблоков;
- объемы резервирования мощностей на энергоблоках ТЭС;
- объемы продаж электроэнергии в энергоузлах конкурирующими генерирующими компаниями ТЭС, АЭС, ГЭС, ГАЭС, ТЭЦ и компаниями-производителями электрической энергии из возобновляемых источников;
- цены продаж электроэнергии конкурирующими генерирующими компаниями ТЭС, АЭС, ГЭС, ГАЭС, ТЭЦ и компаниями-производителями электрической энергии из возобновляемых источников;
- объемы конечного потребления электроэнергии в энергоузлах;
- цены на электроэнергию, потребляемую в энергоузлах;
- объемы электроэнергии купленной и проданной трейдерами.

В настоящее время проведен ряд вычислительных экспериментов по моделированию равновесных состояний нового рынка электроэнергии Украины в условиях:

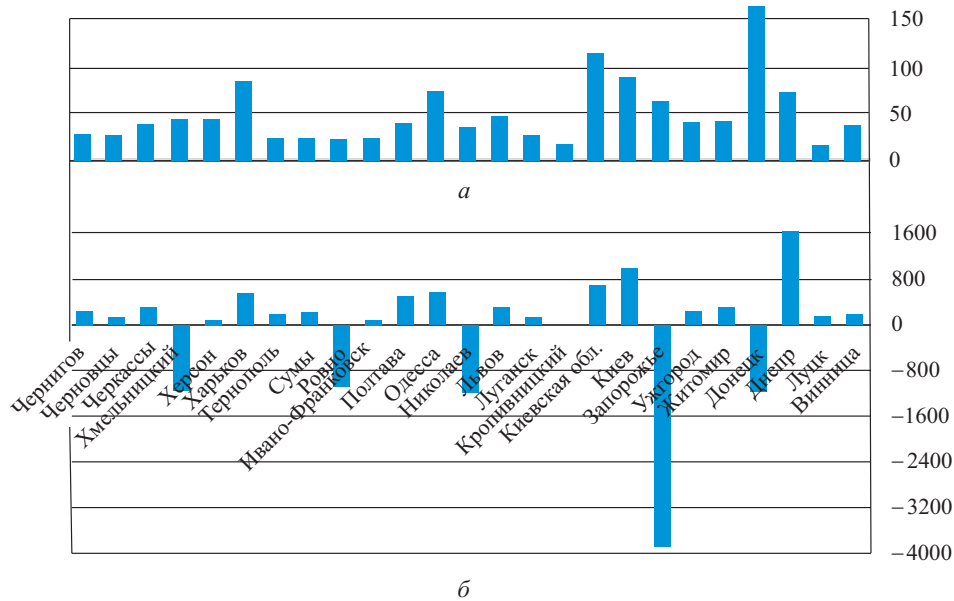


Рис. 5. Объемы потерь электроэнергии в распределительных сетях энергоузлов, МВт · ч (общий объем потерь — 1249,71 МВт · ч) (а) и объемы отбора-поставок электроэнергии в энергоузлах передающей сети ГП НЭК «Укрэнерго», МВт · ч (объем потерь в сети — 535,51 МВт · ч) (б)

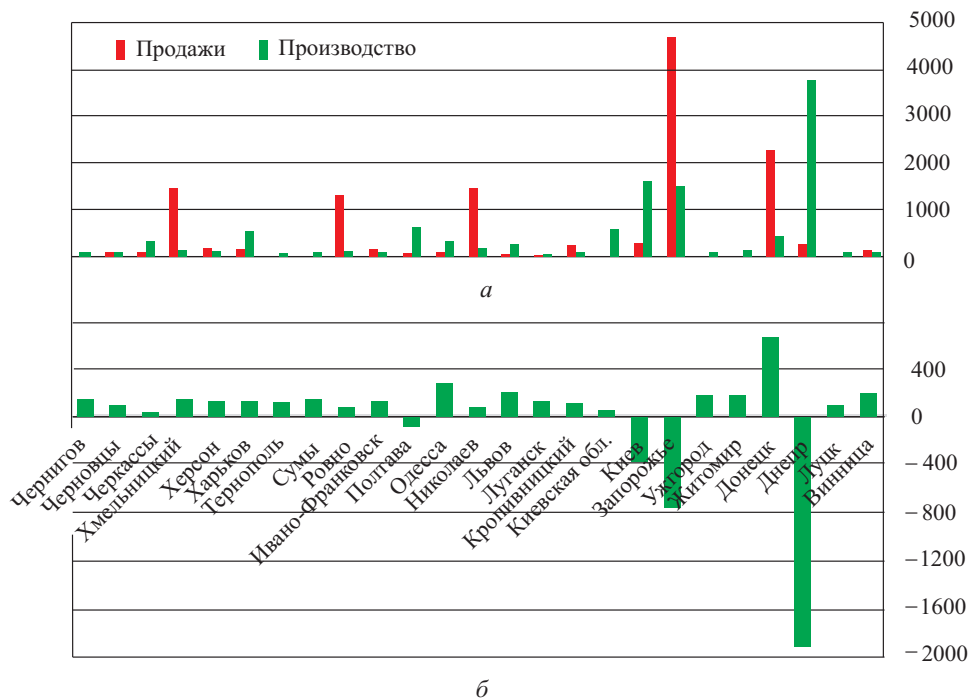


Рис. 6. Объемы производства и продаж электроэнергии генерирующими компаниями в энергоузлах, МВт · ч (всего по ОЭС Украины: производство — 13172,42 МВт · ч, продажи — 11576,65 МВт · ч) (а) и объемы сделок купли-продажи электроэнергии, осуществляемых трейдером в энергоузлах, МВт · ч (б)



Рис. 7. Цены на электроэнергию в энергоузлах, €/МВт · ч

совершенной и несовершенной (олигополистической) конкуренции между компаниями-производителями электроэнергии;

различных стратегий рыночного поведения компаний-производителей электроэнергии, таких как Бертрана (игра ценами продаж) и Курно (игра объемами продаж);

присутствия или отсутствия трейдеров на рынке;

регламентированного ограничения ликвидности сегмента рынка двусторонних договоров.

На рис. 5—7 представлены некоторые результаты таких экспериментов, полученные в условиях, когда рыночное поведение компаний-производителей электроэнергии определяется стратегией Курно и на рынке действует компания-трейдер. Как видно из рис. 5—7, расчеты выполнены для одного часа вечернего пика нагрузки ОЭС Украины типичного рабочего июльского дня. На рис. 7 представлены цены на электроэнергию в энергоузлах, полученные в результате моделирования двух равновесных состояний рынка, на которые влияет фактор присутствия (отсутствия) на рынке трейдера. Очевидно, в случае отсутствия трейдера неравномерность цен на электроэнергию в энергоузлах значительно возрастает, что свидетельствует о значимости его участия в рынке.

Проведенные вычислительные эксперименты подтверждают адекватность модели и широкие возможности ее применения для анализа процессов цено- и тарифообразования в условиях либерализованного рынка электроэнергии Украины.

Выводы

Развитие энергетических рынков обуславливает необходимость существенного повышения уровня интеллектуального обеспечения сферы управ-

ления энергетическими комплексами. Для этого используются СМЭ, которые являются основными инструментами решения актуальных задач управления. Создание адекватных СМЭ в виде моделей равновесных состояний конкурентного рынка электроэнергии длительное время было сопряжено с необходимостью проведения фундаментальных исследований по формированию методологии построения математических моделей рынка и разработки методов решения соответствующих задач моделирования. Такие исследования привели к формированию методологии равновесного моделирования энергетических рынков и разработке методов решения комплементарных задач большой размерности. Таким образом создана основа построения СМЭ в современных рыночных условиях.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Jebaraja S., Iniyar S.* A review of energy models// Renewable and Sustainable Energy Reviews. 2006, V. 10, N 4, p. 281—311.
2. *Connolly D., Lund H., Mathiesen B.V., Leahy M.* A review of computer tools for analysing the integration of renewable into various energy systems// Applied Energy. 2010, V. 87, N 4, p. 1059—1082.
3. *Amerighi O., Ciorba U., Tommasino M.C.* Inventory and characterization of existing tools. D2.1 ATEsT Models Characterization Report. Italian National Agency for New Technologies, 2010, 89 p. http://www.cres.gr/atest/pdf/D_2_1_Models_Characterisation_Report.pdf.
4. *Pina A.A.* Supply and Demand Dynamics in Energy Systems Modeling. PhD Thesis. Universidade Técnica de Lisboa, 2012, 109 p. <https://www.mitportugal.org/about/documents/curriculum-vitae/sustainable-energy-systems/968-thesis-andrepina/file>.
5. *Beeck N.* Classification of Energy Models// Tech. report FEW 777. Tilburg University & Eindhoven University of Technology, 1999, 25 p. <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.43.8055&rep=rep1&type=pdf>.
6. *Daniels D.* Overview of the National Energy Modeling System (NEMS). U.S. Energy Information Administration. 2017, 25 p. https://cepl.gatech.edu/sites/default/files/attachments/NEMS%20Overview_8-31-7FINAL_0.pdf
7. *PLEXOS®* Integrated Energy Model. <http://utilitiesnetwork.energy-business-review.com/suppliers/energy-exemplar/products/plexos-integrated-energy-model-ebr>.
8. *PRIMES MODEL 2013-2014.* Detailed model description. E3MLab/ICCS at National Technical University of Athens. https://ec.europa.eu/clima/sites/clima/files/strategies/analysis/models/docs/primes_model_2013-2014_en.pdf.
9. *Parkkonen O.* Customer benefits of Demand-Side Management in the Nordic electricity market. PhD Thesis. Jyväskylä University School of Business and Economics, 2016, 65 p. <https://jyx.jyu.fi/dspace/handle/123456789/52033>.
10. *NEMSIM: the National Electricity Market simulator.* <http://press-files.anu.edu.au/downloads/press/p96431/mobile/ch11s08.html>.
11. *Hogan W.W.* Energy Policy Models for Project Independence// Computers & Operations Research, 1975, N 2, p. 251—271.
12. *Gabriel S.A., Kydes A.S., Whitman P.* The National Energy Modeling System: A Large-Scale Energy-Economic Equilibrium Model// Operations Research, 2001, V. 49, N 1, p. 14—25.

13. *Murphy F.H., Susan J.C., Shaw S.H., Sanders R.* Modeling and forecasting energy markets with the intermediate future forecasting system // *Operations Research*, 1988, V. 36, N 3, p. 406—420.
14. *Integrating Module of the National Energy Modeling System: Model Documentation.* U.S. Energy Information Administration, 2014, 62 p. [https://www.eia.gov/outlooks/aeo/nems/documentation/integrating/pdf/m057\(2014\).pdf](https://www.eia.gov/outlooks/aeo/nems/documentation/integrating/pdf/m057(2014).pdf).
15. *Overview of the Energy and Power Evaluation Program (ENPEP-BALANCE).* Center for Energy, Environmental, and Economic Systems Analysis (CEEESA). Argonne National Laboratory, 31 p. <https://ceesa.es.anl.gov/pubs/61124.pdf>.
16. *Nesbitt D., Calvez A.* Network Agent Based modeling for EIA. 2014, 153 p. https://www.eia.gov/outlooks/documentation/workshops/pdf/day_2__2__dale_nesbitt_arrowheadaianetworkmodelingapproachassent.pdf.
17. *Bernarda F., Viellec M.* GEMINI-E3, a general equilibrium model of international-national interactions between economy, energy and the environment // *Computational Management Science*, 2008, V. 5, N 3, p. 173—206.
18. *PRIMES MODEL. Version 2 Energy System Model: Design and features.* E3Mlab — ICCS National Technical University of Athens, 51 p. <http://www.e3mlab.ntua.gr/manuals/PRIMREFM.pdf>.
19. *Qi T., Winchester N., Zhang D. et al.* The China-in-Global Energy Model. Massachusetts Institute of Technology. MA, USA. Tsinghua University. Beijing, China, 2014, 33p. https://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/88606/MITJPSPGC_Rpt262.pdf?sequence=1
20. *Dirkse S., Ferris M.C., Munson T.* The PATH Solver. University of Wisconsin. <http://pages.cs.wisc.edu/~ferris/path.html>
21. *Dirkse S.P., Ferris M.C.* The PATH solver: A non-monotone stabilization scheme for mixed complementarity problems // *Optimization Methods and Software*, 1995, N 5, p. 123—156.
22. *Dirkse S.P., Ferri M.C.* A pathsearch damped Newton method for computing general equilibria. Computer Sciences Department, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin, 1994, 19p. <http://pages.cs.wisc.edu/~ferris/techreports/94-03.pdf>.
23. *Billups S.C., Dirkse S.P., Ferris M.C.* A comparison of large scale mixed complementarity problem solvers. *Computational Optimization and Applications*, 1997, N 7, p. 3—25.
24. *Hobbs B.F.* Linear Complementarity Models of Nash—Cournot Competition in Bilateral and POOLCO Power Markets // *IEEE Transactions on Power Systems*, 2001, V. 16, N 2, p. 194—202.
25. *Murphy F., Smeers Y.* On the Impact of Forward Markets on Investments in Oligopolistic Markets with Reference to Electricity. Part 2. Uncertain Demand. Harvard Electricity Policy Group Research Paper, 2007, 39 p. http://www.hks.harvard.edu/hepg/Paers/Murphy_and_Smeers_June_18_07.pdf.
26. *Pineau P.-O.* Electricity market reforms: Industrial developments, investment dynamics and game modeling. Montreal, 2000, 199 p. http://www.irec.net/upload/File/memoires_et_theses/260.pdf.
27. *Murphy F., Smeers Y.* Generation capacity expansion in imperfectly competitive restructured electricity markets // *Operations Research*, 2005, V. 53, N 4, p. 646—661.
28. *Hobbs B., Helman U.* Complementarity-Based Equilibrium Modeling for Electric Power Markets. Modeling Prices in Competitive Electricity Markets // *Series in Financial Economics*. Chichester: Wiley, 2004, 338 p.
29. *Борисенко А.В., Саух С.Е.* Моделирование равновесного состояния электроэнергетических систем в рыночных условиях. Матеріали Міжнар. наук.-техн. конф. «Моделирование-2008», 14-16 травня 2008, Київ, с. 172—177.
30. *Борисенко А.В., Саух С.Е.* Модель ринкової рівноваги в електроенергетичному секторі України // *Новини енергетики*, 2009, № 5, с. 29—44.

31. *Борисенко А.В., Саух С.С.* Рівноважна модель вводу генеруючих потужностей в умовах недосконалої конкуренції // Там же, 2009, № 11, с. 36—39; № 12, с. 23—39.
32. *Борисенко А.В., Саух С.С.* Модель функціонування та розвитку генеруючих потужностей в ринкових умовах. Праці Ін-ту електродинаміки НАН України, 2010, вип. 25, с. 21—32.
33. *Saukh S.Ye., Borysenko A.V.* Equilibrium model of Ukrainian generating capacities operation and development under market conditions. Joint Symposium Proc. of the conf. «Energy of Russia in XXI century: development strategy» and «Eastern vector and Asian energy cooperation: what is after the crisis?». Irkutsk: Melentiev Energy Systems Institute, SB RAS, 2010. <http://isem.irk.ru/symp2010/en/papers/ENG/S3-12e.pdf>.
34. *Саух С.Е.* Методы компьютерного моделирования конкурентного равновесия на рынках электроэнергии // Электрон. моделирование, 2013, **35**, № 5, с. 11—26.
35. *Energy Research Centre of the Netherlands.* COMPETES input data. <http://www.ecn.nl/fileadmin/ecn/units/bs/COMPETES/cost-functions.xls> <http://www.ecn.nl/fileadmin/ecn/units/bs/COMPETES/flowgate-information.xls>.
36. *Саух С.Е.* Метод смещения малых элементов в обобщенных якобианах Кларка для обеспечения численной устойчивости квазиньютоновских методов решения вариационных неравенств // Электрон. моделирование, 2015, **37**, № 4, с. 3—18.
37. *Саух С.Е.* Применение неполной столбцово-строчной факторизации матриц в квазиньютоновских методах решения вариационных неравенств большой размерности. Там же, 2015, **37**, № 5, с. 3—15.
38. *Fischer A.* A special Newton-type optimization method // Optimization, 1992, V. 24, N 3-4, p. 269—284.
39. *Facchinei F., Pang J.-S.* Finite-dimensional Variational Inequalities and Complementarity Problems. V. I. Springer, 2003, 728 p.
40. *Facchinei F., Pang J.-S.* Finite-dimensional Variational Inequalities and Complementarity Problems. V. II. Springer, 2003, 728 p.
41. *Саух С.Е.* Метод CR-факторизации матриц большой размерности // Электрон. моделирование, 2007, **29**, № 6, с. 3—22.
42. *Саух С.Е.* Неполная столбцово-строчная факторизация матриц для итерационного решения больших систем уравнений // Там же, 2010, **32**, № 6, с. 3—14.
43. *Anderson S.C.* Analyzing strategic interaction in multi-settlement electricity markets. A closed-loop supply function equilibrium model, 2004, 462 p. https://www.hks.harvard.edu/crumpp/papers/Anderson_thesis.pdf.
44. *Саух С.Е., Борисенко А.В., Джигун Е.Н.* Модель сети магистральных линий электропередачи в задачах планирования развития электроэнергетических систем // Электрон. моделирование, 2014, **36**, № 4, с. 3—14.
45. *Wei J.-Y., Smeers Y.* Spatial Oligopolistic Electricity Models with Cournot Generators and Regulated Transmission Prices // Operations Research, 1999, V. 47, N1, p. 102—112.
46. *Саух С.Е., Борисенко А.В.* Моделирование конкурентного равновесия на энергорынке с учетом потерь электроэнергии в электрических сетях // Проблеми загальної енергетики, 2016, **46**, № 3, с. 5—11. <https://doi.org/10.15407/pge2016.03.005>.
47. *Саух С.Е.* Математическая модель равновесного состояния нового конкурентного рынка электрической энергии Украины // Электрон. моделирование, 2017, **39**, № 6, с. 3—14.
48. *Саух С.Е.* Проблеми математичного моделювання конкурентної рівноваги на ринку електроенергії // Вісник НАН України, 2018, № 4, с. 53—67. <https://doi.org/10.15407/visn2018.04.053>.

Получена 18.04.18

REFERENCES

1. Jebaraja, S. and Iniyar, S. (2006), A review of energy models. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, Vol. 10, no. 4, pp. 281-311.
2. Connolly, D., Lund, H., Mathiesen, B.V. and Leahy, M. (2010), A review of computer tools for analyzing the integration of renewable into various energy systems, *Applied Energy*, Vol. 87, no. 4, pp. 1059-1082.
3. Amerighi, O., Ciorba, U. and Tommasino, M.C. (2010), Inventory and characterization of existing tools, D2.1 ATEsT Models Characterization Report, Italian National Agency for New Technologies, available at: http://www.cres.gr/atest/pdf/D_2_1_Models_Characterisation_Report.pdf.
4. Pina, A.A. (2012), Supply and demand dynamics in energy systems modeling. *PhD Thesis*. Universidade Técnica de Lisboa, available at: <https://www.mitportugal.org/about/documents/curriculum-vitae/sustainable-energy-systems/968-thesis-andrepina/file>.
5. Beeck, N. (1999), Classification of energy models. *Tech. report FEW 777*. Tilburg University & Eindhoven University of Technology, available at: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.43.8055&rep=rep1&type=pdf>.
6. Daniels, D. (2017), Overview of the national energy modeling system (NEMS). *U.S. Energy Information Administration*, 2017, available at: https://cepl.gatech.edu/sites/default/files/attachments/NEMS%20Overview_8-31-17FINAL_0.pdf.
7. PLEXOS® Integrated Energy Model, available at: <http://utilitiesnetwork.energy-business-review.com/suppliers/energy-exemplar/products/plexos-integrated-energy-model-ebr>.
8. PRIMES MODEL 2013-2014. Detailed model description. E3MLab/ICCS at National Technical University of Athens, available at: https://ec.europa.eu/clima/sites/clima/files/strategies/analysis/models/docs/primes_model_2013-2014_en.pdf.
9. Parkkonen, O. (2016), Customer benefits of demand-side management in the Nordic electricity market. *PhD Thesis*: Jyväskylä University School of Business and Economics, 2016, available at: <https://jyx.jyu.fi/dspace/handle/123456789/52033>.
10. NEMSIM: the National Electricity Market simulator, available at: <http://press-files.anu.edu.au/downloads/press/p96431/mobile/ch11s08.html>.
11. Hogan, W.W. (1975), Energy policy models for project independence, *Computers & Operations Research*, no. 2, pp. 251-271.
12. Gabriel, S.A., Kydes, A.S. and Whitman, P. (2001), The National Energy Modeling System: A large-scale energy-economic equilibrium model, *Operations Research*, Vol. 49, no. 1, pp. 14-25.
13. Murphy, F.H., Susan, J.C., Shaw, S.H. and Sanders, R. (1988), Modeling and forecasting energy markets with the intermediate future forecasting system, *Operations Research*, Vol. 36, no. 3, pp. 406-420.
14. Integrating module of the National Energy Modeling System: Model documentation. *U.S. Energy Information Administration*. 2014, available at: [https://www.eia.gov/outlooks/aeo/nems/documentation/integrating/pdf/m057\(2014\).pdf](https://www.eia.gov/outlooks/aeo/nems/documentation/integrating/pdf/m057(2014).pdf).
15. Overview of the Energy and Power Evaluation Program (ENPEP-BALANCE). *Center for Energy, Environmental, and Economic Systems Analysis (CEEESA)*. Argonne National Laboratory, available at: <https://ceeesa.es.anl.gov/pubs/61124.pdf>.
16. Nesbitt, D. and Calvez, A. (2014), Network agent based modeling for EIA, available at: https://www.eia.gov/outlooks/documentation/workshops/pdf/day_2__2_dale_nesbitt_arrow-headieanetworkmodelingapproachassent.pdf.
17. Bernarda F. and Viellec, M. (2008), GEMINI-E3, a general equilibrium model of international-national interactions between economy, energy and the environment, *Computational Management Science*, Vol. 5, no. 3, pp. 173-206.

18. PRIMES MODEL. Version 2 Energy System Model: Design and features. *E3Mlab – ICCS. National Technical University of Athens*, available at: <http://www.e3mlab.ntua.gr/manuals/PRIMREFM.pdf>.
19. Qi, T., Winchester, N., Zhang, D., Zhang, X. and Karplus, V.J. (2014), The China-in-Global Energy Model. Massachusetts Institute of Technology. MA, USA. Tsinghua University. Beijing, China 2014, available at: https://dspace.mit.edu/bitstream/handle/1721.1/88606/MITJPSPGC_Rpt262.pdf?sequence=1.
20. Dirkse, S., Ferris, M.C. and Munson, T. The PATH solver. University of Wisconsin, USA, available at: <http://pages.cs.wisc.edu/~ferris/path.html>.
21. Dirkse, S.P. and Ferris, M.C. (1995), The PATH solver: A non-monotone stabilization scheme for mixed complementarity problems, *Optimization Methods and Software*, no. 5, pp. 123-156.
22. Dirkse, S.P. and Ferris, M.C. (1994), A pathsearch damped Newton method for computing general equilibria, *Computer Sciences Department*, University of Wisconsin, Madison, Wisconsin, USA, available at: <http://pages.cs.wisc.edu/~ferris/techreports/94-03.pdf>.
23. Billups, S.C., Dirkse, S.P. and Ferris, M.C. (1997), A comparison of large scale mixed complementarity problem solvers, *Computational Optimization and Applications*, Vol. 7, pp. 3-25.
24. Hobbs, B.F. (2001), Linear complementarity models of Nash-Cournot competition in bilateral and POOLCO power markets, *IEEE Transactions on Power Systems*, Vol. 16, no. 2, pp. 194-202.
25. Murphy, F. and Smeers, Y. (2007), On the impact of forward markets on investments in oligopolistic markets with reference to electricity. Part 2, Uncertain demand. *Harvard Electricity Policy Group Research Paper*, available at: http://www.hks.harvard.edu/hepg/Papers/Murphy_and_Smeers_June_18_07.pdf.
26. Pineau, P.-O. (2000), Electricity market reforms: Industrial developments, investment dynamics and game modeling. *Ph.D Thesis*. Montreal, 2000, available at: http://www.irec.net/upload/File/memoires_et_theses/260.pdf.
27. Murphy, F. and Smeers, Y. (2005), Generation capacity expansion in imperfectly competitive restructured electricity markets, *Operations Research*, Vol. 53, no. 4, pp. 646-661.
28. Hobbs, B. and Helman, U. (2004), Complementarity-based equilibrium modeling for electric power markets. Modeling prices in competitive electricity markets, Series in Financial Economics, Wiley, Chichester, UK.
29. Borisenko, A.V. and Saukh, S.Ye. (2008), "Modeling of equilibrium state of electric power systems in market conditions", *Modelirovanie – 2008, Materialy mezhdunarodnoi konferentsii [Simulation-2008, Proceedings of International Conference]*, Kyiv, May 14-16, 2008, pp. 172-177.
30. Borisenko, A.V. and Saukh, S.Ye. (2009), "Model of market equilibrium in the electric power sector of Ukraine", *Novyny energetyky*, no. 5, pp.29-44.
31. Borisenko, A.V. and Saukh, S.Ye. (2009), "Equilibrium model for the introduction of generating capacities in conditions of imperfect competition", *Novyny energetyky*, no. 11, pp. 36-39; no. 12, pp. 23-39.
32. Borisenko, A.V. and Saukh, S.Ye. (2010), "Model of functioning and development of generating capacities in market conditions", *Pratsi Institutu Elektrodynamiky NAN Ukrainy*, Iss. 25, pp. 21-32.
33. Saukh, S.Ye. and Borysenko, A.V. (2010), Equilibrium model of Ukrainian generating capacities operation and development under market conditions, *Joint Symposium Proceedings of the conferences "Energy of Russia in XXI century: development strategy" and "Eastern vector and Asian energy cooperation: what is after the crisis?"*, Irkutsk: Melentiev Energy Systems Institute, SB RAS, 2010. <http://isem.irk.ru/symp2010/en/papers/ENG/S3-12e.pdf>.
34. Saukh, S.Ye. (2013), "Methods of computer simulation of competitive equilibrium in electricity markets", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 35, no. 5, pp. 11-26.

35. Energy Research Centre of the Netherlands. COMPETES input data, available at: <http://www.ecn.nl/fileadmin/ecn/units/bs/COMPETES/cost-functions.xls> <http://www.ecn.nl/fileadmin/ecn/units/bs/COMPETES/flowgate-information.xls>.
36. Saukh, S.Ye. (2015), "Method of correction of special elements in Clarke's generalized Jacobian to ensure numerical stability of the quasi-Newton methods for solution of variational inequalities problems" *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 37, no. 4, pp. 3-18.
37. Saukh, S.Ye. (2015), "Application of incomplete column-row factorization of matrices in quasi-Newton methods for solving large-scale variational inequalities problems", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 37, no. 5, pp. 3-15.
38. Fischer, A. (1992), A special Newton-type optimization method, *Optimization*. Vol. 24, no. 3-4, pp. 269-284.
39. Facchinei, F. and Pang, J.-S. (2003), Finite-dimensional variational inequalities and complementarity problems. Vol. I, Springer Int.
40. Facchinei, F. and Pang, J.-S. (2003), Finite-dimensional variational inequalities and complementarity problems. Vol. II. Springer Int.
41. Saukh, S.Ye. (2007), "CR-factorization method for large dimensional matrices", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 29, no. 6, pp. 3-22.
42. Saukh, S.Ye. (2010), "Incomplete column-row factorization of matrices for solving of large-scale system of equations", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 32, no. 6, pp. 3-14.
43. Anderson, S.C. (2004), Analyzing strategic interaction in multi-settlement electricity markets: A closed-loop supply function equilibrium model, available at: https://www.hks.harvard.edu/crump/papers/Anderson_thesis.pdf.
44. Saukh, S.Ye., Borisenko, A.V. and Dzhygyn, E.N. (2014), "Model of the network of high-voltage transmission lines in the tasks of planning of the development of power systems", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 36, no. 4, pp. 3-14.
45. Wei, J.-Y. and Smeers, Y. (1999), Spatial oligopolistic electricity models with Cournot generators and regulated transmission prices, *Operations Research*, Vol. 47, no. 1, pp. 102-112.
46. Saukh, S.Ye. and Borisenko, A.V. (2016), "Modeling of competitive equilibrium at the electricity market with regard for energy losses in electric networks", *Problemy zagalnoi energetyky*, Vol. 46, no. 3, pp. 5-11, available at: <https://doi.org/10.15407/pge2016.03.005>.
47. Saukh, S.Ye. (2017), "Mathematical model of the equilibrium state of the new competitive electricity market of Ukraine", *Elektronnoe modelirovanie*, Vol. 39, no. 6, pp. 3-14.
48. Saukh, S.Ye. (2018), "Mathematical modeling of competitive equilibrium in electricity markets", *Visnyk NAN Ukrainy*, no. 4, pp. 53-67, available at: <https://doi.org/10.15407/visn2018.04.053>.

Получена 18.04.18

С.Є. Саух

МЕТОДОЛОГІЯ І МЕТОДИ МАТЕМАТИЧНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ЕНЕРГЕТИКИ В РИНКОВИХ УМОВАХ

Проаналізовано особливості розвитку систем моделювання енергетики в умовах дії ринкових механізмів управління енергетичними комплексами. Сформульовано вимоги щодо забезпечення адекватності систем моделювання енергетики в ринкових умовах. Розроблено узагальнену математичну модель конкурентної рівноваги на ринку електроенергії у вигляді системи задач математичного програмування з комплементарними обмеженнями. Пошук розв'язку такої системи задач зведено до пошуку розв'язку змішаної нелінійної комплементарної задачі великої розмірності у вигляді системи умов Каруша—Куна—Такера. Наведено сукупність оригінальних методів розв'язування окре-

мих підзадач, що виникають при застосуванні квазіньютонівського методу пошуку розв'язку комплементарних задач великої розмірності. Переваги створеного на оригінальній методичній основі вирішувача таких задач ICRS показано у порівнянні з поширеним у світі вирішувачем PATH. Розроблено модель рівноважних станів ринку електроенергії України у вигляді детального опису системи задач математичного програмування з комплементарними обмеженнями. На обчислювальних експериментах показано особливості застосування методології побудови адекватних математичних моделей енергетичних ринків та запропонованих методів розв'язування системи задач математичного програмування з комплементарними обмеженнями.

К л ю ч о в і с л о в а: енергетика, ринок, рівноважний стан, методологія моделювання, математичне програмування, комплементарна задача, розв'язувач задач великої розмірності, обчислювальний експеримент

S.Ye. Saukh

METHODOLOGY AND METHODS OF MATHEMATICAL MODELING OF ENERGY ENGINEERING IN MARKET CONDITIONS

Peculiarities of development of energy engineering modeling systems under conditions of market mechanisms of energy complex management have been analyzed. The requirements on ensuring the adequacy of energy modeling systems in market conditions have been formulated. The generalized mathematical model of the competitive equilibrium on the electricity market has been presented in the form of a system of problems of mathematical programming with complementarity constraints. The search for the solution of such a system of problems we reduce to finding a solution of large scale mixed nonlinear complementary problem in the form of a Karush-Kuhn-Tucker system. A collection of original methods is presented for solving individual subtasks arising from the application of the quasi-Newtonian method for solving complementary problems of large dimension. The benefits of our solver (ICRS) created on the original methodology in comparison with the worldwide PATH solver are shown. A model of equilibrium states of the electricity market of Ukraine is presented in the form of a detailed description of the system of tasks of mathematical programming with complementarity constraints. The computational experiments show the application of the methodology for constructing adequate mathematical models of energy markets and propose methods for solving a system of problems of mathematical programming with complementarity constraints.

К e y w o r d s: energy market, equilibrium state, modeling methodology, mathematical programming, complementary problem, solver of large-scale complementary problems, computational experiment.

САУХ Сергей Евгеньевич, д-р техн. наук, гл. науч. сотр. Ин-та проблем моделирования в энергетике им. Г.Е. Пухова НАН Украины. В 1978 г. окончил Киевский ин-т инженеров гражданской авиации. Область научных исследований — численные операторные методы решения дифференциальных уравнений, методы и технологии решения систем линейных алгебраических уравнений большой размерности, методы решения вариационных неравенств, равновесные модели, математическое моделирование энергорынков, газотранспортных систем, макроэкономических процессов.