УДК 519.86

А.Ф. МАХОРТ

О ВЛИЯНИИ ПОТРЕБИТЕЛЬСКИХ ПРЕДПОЧТЕНИЙ НА РАВНОВЕСИЕ В ОТКРЫТОЙ ЭКОНОМИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ

Аннотация. Исследование состоит в описании возможных состояний равновесия открытой экономической системы, в которой присутствуют монополисты. Рассматривается равновесие вальрасового типа. Каждый из субъектов экономической системы является ненасыщающимся потребителем. Структура потребления товаров в экономической системе зависит от объемов выпуска товаров. Предложен алгоритм решения задачи об экономическом равновесии. Приведенные ограничения на модельные характеристики обеспечивают существование равновесия экономической системы. Выявлена возможность нахождения экономической системы в состояния равновесия с заданными интервалами значений выбранных характеристик. Достижение желаемого состояния равновесия осуществляет выбор уровней налогообложения монополистов.

Ключевые слова: экономическое равновесие, спрос, предложение, монополисты, налогообложение, стратегии поведения.

ВВЕДЕНИЕ

Моделирование поведения экономических систем существенно зависит от направления исследования. Динамика функционирования экономической системы во многих случаях неоднозначна. Ее эволюцию во времени можно интерпретировать как цепь последовательных реализаций состояний равновесия. Большое значение для получения требуемого анализа экономической системы имеет учет переходов между состояниями равновесия. Во многих случаях нет необходимости детально отслеживать очередность реализаций состояний равновесия, тем более что нередко их четкая иерархическая упорядоченность отсутствует. Поэтому исследование конкретно самих состояний равновесия дает достаточно сведений о возможностях функционирования экономических систем [1]. Условия равновесия будем формулировать согласно принципам Вальраса [1, 2].

Отметим, что при равновесном подходе к исследованию экономических систем существует возможность анализировать последствия монопольных влияний и влияний стратегий поведения субъектов экономической системы на ее дальнейшее функционирование. Под влиянием стратегий поведения понимаем зависимость коэффициентов потребления товаров субъектами экономической системы от вектора объемов выпуска продукции. Данная зависимость создает определенный эффект на реализацию возможных состояний равновесия экономической системы. А это вносит определенный вклад и в ценообразование, и в степень воздействия негативных проявлений монополизма. Исходя из этого суть исследования будет заключаться в описании состояний равновесия экономической системы при наличии таких факторов и оценивании возможности избежать или компенсировать процессы, дестабилизирующие экономическую систему.

Коэффициенты потребления отражают предпочтение выбора товаров. Очевидно, что предпочтения формируются на основании характеристик товаров. Например, цена товара может влиять на заинтересованность этим товаром [1, 3]. Среди экономических обоснований исследования зависимости коэффициентов потребления товаров от объемов выпуска продукции можно выделить взаимосвязь при использовании определенных товаров. Потребность в некоторых видах товаров в значительной мере может быть обусловлена наличием на рынке других видов товаров. Также для потребителя иногда важны объемы доступной продукции, а информация о наличии требуемых объемов формирует набор желаемых товаров.

ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ ЭКОНОМИКИ

Модель экономической системы представим как совокупность l субъектов, каждый из которых является потребителем товаров. Всего имеется $n< l$ типов товаров, их объем производства описывает вектор выпусков $x=\{x_i\}_{i=1}^{n}$. Соответственно считаем, что в экономической системе имеется n потребителей, способных изготовлять один из типов товаров. Именно за счет реализации произведенных товаров эти субъекты экономической системы функционируют, тогда как чистые потребители должны получать финансирование из внешних источников. Сформировать такой источник можно из поступлений от налогообложения прибыли производителей. Вектор $\pi=\{\pi_i\}_{i=1}^{n}$ будет определять уровни налогообложения. Среди производителей имеется $n-t$ монополистов. Экономическая система открыта, и ее субъекты могут как получать дополнительное количество товаров извне, так и экспортировать часть своих товаров. Такое взаимодействие с внешним окружением задают векторы экспорта $\{e_i\}_{i=1}^{n}$ и импорта $\{i_i\}_{i=1}^{n}$.

Производители получают свою прибыль в результате некоторой производственной деятельности. Пусть матрица $||a_{kj}+b_{kj}/x_j||_{k,j=1}^{n}$ описывает технологии изготовления товаров в экономической системе. Ее элементы задают те затраты, которые необходимы для производства единицы выпуска товара в натуральных показателях с учетом наличия постоянных затрат, направляемых на поддержание функционирования самого производства. Кроме производства субъекты экономической системы могут владеть некоторым запасом товаров, которых они не изготавливают. Структуру запаса товаров в экономической системе характеризуют элементы матрицы $||b_{kj}^1||_{k,j=1}^{n}$. Исходя из этого конечный продукт или предложение потребителям по k-му товару Ψ_k в открытой экономической системе формируется в объеме

$$\Psi_k=x_k-\sum_{i=1}^{n}a_{ki}x_i-\sum_{i=1}^{n}b_{ki}+\sum_{i=1}^{n}b_{ki}^1-e_k+i_k,\ k=\overline{1,n}. \qquad (1)$$

Согласно выражению (1) прибыль производителей за вычетом налогов от реализации имеющихся у них товаров имеет вид

$$\widetilde{D}_j(p)=\pi_j D_j(p)=\pi_j x_j\left(p_j-\sum_{k=1}^{n}a_{kj}p_k\right)-$$

$$-\pi_j\sum_{k=1}^{n}b_{kj}p_k+\pi_j\sum_{k=1}^{n}b_{kj}^1 p_k,\ j=\overline{1,n}. \qquad (2)$$

Ранее отмечалось, что чистые потребители финансируются за счет налогообложения производителей. Отсюда

$$\sum_{j=n+1}^{l}\widetilde{D}_j(p)=\sum_{j=1}^{n}(1-\pi_j)D_j(p). \qquad (3)$$

Функционирование субъектов экономической системы требует их выбора относительно возможных стратегий поведения. Считаем, что стратегии поведения всех потребителей предполагают их ненасыщаемость, т.е. вся полученная прибыль каждого субъекта экономической системы должна быть направлена на приобретение новых товаров. Потребительские предпочтения зададим матрицей спроса вида $C(x)=||c_{kj}(x)||_{k=1,j=1}^{n,l}$. Зависимость элементов матрицы спроса от вектора объемов выпуска товаров означает, что выбор набора товаров для потребления основан на оценках количества произведенных товаров в экономической системе. Следовательно, $c_{kj}(x)$ — это количество k-го товара, желаемое j-м потребителем, если объем выпуска товара задан вектором x. Ввиду того, что потребители ненасыщающиеся, существуют минимальные наборы товаров, необходимые соответствующим субъектам экономической системы. При этом объем требуемых для потребителей товаров ограничен и верхним уровнем, поскольку количество товаров на рынке всегда ограничено. Таким образом, максимальный набор товаров, в которых заинтересованы потребители, будет задаваться столбцами матрицы $C^0=||c_{kj}^0||_{k=1,j=1}^{n,l}$, $c_{kj}^0\geq c_{kj}(x)$, а минимальный — столбцами матрицы $C^1=||c_{kj}^1||_{k=1,j=1}^{n,l}$, $c_{kj}(x)\geq c_{kj}^1$, и $\forall\, k=\overline{1,n}$ $\exists\, j\in[1,l]$: $c_{kj}^1\neq 0$. Исходя из структуры потребления товаров, можно сформировать спрос конкретного субъекта экономической системы в виде

$$\Phi_k=\frac{1}{p_k}\sum_{i=1}^{l}\Lambda_{ik}(x,p)\widetilde{D}_i(p),\ k=\overline{1,n}. \tag{4}$$

где $\Lambda_i=\{\Lambda_{ik}\}_{k=1}^{n}$ — вектор спроса i-го потребителя, компоненты которого в случае его ненасыщения связаны с элементами матрицы $C(x)$ следующим образом:

$$\Lambda_{ik}(x,p)=\frac{c_{ki}(x)p_k}{\sum_{s=1}^{n}c_{si}(x)p_s},\ i=\overline{1,l},\ k=\overline{1,n}.$$

В процессе функционирования субъекты экономической системы стремятся достичь приемлемого для них уровня прибыльности. Эффективность функционирования можно оценить с помощью вектора степеней удовлетворения нужд потребителей $y=\{y_i\}_{i=1}^{l}$. По его компонентам определяют соотношение между полученной прибылью конкретного субъекта экономической системы и затратами на потребление требуемых ему товаров. Поскольку в модели предполагается ненасыщаемость потребителей, идеальный вариант для каждого из них будет тогда, когда соответствующая компонента вектора y равна единице. В общем случае следует ожидать, что $y_i\in(0,1]$, $i=\overline{1,l}$. Субъекты экономической системы, которые занимаются производственной деятельностью, получат прибыль в объеме, определяемом выражением (2). Остальные субъекты могут рассчитывать на финансирование в рамках условия (3). Эти финансовые ресурсы должны быть использованы на приобретение новых товаров; следовательно,

$$\widetilde{D}_j(p)=y_j\sum_{s=1}^{n}c_{sj}(x)p_s,\ j=\overline{1,l}. \tag{5}$$

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФОРМУЛИРОВКА ЗАДАЧИ

Стабильное функционирование экономической системы во времени состоит в пребывании в определенном состоянии равновесия или в поочередном пребывании в нескольких состояниях равновесия. Некоторые характеристики экономической системы не изменяются, и их можно считать заданными на протяжении определенного временного интервала независимо от того, изменяются ли состояния равновесия, в которых пребывает экономическая система. Значения других характеристик зависят от того, какое именно реализуется состояние равновесия. Поэтому корректно ввести последовательность промежутков времени (или периодов) с выбранными заданными характеристиками модели экономики. В одном из таких периодов и будем исследовать экономическую систему. В данном случае заданные характеристики будут отображать ориентиры вероятных сценариев развития экономической системы. Сценарии, которые могут осуществиться, будут соответствовать возможным состояниям равновесия. Итак, в модели заданы матрица $||a_{kj}||_{k,j=1}^{n}$, элементы которой определяют затраты на изготовление продукции; матрица $||b_{kj}||_{k,j=1}^{n}$, описывающая постоянные затраты производства; C^0 и C^1 — задающие граничные потребительские наборы товаров; $||b_{kj}^1||_{k,j=1}^{n}$ — элементы b_{kj}^1 матрицы, которые отображают количество запаса k-го товара у j-го субъекта экономической системы. Причем с учетом особенностей монополистов их товары не могут выставляться на продажу другими субъектами и соответствующие элементы матрицы запаса товаров могут быть нулевыми. Согласно экономическим реалиям следует задать и стратегию налогообложения с помощью вектора $(\pi_1^0, \ldots, \pi_t^0)$. Уровни налогообложения монополистов $(\pi_{t+1}, \ldots, \pi_n)$ могут зависеть от состояния равновесия, в котором пребывает экономическая система. Поэтому корректно считать их неизвестными. Наличие в экономической системе монополистов означает, что цены на их товары $(p_{t+1}^0, \ldots, p_n^0)$ должны задаваться, тогда как цены на остальные товары $(p_1, \ldots, p_t)$ будут определяться состоянием равновесия. Характеристикой состояния равновесия могут быть также компоненты вектора степеней удовлетворения нужд потребителей y. Тогда производственные ориентиры монополистов будут формироваться, исходя из фиксированных монопольных цен с учетом известных и оценки вероятных значений других экономических величин. В результате этого они предполагают получить необходимый им уровень прибыли, считая, что объемы выпуска товаров $(x_{t+1}, \ldots, x_n)$ должны зависеть от реализации одного из состояний равновесия. Остальные субъекты экономической системы не имеют такого преимущества. Однако, зафиксировав свои выпуски товаров на уровне $(x_1^0, \ldots, x_t^0)$, они также смогут оценить поступления возможной прибыли. В сочетании с приведенными выше заданными величинами (например, технологиями производства товаров) это единственная необходимая для расчета характеристика, на которую данные субъекты могут влиять непосредственно. Но оценочный уровень прибыли необязательно может быть достигнут. Положение монополистов, которое является более предпочтительным, также не дает гарантии получения требуемого объема прибыли.

Как и для описанного сценария планирования производства, возможна ситуация, когда в стратегиях изготовления товаров субъектам экономической системы следует исходить из заданных уровней потребления. Тогда компоненты вектора y считаются известными, а весь вектор объемов выпуска продукции x будет определяться реализацией одного из возможных состояний равновесия. Оба эти варианта будут рассмотрены ниже.

Для достижения равновесия в экономической системе необходимо, чтобы спрос на товары не превышал предложения. Таким образом, получим условия на характеристики экономической системы

$$\sum_{j=1}^{l} c_{kj}(x) y_j \le x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} + \sum_{i=1}^{n} b_{ki}^1 - e_k + i_k, \; k = \overline{1, n}. \tag{6}$$

$$\pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k + \pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj}^1 p_k = y_j \sum_{s=1}^{n} c_{sj}(x) p_s, \; j = \overline{1, n}. \tag{7}$$

С учетом значений заданных величин из данных условий можно определить все возможные состояния равновесия экономической системы и, следовательно, найти все равновесные значения характеристик модели.

Можно избежать некоторых трудностей решения нелинейной относительно вектора объемов выпуска продукции x системы неравенств (6), если исключить возможность реализации состояний равновесия с неприбыльным производством. Дополнительно следует выполнить неравенства

$$x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k \right) - \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k \ge 0, \; j = \overline{1, n}. \tag{8}$$

Чтобы в итоге решения (положительные векторы x и p) задачи (6), (7) всегда удовлетворяли ограничениям (8) в выражении (6), достаточно от неравенств перейти к равенствам [1]:

$$\sum_{j=1}^{l} c_{kj}(x) y_j = x_k - \sum_{i=1}^{n} a_{ki} x_i - \sum_{i=1}^{n} b_{ki} + \sum_{i=1}^{n} b_{ki}^1 - e_k + i_k, \; k = \overline{1, n}. \tag{9}$$

Таким образом, из системы нелинейных уравнений (7), (9) определим неизвестные величины $\{p_i\}_{i=1}^{t}$, $\{x_i\}_{i=1}^{n}$ при заданном векторе $\{y_i\}_{i=1}^{n}$ или величины $\{p_i\}_{i=1}^{t}$, $\{x_i\}_{i=t+1}^{n}$ и $\{y_i\}_{i=1}^{n}$ при заданном векторе $\{x_i\}_{i=1}^{t}$. Это позволит описать допустимые относительно прибыльности состояния равновесия экономической системы. Исходя из экономического понимания характеристик очевидно, что наличие нулевых или отрицательных компонент у равновесных векторов экономически неприемлемо. И если нулевые объемы выпусков товара или нулевые цены еще можно трактовать соответственно как отсутствие производства или продажи товаров (очевидно, что это неприемлемо для производителей или владельцев таких товаров, поскольку может привести к убыточности производств), то отрицательные значения данных экономических характеристик представляются нереалистичными (в противном случае потребуется специальное пояснение экономического смысла таких величин на модельном уровне).

Отметим, что требование (8) исключает из рассмотрения дотационные производства. Чтобы учесть наличие таких производителей в экономической системе, можно, как и в [1], ввести для соответствующего j-го субъекта экономической системы вектор дотаций в натуральных показателях $\{d_{ij}^1\}_{i=1}^{n}$ (т.е. дотации должны быть связаны с предоставлением конкретных товаров). Отдельные компоненты данного вектора отображают объемы поступлений по каждому имеющемуся в экономической системе товару и могут быть нулевыми. Уровни налогообложения дотационных производств корректно считать заданными. Тогда в выражении для прибыли (2) данных производителей появится дополнительное слагаемое $\pi_j \sum_{k=1}^{n} d_{kj}^1 p_k$. Для таких производств изменится вид выражения (7):

$$\pi_j x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k \right) - \pi_j \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k + \pi_j \sum_{k=1}^{n} (b_{kj}^1 + d_{kj}^1) p_k = y_j \sum_{s=1}^{n} c_{sj}(x) p_s.$$

Очевидно, что дотационные производства не могут быть убыточными, поэтому вместо неравенств (8) для них следует использовать условия

$$x_j \left(p_j - \sum_{k=1}^{n} a_{kj} p_k \right) - \sum_{k=1}^{n} b_{kj} p_k + \sum_{k=1}^{n} d_{kj}^1 p_k \geq 0,$$

что приведет к уравнению равновесия (9). Но при этом следует учитывать, что субъекты экономической системы с дотациями будут иметь определенные преимущества по сравнению с другими производителями товаров. Если величина дотации задана, то цена на товар такого производителя будет определяться из условия равновесия. Если же величину дотации определяет состояние, в котором будет находиться экономическая система, тогда цены на товары таких производств (как и для монополистов) следует считать заданными. Важно, что в этом случае предоставляемый в качестве дотации набор товаров может формироваться неоднозначно, поэтому целесообразно ввести вектор с компонентами d_j,

$$d_j p_j = \sum_{k=1}^{n} d_{kj}^1 p_k,$$

которые будут отображать суммарную величину дотаций соответствующего производства.

ЗАДАННЫЕ УРОВНИ ПОТРЕБЛЕНИЯ

Рассмотрим сначала задачу, сформулированную при отсутствии дотаций, а также в случае фиксированных компонентов вектора степеней удовлетворения нужд потребителей y. Как индикатор эффективности, вектор y задает уровни потребления субъектов экономической системы. Тогда решения системы уравнений (7), (9) определят те состояния равновесия, в которых цены $\{p_i\}_{i=1}^{t}$ и объемы выпусков $\{x_i\}_{i=1}^{n}$ будут соответствовать уровням потребления, заданным компонентами вектора y. Здесь необходимо отметить, что для каждого уровня потребления не предусматривается единственности состояния равновесия, поэтому может оказаться несколько вариантов набора товаров $\{c_{ij}(x)\}_{i=1}^{n}$, доступных выбору j-го субъекта. Эти наборы эквивалентны, исходя из отношения их стоимости к прибыли, имеющейся у субъекта экономической системы, но состав товаров в наборе будет отличаться и зависеть от того, какое состояние равновесия реализовалось. Выделять более привлекательный набор товаров (или более желаемое состояние равновесия) нет необходимости, поскольку принятая зависимость потребительских коэффициентов от вектора объемов выпуска товаров в общем случае не предполагает наличия каких-либо особых предпочтений выбора.

Далее считаем, что матрица $A = || a_{jk} ||_{j,k=1}^{n}$ продуктивна, т.е. ее спектральный радиус меньше единицы. При таких условиях систему уравнений (9) представим в виде

$$x_k = \sum_{s=1}^{n} (E-A)_{ks}^{-1} \sum_{j=1}^{l} c_{sj}(x) y_j + \sum_{s=1}^{n} (E-A)_{ks}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} b_{sj} - \sum_{i=1}^{n} b_{si}^1 \right], \; k = \overline{1, n}. \quad (10)$$

С учетом ограничения на элементы матрицы спроса необходимо выполнить условия

$$x_k^m = \sum_{s=1}^{n} (E-A)_{ks}^{-1} \left[\sum_{j=1}^{l} c_{sj}^1 y_j + e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} (b_{sj} - b_{sj}^1) \right] > 0, \; k = \overline{1, n}. \quad (11)$$

Выражение (11) задает нижнюю границу возможных значений $x^m = \{x_i^m\}_{i=1}^n$ вектора объемов выпуска товаров x. Верхняя граница $x^M = \{x_i^M\}_{i=1}^n$ определяется элементами матрицы C^0:

$$x_k^M = \sum_{s=1}^{n} (E-A)_{ks}^{-1} \left[\sum_{j=1}^{l} c_{sj}^0 y_j + e_s - i_s + \sum_{j=1}^{n} (b_{sj} - b_{sj}^1) \right], \; k = \overline{1, n}.$$

Зависимость элементов матрицы $C(x)$ считаем нелинейной; следовательно, и уравнение (10) относительно вектора x нелинейно. Наличие ограничений на элементы матрицы спроса $C(x)$ и условия (11) гарантирует существование положительного решения $\{x_i\}_{i=1}^n$ уравнения (10) на основании использования принципа Шаудера [4]. Действительно, построим итерационный процесс на основании уравнения (10)

$$x_j^{[k+1]} = \boldsymbol{X}_j (x^{[k]}), \; j = \overline{1, n},$$

$$\boldsymbol{X}_j (x^{[k]}) = \sum_{s=1}^{n} (E-A)_{js}^{-1} \sum_{i=1}^{l} c_{si}(x^{[k]}) y_i + \sum_{s=1}^{n} (E-A)_{js}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{i=1}^{n} b_{si} - \sum_{i=1}^{n} b_{si}^1 \right]$$

и выберем нулевое приближение решения из множества

$$\{x_i \in R_+, |(x_i^M + x_i^m) - 2x_i| \le x_i^M - x_i^m, \; i = \overline{1, n}\}.$$

С учетом наличия ограничений значений элементов матрицы $C(x)$ получим оценки $c_{kj}^0 \ge c_{kj}(x^m) \ge c_{kj}^1$ и $c_{kj}^0 \ge c_{kj}(x^M) \ge c_{kj}^1$. На каждом шаге итераций будем получать новые приближения решения, для которых выполняются неравенства $x_j^m \le \boldsymbol{X}_j(x^{[k]}) \le x_j^M$. Следовательно, они будут принадлежать этому же множеству значений. В результате на некоторой итерации $k = \mathcal{K}$ достигнем неподвижной точки процесса. Принцип Шаудера не гарантирует единственности решения. Поэтому можем получить набор отдельных состояний равновесия, описывающих вероятные сценарии функционирования экономической системы.

По известным объемам выпуска продукции можно определить также вектор цен. В частности, из выражения (7) получим следующее линейное неоднородное уравнение:

$$p_j = \sum_{s=1}^{n} a_{sj} p_s + \frac{y_j}{\pi_j x_j} \sum_{s=1}^{n} c_{sj}(x) p_s + \frac{1}{x_j} \sum_{s=1}^{n} (b_{sj} - b_{sj}^1) p_s, \; j = \overline{1, t}. \quad (12)$$

С учетом экономических реалий дополнительно потребуем выполнения неравенств

$$a_{sj}x_j + \frac{y_j}{\pi_j} c^1_{sj} + b_{sj} - b^1_{sj} \geq 0, \ j = \overline{1, t}, \ s = \overline{1, t}. \tag{13}$$

Достаточным условием справедливости этого требования являются оценки

$$a_{sj} \sum_{k=1}^{n} (E - A)^{-1}_{jk} \left[\sum_{i=1}^{l} c^1_{ki} y_i + e_k - i_k + \sum_{i=1}^{n} b_{ki} \right] + \frac{y_j}{\pi_j} c^1_{sj} + b_{sj} \geq b^1_{sj}, \ j = \overline{1, t}, \ s = \overline{1, t}.$$

Из неравенства (13) следует, что без производства реализацией одного лишь запаса готовой продукции нельзя удовлетворить весь спрос на товары в экономической системе. Вследствие этого для получения положительного решения $\{p_i\}_{i=1}^{t}$ уравнения (12) достаточно, чтобы спектральный радиус неотрицательной матрицы

$$\mathcal{H}(x) = \left\| a_{kj} + \frac{1}{x_j} b_{kj} - \frac{1}{x_j} b^1_{kj} + \frac{y_j}{\pi^0_j x_j} c_{kj}(x) \right\|_{k, j=1}^{t}$$

был меньше единицы. Гарантированно обеспечить выполнение такого условия можно в случае, если заданные характеристики модели удовлетворяют неравенствам

$$a_{kj} x^m_j + \frac{y_j}{\pi^0_j} c^0_{kj} + b_{kj} - b^1_{kj} < \sum_{s=1}^{n} a_{js} x^m_s + \sum_{s=1}^{n} c^1_{js} y_s +$$
$$+ \sum_{s=1}^{n} (b_{js} - b^1_{js}) + e_j - i_j, \ k, j = \overline{1, t}. \tag{14}$$

Тогда норма матрицы $\mathcal{H}(x)$ будет меньше единицы, а компоненты вектора равновесных цен будут рассчитываться по формуле

$$p_s = \sum_{j=1}^{t} (E - \mathcal{H}(x))^{-1}_{js} \sum_{k=t+1}^{n} \left[a_{kj} + \frac{1}{x_j} b_{kj} + \frac{y_j}{\pi^0_j x_j} c_{kj}(x) \right] p^0_k, \ s = \overline{1, t}. \tag{15}$$

Как следствие вышеизложенного, сформулируем результирующее утверждение.

Теорема 1. Пусть задано некоторое выпуклое компактное множество возможных товаров X. Если справедливы неравенства (11), (13), (14), а элементы матрицы спроса $C(x)$, непрерывно зависящие от x, удовлетворяют условиям

$$c^0_{kj} \geq c_{kj}(x) \geq c^1_{kj}, \ k = \overline{1, n}, \ j = \overline{1, l}, \ x \in X \subset R^n_+ \setminus \{0\},$$

то существует положительное решение задачи об экономическом равновесии (7), (10), для которого компоненты равновесного вектора объемов выпуска товаров субъектами экономической системы будут находиться в интервале $x_j \in [x^m_j, x^M_j]$, $j = \overline{1, n}$. Равновесные цены на товары $\{p_i\}_{i=1}^{t}$ определяются объемами выпуска товаров по формуле (15).

Сделаем несколько замечаний к этому утверждению. Как уже отмечалось, приведенные условия не предполагают единственности решения системы уравнений (10), а каждое определенное решение соответствует одному из возможных состояний равновесия. Их реализация может быть зависима от выбора уровней налогообложения монополистов, но эти уровни еще не определены. Из выражения (7) следует, что для равновесных характеристик уровни налогообложения монополистов можно найти по формуле

$$\pi_j = \frac{\sum_{s=1}^{t} c_{sj}(x) y_j p_s + \sum_{s=t+1}^{n} c_{sj}(x) y_j p_s^0}{p_j^0 x_j - \sum_{k=1}^{t} (a_{kj} x_j + b_{kj} - b_{kj}^1) p_k - \sum_{k=t+1}^{n} (a_{kj} x_j + b_{kj}) p_k^0}, \quad j = \overline{t+1, n}. \qquad (16)$$

Очевидно, что состояния равновесия отличаются характеристиками. Среди основных характеристик оценка эффективности функционирования экономической системы — одна из наиболее важных. Компоненты вектора степеней удовлетворения нужд потребителей заданы и одинаковы для всех возможных состояния равновесия. Следовательно, исходя из соотношения между планируемыми затратами и получаемой прибылью для субъектов экономической системы не имеет значения, какое именно из состояний равновесия реализовалось.

Как и в случае с вектором объемов выпуска продукции, для компонент вектора цен можно получить границы интервала их значений

$$p_s^M = \sum_{j=1}^{t} (E - \mathcal{H}^M(x^m))_{js}^{-1} \sum_{k=t+1}^{n} \left[a_{kj} + \frac{1}{x_j^m} b_{kj} + \frac{y_j}{\pi_j^0 x_j^m} c_{kj}^0 \right] p_k^0, \quad s = \overline{1, t}.$$

$$p_s^m = \sum_{j=1}^{t} (E - \mathcal{H}^m(x^M))_{js}^{-1} \sum_{k=t+1}^{n} \left[a_{kj} + \frac{1}{x_j^M} b_{kj} + \frac{y_j}{\pi_j^0 x_j^M} c_{kj}^1 \right] p_k^0, \quad s = \overline{1, t}.$$

Вид матриц $\mathcal{H}^M(x)$ и $\mathcal{H}^m(x)$ отличается от вида матрицы $\mathcal{H}(x)$ только тем, что вместо элементов $c_{kj}(x)$ используются соответственно c_{kj}^0 и c_{kj}^1. Тогда интервал значений уровней налогообложения монополистов будет определяться формулами

$$\pi_j^m = \frac{\sum_{s=1}^{t} c_{sj}^1 y_j p_s^m + \sum_{s=t+1}^{n} c_{sj}^1 y_j p_s^0}{p_j^0 x_j^M - \sum_{k=1}^{t} (a_{kj} x_j^M + b_{kj} - b_{kj}^1) p_k^m - \sum_{k=t+1}^{n} (a_{kj} x_j^M + b_{kj}) p_k^0}, \quad j = \overline{t+1, n}.$$

$$\pi_j^M = \frac{\sum_{s=1}^{t} c_{sj}^0 y_j p_s^M + \sum_{s=t+1}^{n} c_{sj}^0 y_j p_s^0}{p_j^0 x_j^m - \sum_{k=1}^{t} (a_{kj} x_j^m + b_{kj} - b_{kj}^1) p_k^M - \sum_{k=t+1}^{n} (a_{kj} x_j^m + b_{kj}) p_k^0}, \quad j = \overline{t+1, n}.$$

Отметим, что граничные значения равновесных цен и уровней налогообложения монополистов определяются и элементами матрицы C^0 и элементами матрицы C^1. Следовательно, данные характеристики учитывают весь диапазон изменений потребительских предпочтений. Значит, и без знания функциональной зависимости элементов матрицы $C(x)$ от вектора x эти граничные значения, а также их разности $\varepsilon^\pi = \max_k (\pi_k^M - \pi_k^m)$, $\varepsilon^p = \max_k (p_k^M - p_k^m)$ и $\varepsilon^x = \max_k (x_k^M - x_k^m)$ могут предоставить информацию о влиянии на реализацию возможных состояний равновесия изменения структуры потребления товаров на величину $\varepsilon = \max_{k,j} (c_{kj}^0 - c_{kj}^1)$.

Еще одно замечание касается условия (13). Наличие у субъектов экономической системы больших объемов запаса товаров будет приводить к конкуренции в вопросах обеспечения спроса между производством новых товаров и использованием товаров из запаса. При больших значениях элементов матрицы запаса товаров выполнение условия (13) и оценки (11) могут нарушаться. При нарушении условий (13) цены $\{p_i\}_{i=1}^t$, определяемые выражением (15), необязательно будут неположительными. Но в данном случае нельзя это гарантировать для всего интервала положительных значений объемов выпуска товаров $\{x_i\}_{i=1}^n$ без предварительного нахождения всех решений уравнения (10). А получение отрицательных компонентов вектора цен или объемов выпуска товаров будет означать нарушение равновесия.

Если для некоторых производств учесть возможность получения дотаций и считать, что объемы дотаций определяются состоянием экономической системы (т.е. из условия равновесия), то вид всех ранее записанных выражений, определяющих экономические характеристики, не изменится. А вектор, характеризующий дотации, можно найти из уравнения (7) с учетом замены величин b_{ik}^1 на $b_{ik}^1 + d_{ik}^1$ для тех индексов, которые нумеруют дотационные производства. Получим

$$d_j = \frac{y_j}{\pi_j p_j} \sum_{s=1}^n c_{sj}(x) p_s + \frac{x_j}{p_j} \sum_{k=1}^n a_{kj} p_k + \frac{1}{p_j} \sum_{k=1}^n (b_{kj} - b_{kj}^1) p_k - x_j .$$

Если значения дотаций заданы, то часть выражений необходимо изменить. В частности, в неравенствах (13), (14) и в определении элементов матрицы $\mathcal{H}(x)$ вместо величин b_{ik}^1 следует использовать $b_{ik}^1 + d_{ik}^1$ для индексов, соответствующих дотируемым субъектам экономической системы.

ЗАДАННЫЕ ОБЪЕМЫ ВЫПУСКА ТОВАРОВ

Рассмотрим случай, когда в модели заданными считаются объемы выпуска продукции немонополистов $\{x_i^0\}_{i=1}^n$. Тогда компоненты вектора степеней удовлетворения нужд потребителей неизвестны и подлежат определению из уравнений равновесия. Систему уравнений (9) трансформируем в две формально независимые подсистемы. Первая из них имеет вид

$$\sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} \tilde{z}_s^1 = \tilde{b}_k^0, \quad k = \overline{1, t}, \tag{17}$$

с переопределенными неизвестными величинами

$$\tilde{z}_i^1 = \sum_{j=1}^l c_{ij}(x) y_j, \quad i = \overline{1, n}, \tag{18}$$

и заданной правой частью

$$\tilde{b}_k^0 = x_k^0 - \sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^n b_{sj} - \sum_{i=1}^n b_{si}^1 \right], \quad k = \overline{1, t},$$

которую считаем неотрицательной.

Вторую подсистему запишем в виде

$$x_k = \sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} \tilde{z}_s^1 + \sum_{s=1}^n (E - A)_{ks}^{-1} \left[e_s - i_s + \sum_{j=1}^n b_{sj} - \sum_{i=1}^n b_{si}^1 \right], \quad k = \overline{t+1, n}. \tag{19}$$

Функциональную зависимость величин $\tilde{z}_s^1$, $s=\overline{1,n}$, от вектора x временно не будем учитывать, рассматривая их как независимые переменные. Если из системы уравнений (17) определить вектор $\tilde{z}^1 = \{\tilde{z}_s^1\}_{s=1}^n$, то с его помощью из (19) можно однозначно определить неизвестные объемы выпуска продукции монополистов $\{x_i\}_{i=t+1}^n$. Но в выражении (17) число неизвестных больше, чем уравнений. Тем не менее, для вектора $\tilde{z}^1 = \{\tilde{z}_s^1\}_{s=1}^n$ может быть получено параметрическое представление решения. На основании данного параметрического представления согласно [1] можно описать все возможные положительные решения задачи (17) относительно вектора $\tilde{z}^1$. При этом необходимо выполнение ряда условий. В первую очередь, предпочтительно, чтобы ранг матрицы $\left\|(E-A)_{ks}^{-1}\right\|_{k,s=1}^{t,n}$ был равен t. Из предположения продуктивности матрицы $A=\left\|a_{jk}\right\|_{j,k=1}^n$ следует (см. [5]) существование невырожденной матрицы $\left\|(E-A)_{ks}^{-1}\right\|_{k,s=1}^{t}$. Для элементов обратной к ней матрицы $\left\|H_{ki}^0\right\|_{k,i=1}^t$ постулируем справедливость неравенств

$$(\tilde{b}^0, H_i^0) = \sum_{s=1}^t \tilde{b}_s^0 H_{si}^0 > 0, \; i=\overline{1,t},$$

что является условием на заданные характеристики экономической системы, например на вектор $\{x_i^0\}_{i=1}^n$. Обозначим

$$(d_k, H_i^0) = \sum_{s=1}^t (E-A)_{sk}^{-1} H_{si}^0, \; k=\overline{t+1,n},$$

и введем строго положительный вектор $\tilde{z}^* = \{\tilde{z}_i^*\}_{i=t+1}^n$, для компонентов которого выполнимы требования

$$(\tilde{b}^0, H_k^0) \ge (d_j, H_k^0)\tilde{z}_j^*, \; j=\overline{t+1,n}, \; k=\overline{1,t}.$$

Тогда параметрическое представление положительных решений системы уравнений (17) относительно вектора $\tilde{z}^1 = \tilde{z}^1(\tilde{\gamma})$ можно записать в виде

$$\tilde{z}^1(\tilde{\gamma}) = \Bigg\{ (\tilde{b}^0, H_1^0) - \sum_{j=t+1}^n (d_j, H_1^0)\tilde{\gamma}_j \tilde{z}_j^*, \ldots, (\tilde{b}^0, H_t^0) -$$

$$- \sum_{j=t+1}^n (d_j, H_t^0)\tilde{\gamma}_j \tilde{z}_j^*, \tilde{\gamma}_{t+1}\tilde{z}_{t+1}^*, \ldots, \tilde{\gamma}_n \tilde{z}_n^* \Bigg\}. \tag{20}$$

где компоненты вектора параметров $\tilde{\gamma} = (\tilde{\gamma}_{t+1}, \ldots, \tilde{\gamma}_n)$ принадлежат множеству Γ^*, задаваемому ограничениями

$$(\tilde{b}^0, H_k^0) > \sum_{j=t+1}^n (d_j, H_k^0)\tilde{\gamma}_j \tilde{z}_j^*, \; k=\overline{1,t}, \; \tilde{\gamma}_i > 0, \; i=\overline{t+1,n}, \; \sum_{j=t+1}^n \tilde{\gamma}_j + \tilde{\gamma}_{n+1} = 1.$$

Параметр $\tilde{\gamma}_{n+1}$ выполняет масштабирующую функцию, поэтому он может быть также и отрицательным. Если далее по вектору $\tilde{z}^1(\tilde{\gamma})$ из уравнений (19) определить равновесный вектор объемов выпуска товаров монополистами, его компоненты также будут зависеть от вектора параметров $\tilde{\gamma}$. Следовательно, можно переопределить

$$c_{kj}^{*}(\tilde{\gamma}) = c_{kj}(x), \ \ k=\overline{1,n}, \ \ j=\overline{1,l}.$$

Как и для элементов матрицы $C(x)$, для элементов матрицы $\left\| c_{kj}^{*}(\tilde{\gamma}) \right\|_{k=1,\,j=1}^{n,l}$ справедливы оценки

$$c_{kj}^{0} \ge c_{kj}^{*}(\tilde{\gamma}) \ge c_{kj}^{1}, \ \ k=\overline{1,n}, \ \ j=\overline{1,l}, \ \ \tilde{\gamma} \in \Gamma^{*}. \tag{21}$$

Следует учитывать, что между величинами $\tilde{z}_s^{1}(\tilde{\gamma})$, $s=\overline{1,n}$, и компонентами вектора x существует дополнительная связь (18). Следовательно, определенные по вектору $\tilde{z}^{1}(\tilde{\gamma})$ объемы выпуска продукции монополистов $\{x_i\}_{i=t+1}^{n}$ должны согласовываться с этим. Из формулы (18) получим уравнение, позволяющее найти равновесный вектор степеней удовлетворения нужд потребителей y:

$$\sum_{j=1}^{l} c_{ij}^{*}(\tilde{\gamma})\, y_j = \tilde{z}_i^{1}(\tilde{\gamma}), \ \ i=\overline{1,n}. \tag{22}$$

Очевидно, что возможные значения компонентов вектора y зависят от того, какие будут выбраны значения компонентов вектора параметров $\tilde{\gamma}$. Каждый субъект экономической системы предпочитает достичь наибольшей эффективности, а наибольший уровень эффективности соответствует полному удовлетворению нужд потребителя, однако этого не всегда удается достичь. Приемлемым вариантом может быть снижение требований до минимально допустимого уровня удовлетворения потребностей. Тогда в состоянии равновесия компоненты вектора y должны находиться в заданном интервале значений, например $[\alpha, \beta]$, $\beta \le 1$. Попадание в этот интервал обеспечит надлежащий выбор вектора $\tilde{\gamma}$. В связи с этим сделаем допущение относительно структуры потребления товаров в экономической системе. Пусть имеется по крайней мере t отличных от нуля диагональных матричных элементов $c_{kk}^{*}(\tilde{\gamma}) \ge c_{kk}^{1} \ne 0$, и для простоты будем считать, что для индексов $k=\overline{1,t}$ такое допущение справедливо. Исходя из экономических соображений, допущение считается приемлемым. Существуют примеры, когда помимо технологических нужд у субъектов экономической системы возникают потребности в собственной продукции. При этом выбор диагональных ненулевых матричных элементов не принципиален, допустимы и другие варианты. Одним из альтернативных выборов таких матричных элементов может служить набор $c_{k,t+1-k}^{*}(\tilde{\gamma}) \ge c_{k,t+1-k}^{1} \ne 0$, и требование обязательного потребления своих товаров для части субъектов экономической системы будет снято. Тогда с учетом выражения (20) трансформируем равенства (22) в уравнения, позволяющие определить вектор степеней удовлетворения нужд потребителей y и вектор параметров $\tilde{\gamma}$:

$$y_i = \frac{1}{c_{ii}^{*}(\tilde{\gamma})} \left[(\tilde{b}^{\,0}, H_i^{0}) - \sum_{j=t+1}^{n} (d_j, H_i^{0}) \tilde{\gamma}_j \tilde{z}_j^{*} - \sum_{j \in \mathcal{J} \setminus i} c_{ij}^{*}(\tilde{\gamma})\, y_j \right], \ \ i=\overline{1,t}, \tag{23}$$

$$\tilde{\gamma}_i = \frac{1}{\tilde{z}_i^{*}} \sum_{j=1}^{l} c_{ij}^{*}(\tilde{\gamma})\, y_j, \ \ i=\overline{t+1,n}, \tag{24}$$

где введено множество индексов $\mathcal{J}=\{1,\ldots,l\}$. Имеем n уравнений и $l+n-t>n$ неизвестных. Поскольку важно выполнить условие $y_i\in[\alpha,\beta]$, $i=\overline{1,l}$, часть компонент $\{y_i\}_{i=t+1}^{l}$ сразу можно зафиксировать. В данной ситуации они характеризуют монополистов, которые занимают привилегированное положение, и чистых потребителей, которые функционируют за счет внешнего финансирования, поэтому такой шаг будет оправдан. Сформулируем условия разрешимости задачи (23), (24), учитывающие требования эффективности функционирования.

Теорема 2. Пусть справедливы ограничения (21), а для заданных значений параметров $0<\alpha\le\beta$ и построенных по ним величин

$$\tilde{\gamma}_i^m=\frac{1}{\tilde{z}_i^*}\alpha\sum_{j=1}^{l}c_{ij}^1,\ \tilde{\gamma}_i^M=\frac{1}{\tilde{z}_i^*}\beta\sum_{j=1}^{l}c_{ij}^0,\ i=\overline{t+1,n},$$

выполняются неравенства

$$\alpha\le\frac{1}{c_{ii}^0}\left[(\tilde{b}^0,H_i^0)-\sum_{j\in Q_i^+}(d_j,H_i^0)\tilde{\gamma}_j^M\tilde{z}_j^*+\right.$$

$$\left.+\sum_{j\in Q_i^-}|(d_j,H_i^0)|\tilde{\gamma}_j^m\tilde{z}_j^*-\beta\sum_{j\in\mathcal{J}\setminus i}c_{ij}^0\right]<\beta,\quad i=\overline{1,t}. \tag{25}$$

$$\alpha<\frac{1}{c_{ii}^0}\left[(\tilde{b}^0,H_i^0)-\sum_{j\in Q_i^+}(d_j,H_i^0)\tilde{\gamma}_j^m\tilde{z}_j^*+\right.$$

$$\left.+\sum_{j\in Q_i^-}|(d_j,H_i^0)|\tilde{\gamma}_j^M\tilde{z}_j^*-\alpha\sum_{j\in\mathcal{J}\setminus i}c_{ij}^1\right]\le\beta,\quad i=\overline{1,t}. \tag{26}$$

$$Q_i^+=\{k\in[t+1,n],\ k:(d_k,H_i^0)>0\},\ Q_i^-=\{k\in[t+1,n],\ k:(d_k,H_i^0)<0\}.$$

Тогда существует положительное решение задачи (23), (24), т.е. векторы $y=\{y_i\}_{i=1}^{l}$ и $\tilde{\gamma}=\{\tilde{\gamma}_i\}_{i=t+1}^{n}$ с компонентами, которые находятся в интервалах $y_i\in[\alpha,\beta]$, $i=\overline{1,l}$, и $\tilde{\gamma}_j\in[\tilde{\gamma}_j^m,\tilde{\gamma}_j^M]$, $j=\overline{t+1,n}$. При этом значения части компонент вектора y можно предварительно зафиксировать как $y_i=\sigma_i$, $\alpha\le\sigma_i\le\beta$, $i=\overline{t+1,l}$.

Доказательство. Множество Γ^* содержит все допустимые значения параметров $\{\tilde{\gamma}_i\}_{i=t+1}^{n}$. Требования (25) приводят к неравенствам

$$(\tilde{b}^0,H_i^0)-\sum_{j\in Q_i^+}(d_j,H_i^0)\tilde{\gamma}_j^M\tilde{z}_j^*+\sum_{j\in Q_i^-}|(d_j,H_i^0)|\tilde{\gamma}_j^m\tilde{z}_j^*>0,\ i=\overline{1,t},$$

что гарантирует вложение множеств

$$\Gamma^1=\{\tilde{\gamma}\in R_+^{n-t},\ |(\tilde{\gamma}_j^M+\tilde{\gamma}_j^m)-2\tilde{\gamma}_j|\le(\tilde{\gamma}_j^M-\tilde{\gamma}_j^m),\ j=\overline{t+1,n}\}\subset\Gamma^*.$$

Из условий (25), (26) и ограничений (21) следует, что для любого вектора $\tilde{\gamma}\in\Gamma^1$, каждого вектора $\hat{y}=\{y_i\}_{i=1}^{t}$ из множества $\{\hat{y}\in R_+^t,\ |(\beta+\alpha)-2y_j|\le$ $\le(\beta-\alpha),\ j=\overline{1,t}\}$ и выбранных величин $y_i\in[\alpha,\beta]$, $i=\overline{t+1,l}$, имеют место оценки

$$\alpha \le \frac{1}{c_{ii}^*(\tilde{\gamma})}\left[(\tilde{b}^0, H_i^0) - \sum_{j=t+1}^{n}(d_j, H_i^0)\tilde{\gamma}_j \tilde{z}_j^* - \sum_{j \in \mathcal{J}\setminus i} c_{ij}^*(\tilde{\gamma}) y_j\right] \le \beta, \ i = \overline{1, t},$$

$$\tilde{\gamma}_i^m \le \frac{1}{\tilde{z}_i^*}\sum_{j=1}^{l} c_{ij}^*(\tilde{\gamma}) y_j \le \tilde{\gamma}_i^M, \ i = \overline{t+1, n}.$$

В результате согласно принципу Шаудера можно сделать вывод о существовании требуемого решения задачи (23), (24).

Теорема доказана.

С помощью формул (23), (24) можно оценить, как влияет желание одних субъектов экономической системы достичь определенного уровня потребления товаров, который задается компонентами вектора $y = \{y_i\}_{i=1}^{l}$, на достижение приемлемого уровня потребления другими субъектами. Исходя из такого анализа можно исследовать и действие монопольных влияний.

Равновесные компоненты вектора цен $\{p_i\}_{i=1}^{t}$, как и ранее, можно определять по формуле (15), где теперь

$$\mathcal{H}(x) = \left\| a_{kj} + \frac{1}{x_j^0} b_{kj} - \frac{1}{x_j^0} b_{kj}^1 + \frac{y_j}{\pi_j^0 x_j^0} c_{kj}(x) \right\|_{k,j=1}^{t}.$$

Соответственно на параметр β, который используется в условиях теоремы, следует наложить дополнительное условие, аналогичное неравенству (14):

$$a_{kj} x_j^0 + \frac{\beta}{\pi_j^0} c_{kj}^0 + b_{kj} - b_{kj}^1 < x_j^0, \quad k, j = \overline{1, t}.$$

В этом случае может проявляться негативное влияние монополизма, приводящее к снижению значения β. Чтобы в некоторой мере компенсировать это влияние, принят и для монополистов максимальный уровень удовлетворения потребностей, ограничиваемый значением β.

Полученные равновесные объемы выпуска товаров, цены и степени удовлетворения нужд потребителей будут зависеть от выбранных значений величин $\{\sigma_i\}_{i=t+1}^{l}$. Эти величины как параметры описывают все допустимые (на основании принятого интервала эффективности функционирования субъектов экономической системы) состояния равновесия. Окончательно определим все неизвестные характеристики того состояния равновесия, которое реализуется, задав уровни налогообложения монополистов согласно выражению (16).

ПРИМЕР ПРИМЕНЕНИЯ МОДЕЛИ

Для иллюстрации применения модели к исследованию поведения реальных экономических систем оценим, каким образом влияет изменение структуры потребления товаров на значения равновесных характеристик. Расчеты будем проводить по статистическим данным, которые соответствуют одному из периодов функционирования экономики Украины. Используем выражения для граничных оценок равновесных величин и сравним их со значениями, полученными ранее по статистическим данным об экономике Украины в приближении модели экономики с постоянными интересами потребителей [6]. В этом приближении элементы матрицы спроса $C = \|c_{kj}\|_{k=1, j=1}^{n, l}$ заданы и не имеют какой-либо функциональной зависимости. Если считать, что для выбранного состояния равновесия, в котором находится экономическая система, вектор объемов выпуска товаров принимает значение x^* и справедливо равенство $c_{kj} = c_{kj}(x^*)$, то именно граничные оценки дадут информацию о том, как повлияют колебания выбора потребительских предпочтений c_{kj} в диапазоне от c_{kj}^1 до c_{kj}^0 на изменение состояния равновесия. В то же время результаты расчетов без учета возможных изменений в потребительских предпочтениях будут отражать использование модели экономики с постоянными интересами потребителей.

Информация об экономике Украины доступна в виде данных системы национальных счетов, известных также как таблица затраты–выпуск. Считаем, что экономическая система образована $l = n+1$ отраслями, n из которых производят товары или услуги. Статистическими данными задаются матрица финансовых потоков $||X_{ik}||_{i,k=1}^n$, векторы валовых выпусков $\{X_i\}_{i=1}^n$, экспорта $\{\varepsilon_i\}_{i=1}^n$, импорта $\{I_i\}_{i=1}^n$, конечного потребления $\{C_i\}_{i=1}^n$, валового накопления $\{N_i\}_{i=1}^n$, валового внутреннего продукта отраслей $\{\Delta_i\}_{i=1}^n$, а также валовой прибыли, смешанного дохода отраслей $\{K_i\}_{i=1}^n$ и оплаты труда $\{Z_i\}_{i=1}^n$. Эти данные составляют межотраслевой баланс

$$\sum_{k=1}^n X_{ik} + C_i + N_i + \varepsilon_i - I_i = X_i, \ i = \overline{1, n},$$

$$\sum_{i=1}^n X_{ik} + \Delta_k = X_k, \ k = \overline{1, n}.$$

Данные приводятся в финансовом виде, т.е. соответствуют некоторому равновесному вектору цен $\bar{p} = \{\bar{p}_k\}_{k=1}^n$, который описывает исходное состояние экономической системы. Этому вектору цен соответствует определенный вектор степеней удовлетворения нужд потребителей $(Y_1, \ldots, Y_{n+1})$. Вектор цен уместно заменить относительным вектором с компонентами $\tilde{p}_s = \dfrac{p_s}{\bar{p}_s}$, $s = \overline{1, n}$. Введем также относительный вектор $(\tau_1, \ldots, \tau_{n+1})$, $\tau_i = \dfrac{y_i}{Y_i}$, $i = \overline{1, n+1}$. Поскольку предполагается сравнение результатов расчетов, поставим в соответствие другим модельным характеристикам статистические данные таким же способом, как и в случае приближения модели экономики с постоянными интересами потребителей [6]:

$$a_{kj} + \frac{b_{kj}}{x_j} = \frac{\bar{p}_j}{\bar{p}_k} \bar{a}_{kj} = \frac{\bar{p}_j}{\bar{p}_k} \frac{X_{kj}}{X_j}, \ X_j = x_j \bar{p}_j, \ \varepsilon_j = e_j \bar{p}_j, \ I_j = e_j \bar{p}_j, \ k, j = \overline{1, n},$$

$$\bar{p}_j c_{jk} = \frac{\pi_k \Delta_k (C_j + N_j)}{Y_k \sum_{s=1}^n (\Delta_s - \varepsilon_s + I_s)}, \ j, k = \overline{1, n},$$

$$\bar{p}_j c_{jn+1} = \frac{\sum_{k=1}^n [(1 - \pi_k)\Delta_k - \varepsilon_k + I_k]}{Y_{n+1} \sum_{s=1}^n [\Delta_s - \varepsilon_s + I_s]} (C_j + N_j), \ j = \overline{1, n}.$$

Полагаем, что ограничения изменений потребительских предпочтений определяются равенствами

$$c_{kj}^0 = c_{kj} + \frac{1}{\overline{p}_k Y_j}\varepsilon,\ c_{kj}^1 = c_{kj} - \frac{1}{\overline{p}_k Y_j}\varepsilon,\ j = \overline{1, n+1},\ k = \overline{1, n}. \qquad (27)$$

С учетом определения уровней налогообложения по формуле $\pi_k = \dfrac{K_k + Z_k}{\Delta_k}$ и всех связей между статистическими данными и модельными характеристиками для случая фиксированных компонент вектора y из уравнений (7), (9) для расчета значений равновесных характеристик получим уравнения [6]

$$\sum_{k=1}^{n} (E - \overline{A}^T)_{jk}^{-1} \tau_k \left[\frac{Z_k + K_k}{(X_k^1 + \chi \varepsilon_k^X)\pi^0} \overline{\lambda} - \chi\varepsilon \right] = \widetilde{p}_j,\ j = \overline{1, n}, \qquad (28)$$

$$\sum_{i=1}^{n} (E - \overline{A})_{ki}^{-1} [(C_i + N_i)\overline{\delta} + \varepsilon_i - I_i] = X_k^1,\ k = \overline{1, n}, \qquad (29)$$

$$\varepsilon_k^X = \varepsilon \sum_{j=1}^{n+1} \tau_i \sum_{i=1}^{n} (E - \overline{A})_{ki}^{-1},\ k = \overline{1, n}.$$

Здесь, как и в [6], стратегия налогообложения равномерная (уровни налогообложения π^0 соответствуют ставке $1 - \pi^0$), параметр χ принимает одно из значений $\{-1, 0, 1\}$, а величины $\overline{\delta}$, $\overline{\lambda}$ определяются формулами

$$\overline{\delta} = \tau_{n+1} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \pi_i \Delta_i \tau_i}{\sum_{k=1}^{n} \pi_k \Delta_k},\ \overline{\lambda} = \frac{\sum_{s=1}^{n} (C_s + N_s) \widetilde{p}_s}{\sum_{k=1}^{n} (\Delta_k - \varepsilon_k + I_k)}.$$

Если $\chi = -1$, получим верхнее граничное значение для равновесных цен $\widetilde{p}^M = \{\widetilde{p}_i^M\}_{i=1}^n$, а нижнее граничное значение $\widetilde{p}^m = \{\widetilde{p}_i^m\}_{i=1}^n$ имеет место при $\chi = 1$. Граничные значения для валовых выпусков определяет добавка $\{\varepsilon_i^X\}_{i=1}^n$: $X^M = \{X_i^1 + \varepsilon_i^X\}_{i=1}^n$ и $X^m = \{X_i^1 - \varepsilon_i^X\}_{i=1}^n$. Если $\chi = 0$, то уравнение относительно цен должно иметь такой же вид, как и в приближении модели экономики с постоянными интересами потребителей [6] (но поскольку здесь рассматривается случай с фиксированным вектором степеней удовлетворения нужд потребителей, а не фиксированных выпусков, вместо вектора выпусков $\{X_i\}_{i=1}^n$ записан $\{X_i^1\}_{i=1}^n$).

Числовые расчеты будем проводить согласно статистическим данным, которые использовались в [6], чтобы в приближении модели экономики с постоянными интересами потребителей (т.е. когда $\varepsilon = 0$) расчеты максимально совпадали с результатами, полученными в [6]. Этого можно достичь в отношении вектора $(\tau_1, \ldots, \tau_{n+1})$ (который должен считаться заданным в соответствии с выбранной формулировкой задачи) и вектора $\{X_i^1\}_{i=1}^n$. Но вектор цен будет другим ввиду наличия в выражении (28) вектора $\{X_i^1\}_{i=1}^n$, а не $\{X_i\}_{i=1}^n$.

Численное моделирование показало, что при выборе значения параметра $\varepsilon \sum_{i=1}^{n+1} \tau_i = 75$ для значительной части отраслей относительные значения прогнозированных валовых выпусков будут находиться в интервале от $\dfrac{X_i^1-\varepsilon_i^X}{X_i^1}=0.98$ до $\dfrac{X_i^1+\varepsilon_i^X}{X_i^1}=1.02$, но для рыбного хозяйства этот интервал будет шире — от 0.89 до 1.11, для газового обеспечения — от 0.96 до 1.04, таким же будет интервал и для водообеспечения. Интервал значений уровня равномерного налогообложения π^0 будет от 0.86 до 0.89 (вместо $\pi^0=0{,}87$). Что касается относительного вектора цен, то его компоненты при нормировании вектора по сельскохозяйственной отрасли в основном будут принимать значения от $\min\limits_i \tilde{p}_i=0.96$ до $\max\limits_i \tilde{p}_i=1.06$. Однако для некоторых отраслей, таких как добыча углеводородов, будем иметь значение 0,78, для пищевой промышленности 0.86, а для химической промышленности 0.91. Интервалы, связанные с изменением потребительских интересов для большинства отраслей определяются по характеристикам $\dfrac{\tilde{p}_i-\tilde{p}_i^m}{\tilde{p}_i}=0.03$ и $\dfrac{\tilde{p}_i^M-\tilde{p}_i}{\tilde{p}_i}=0.03$. Для рыбного хозяйства этот интервал будет шире — от 0.14 до 0.17. С увеличением параметра $\varepsilon\sum\limits_{i=1}^{n+1}\tau_i$ интервалы значений относительных цен расширятся и для других отраслей. При значении $\varepsilon\sum\limits_{i=1}^{n+1}\tau_i=150$ получим следующие интервалы: для лесного хозяйства — от 0.17 до 0.22, газового обеспечения — от 0.12 до 0.15, теплообеспечения — от 0.07 до 0.08.

На основании численных расчетов можно сделать вывод, что для прогнозирования сценариев развития более предпочтительна модель, допускающая изменение коэффициентов потребления c_{kj}, поскольку она может показать изменение основных характеристик экономической системы под влиянием колебаний выбора потребителей.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате исследования получены характеристики равновесных состояний экономической системы, когда потребительские предпочтения формируются в зависимости от объемов ожидаемой на рынке продукции. Эта функциональная зависимость моделируется матрицей спроса $C(x)=||c_{kj}(x)||_{k=1,\,j=1}^{n,l}$, на элементы которой накладываются достаточно реалистичные требования. Эти требования отражают предположения об ограниченном количестве каждого товара на рынке (и производство новой продукции, и ее запасы всегда ограничены), обязательном потреблении определенных товаров (финансовые ресурсы должны выполнять свою функцию), потреблении собственных товаров (это касается части производителей, которые обычно присутствуют на рынке).

Выявлены факторы, приводящие к дестабилизации экономической системы. Помимо присутствия монополистов таким фактором является наличие большого количества запаса товаров в экономической системе. Рассмотрены условия, при которых состояния равновесия экономической системы будут приемлемы для всех ее субъектов. Предложен алгоритм определения состояний равновесия как для случая, когда стратегии поведения всех производителей основываются на заданных уровнях потребления, так и при разных стратегиях поведения производителей. Различие состоит в том, что монополисты ориентируются на поддержание фиксированных цен своих товаров, а остальные производители пытаются сохранять объемы выпуска своей продукции.

Алгоритм определения состояний равновесия позволяет получить некоторый набор состояний. Налогообложение монополистов — одна из характеристик состояния равновесия. Используя его как элемент управления экономической системой, можно достичь реализации состояния равновесия с более приемлемыми характеристиками для всех субъектов экономической системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Gonchar N.S. Mathematical foundations of information economics. — Kiev: ITP, 2008. — 468 p.
2. Debreu G. Existence of competitive equilibrium // Handbook of Mathematical Economics / Ed. by K.J. Arrow and M.D. Intriligator. — Amsterdam: North-Holland Publishing Company, 1982. — **2.** — P. 698–742.
3. Махорт А.Ф. О влиянии зависимости структуры потребления товаров от цены на равновесие в экономической системе // Кибернетика и системный анализ. — 2015. — № 2. — С. 52–61.
4. Канторович Л.В., Акилов Г.П. Функциональный анализ. — М.: Наука, 1977. — 442 с.
5. Гантмахер Ф.Р. Теория матриц. — М.: Наука, 1966. — 576 с.
6. Махорт А.Ф. Влияние равномерного налогообложения и монопольных явлений на достижение равновесия в экономической системе // Кибернетика и системный анализ. — 2008. — № 4. — С. 152–164.

Надійшла до редакції 14.04.2015

А.П. Махорт

ПРО ВПЛИВ СПОЖИВЧИХ ПЕРЕВАГ НА РІВНОВАГУ У ВІДКРИТІЙ ЕКОНОМІЧНІЙ СИСТЕМІ

Аннотація. Дослідження полягає в описі можливих станів рівноваги відкритої економічної системи за наявності монополістів. Розглядається рівновага вальрасового типу. Кожен з суб'єктів економічної системи є ненасичуваним споживачем. Структура споживання товарів в економічній системі залежить від обсягів випуску товарів. Запропоновано алгоритм розв'язання задачі про економічну рівновагу. Наведені обмеження на модельні характеристики забезпечують існування рівноваги економічної системи. Виявлено можливість перебування економічної системи у стані рівноваги з заданими інтервалами значень вибраних характеристик. Встановлення бажаного стану рівноваги здійснює вибір рівнів оподаткування монополістів.

Ключові слова: економічна рівновага, попит, пропозиція, монополісти, оподаткування, стратегії поведінки.

A.Ph. Makhort

INFLUENCE OF CONSUMPTION PREFERENCES ON EQUILIBRIUM IN AN OPEN ECONOMY

Abstract. The author describes possible equilibrium states of an open economic system under presence of monopolies. The equilibrium is of Walrasian type. Each subject of the economic system is a non-insatiable consumer. The consumption structure in the economy depends on outputs of goods. The author proposes an algorithm to solve the equilibrium problem. The constraints imposed on the model characteristics provide the existence of economic equilibrium. The author reveals the possibility for the economy to be in equilibrium state with given intervals of the values of selected characteristics. The choice of taxation rates of monopolies allows attaining the desired equilibrium state.

Keywords: economical equilibrium, demand, supply, monopolies, taxation, behaviour strategies.

Махорт Андрей Филиппович,
кандидат физ.-мат. наук, старший научный сотрудник Института теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова НАН Украины, Киев, e-mail: map@bitp.kiev.ua.