

УДК 536.24

А. В. Крамской, канд. техн. наук
И. Н. Кудрявцев, канд. физ.-мат. наук
И. А. Самохвал

Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина
 (г. Харьков, e-mail: kudryavtsev@univer.kharkov.ua)

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИДРОГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ВИХРЕВОЙ ТРУБКЕ

Для описания гидрогазодинамических процессов в вихревой трубке Ранке–Хилша предложена математическая модель, учитывающая основные особенности ламинарных и вихревых течений вязкой жидкости или газа. Математическая модель может быть использована для компьютерного моделирования методом конечных объемов основных термодинамических и гидрогазодинамических параметров вихревой трубки Ранке–Хилша.

Для опису гідрогазодинамічних процесів у вихровій трубці Ранке–Хілша запропоновано математичну модель, що враховує основні особливості ламінарних і вихрових течій в'язкої рідини чи газу. Математична модель може бути використана для комп'ютерного моделювання методом скінченних об'ємів основних термодинамічних та гідрогазодинамічних параметрів вихрової трубки Ранке–Хілша.

Введение

Как известно, системные теоретические исследования в области газогидродинамических процессов являются актуальным направлением для разработки и конструирования эффективных теплообменных и теплоразделительных аппаратов в области альтернативной энергетики.

Одним из устройств, которое может использоваться для температурного и структурного разделения гидрогазодинамических потоков, является вихревая трубка Ранке-Хилша (рис. 1) [1–3]. Основные преимущества вихревых трубок заключаются в отсутствии движущихся деталей и относительной простоте конструкции. Однако, несмотря на определенные достижения в теоретических и экспериментальных исследованиях данного устройства (см., напр., [4–11]), единой теории до сих пор не построено и адекватное теоретическое описание особенностей его работы требует дальнейших усилий.

Основная проблема (и, соответственно, основной недостаток) при проектировании вихревых трубок заключается в сложности детального и прогнозированного описания процессов вихреобразования и разделения потоков на холодный и горячий, а также в существенной зависимости теоретических расчетов от применяемых моделей турбулентности.

Математическая модель

Вихревая трубка представляет собой устройство, в которое подается закрученный поток сжатого газа или жидкости. Для обеспечения закрутки потока подвод рабочего тела выполнен в форме улитки (см. рис. 1). Образовавшийся вихревой поток движется к выходным отверстиям, при этом приосевые слои рабочего тела охлаждаются и вытекают через выходное отверстие диаметром D_x , а периферийные нагретые вихревые слои – через дросселирующие отверстия. При этом расход рабочего тела регулируется дросселем, а тепловой эффект оценивается по разностям полных температур на входе и выходах вихревой трубки.

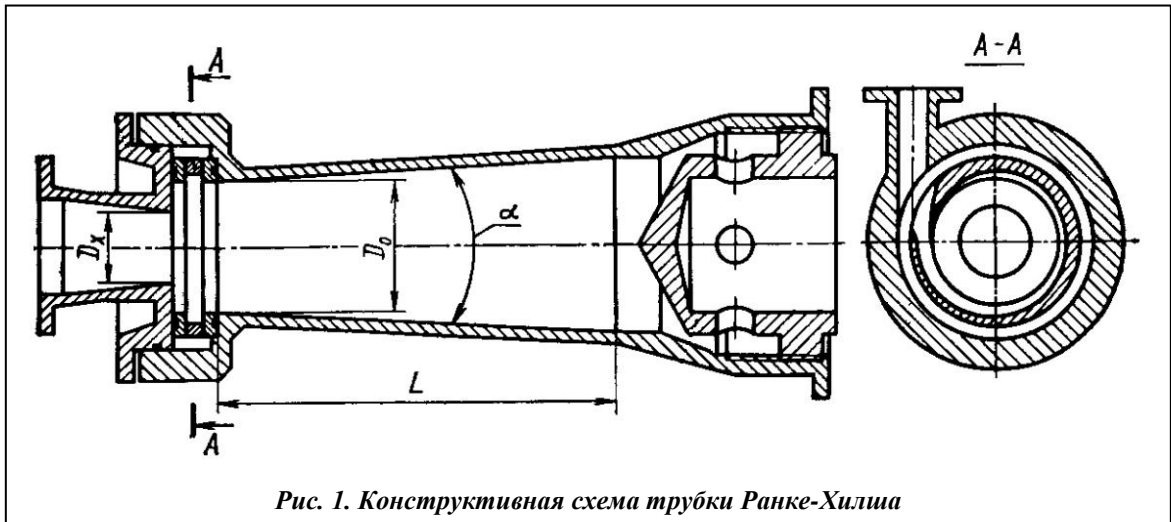


Рис. 1. Конструктивная схема трубки Ранке-Хилша

Отметим, что в работе [8] приводятся результаты расчётов, выполненные с применением модели турбулентности, однако не приводятся данные о типе выбранной $k-\omega$ модели, параметрах турбулентности на входе и константах модели. Кроме того, приведенные расчеты не содержат информацию о вихревой структуре потока внутри трубки.

В работе [10] выполнены расчеты для плоской (двухмерной) задачи и для моделей турбулентности $k-\varepsilon$, а также модели реинольдсовых напряжений. При этом необходимо отметить, что нагретый периферийный слой имеет существенно трёхмерную структуру и допущение о снижении размерности задачи является необоснованным. Для описания вихревой структуры вблизи стенки отсутствуют данные о параметрах сетки, позволяющие в полной мере рассчитать вихревую структуру как на периферии, так и в ядре потока.

В настоящей работе предложена математическая модель гидрогазодинамических процессов в вихревой трубке Ранке–Хилша [12], основанная на нестационарных пространственных уравнениях Навье–Стокса, осреднённых по Рейнольдсу с $k-\omega$ моделью турбулентности [13]

$$\frac{\partial Q}{\partial t} + \frac{\partial(A\xi_x + B\xi_y + C\xi_z)}{\partial \xi} + \frac{\partial(A\eta_x + B\eta_y + C\eta_z)}{\partial \eta} + \frac{\partial(A\zeta_x + B\zeta_y + C\zeta_z)}{\partial \zeta} = 0, \quad (1)$$

где $Q = \begin{bmatrix} \rho \\ \rho u \\ \rho v \\ \rho w \\ \rho E \end{bmatrix}$ – вектор консервативных переменных; A, B, C – обобщённые вектора, определяющие потоки массы, импульса и энергии, которые определяются следующим образом:

$$A = \begin{bmatrix} \rho u \\ \rho u^2 + p - \tau_{xx} \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho uw - \tau_{xz} \\ (\rho E + p)u - u\tau_{xx} - v\tau_{xy} - w\tau_{xz} + q_x \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} \rho v \\ \rho uv - \tau_{xy} \\ \rho v^2 + p - \tau_{yy} \\ \rho vw - \tau_{yz} \\ (\rho E + p)v - u\tau_{xy} - v\tau_{yy} - w\tau_{yz} + q_y \end{bmatrix}, \quad C = \begin{bmatrix} \rho w \\ \rho uw - \tau_{xz} \\ \rho vw - \tau_{yz} \\ \rho w^2 + p - \tau_{zz} \\ (\rho E + p)w - u\tau_{xz} - v\tau_{yz} - w\tau_{zz} + q_z \end{bmatrix}.$$

Здесь $\tau_{ij} = \tau_{mij} + \tau_{Tij}$; $\tau_{mij} = 2\mu_m(S_{ij} - S_{nn}\delta_{ij}/3)$; $\tau_{Tij} = 2\mu_t(S_{ij} - S_{nn}\delta_{ij}/3) - 2\rho k\delta_{ij}/3$; $\tau_{mij}, \tau_{Tij}, \tau_{ij}$ – тензоры ламинарных, турбулентных и эффективных вязких напряжений; μ_m и μ_t – коэффициенты молекулярной и турбулентной вязкости соответственно; $q_x = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$; $q_y = -\lambda \frac{\partial T}{\partial y}$;

$q_z = -\lambda \frac{\partial T}{\partial z}$ – тепловые потоки в соответствующих направлениях; λ – коэффициент теплопроводности. Система уравнений (1) замыкается уравнением состояния.

Для описания вихревых эффектов турбулентности в трубке Ранке–Хилша применим k – ω модель турбулентности в формулировке Ментера [14, 15]

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial R_i}{\partial x_i} = G - D + L,$$

$$U = \begin{bmatrix} \rho k \\ \rho \omega \end{bmatrix}, \quad R_i = \begin{bmatrix} \rho k - (\mu + \sigma_k \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_i} \\ \rho \omega - (\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \end{bmatrix}, \quad G = \begin{bmatrix} \tau_{ij} S_{ij} \\ \gamma \frac{\omega}{k} \tau_{ij} S_{ij} \end{bmatrix},$$

$$D = \begin{bmatrix} \beta^* \rho \omega k \\ \beta \rho \omega^2 \end{bmatrix}, \quad L = \begin{bmatrix} 0 \\ 2(1 - F_1) \frac{\rho \sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \end{bmatrix},$$

где k – кинетическая энергия турбулентности; $\omega = \frac{\varepsilon}{k\beta^*}$ – удельная скорость диссипации частоты турбулентных пульсаций; $\mu_t = C_\mu \frac{\rho k / \omega}{\max[1; \Omega F_2 / (a_1 \omega)]}$; $C_\mu = 1$ – константа модели турбулентности.

Функции смешивания F_1 и F_2 имеют следующий вид:

$$F_1 = \tanh[\min(A_1; A_2)]^4, \quad A_1 = \max(B_1; B_2), \quad A_2 = \frac{4\rho\sigma_{\omega 2}k}{CD_{k\omega}y^2}, \quad CD_{k\omega} = \max\left(2 \frac{\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}; 10^{-20}\right),$$

$$F_2 = \tanh[\max(2B_1; B_2)]^2, \quad B_1 = \frac{\sqrt{k}}{\beta^* \omega y}, \quad B_2 = \frac{500\mu}{\rho y^2 \omega}.$$

Коэффициент эффективной вязкости определим как сумму коэффициентов молекулярной и турбулентной вязкости $\mu = \mu_m + \mu_t$.

Отметим, что модель турбулентности k – ω в формулировке Ментера аналогична по сути k – ω модели, предложенной Вилкоксом. Основное отличие составляют дополнительные источниковые члены [13, 16]

$$L = \begin{bmatrix} 0 \\ 2(1 - F_1) \frac{\rho\sigma_{\omega 2}}{\omega} \frac{\partial k}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i} \end{bmatrix}$$

и несколько иное определение коэффициентов модели при источниковых членах $\gamma = F_1\gamma_1 + (1 - F_1)\gamma_2$, аналогичных постоянному коэффициенту α в модели Вилкокса [14],

$$\beta = F_1\beta_1 + (1 - F_1)\beta_2,$$

а также при диффузионных членах

$$\sigma_k = F_1\sigma_{k1} + (1 - F_1)\sigma_{k2},$$

$$\sigma_\omega = F_1\sigma_{\omega1} + (1 - F_1)\sigma_{\omega2}$$

и турбулентной вязкости μ_t .

При этом в SST-модели в ядре применяется k - ε модель, а возле стенки – k - ω модель.

Вектор констант $\varphi = [\sigma_k; \sigma_\omega; \beta; \gamma]$ в SST-модели может быть записан в следующем виде: $\varphi = F_1\varphi_1 + (1 - F_1)\varphi_2$, где φ_1 – вектор в k - ω модели и φ_2 – вектор в k - ε модели, записанный в k - ω формулировке. Константы модели определяются следующим образом: $a_1 = 0,31$ (константа Брэдшоу); $\sigma_{k1} = 0,85$; $\sigma_{k2} = 1,0$; $\sigma_{\omega1} = 0,5$ (или 2,0); $\sigma_{\omega2} = 0,856$ (или 1,168); $\beta^* = 0,09$; $\beta_1 = 0,075$; $\beta_2 = 0,0828$; $\gamma_1 = 0,553$; $\gamma_2 = 0,44$ [12, 13, 16].

Турбулентное число Прандтля, характеризующее теплообмен в турбулентном потоке, которое определяется по формуле

$$Pr_T = \frac{c_p \cdot \mu \lambda_T}{\lambda_T},$$

принимаем равным 0,9 (см., напр., [16]).

В качестве уравнения состояния авторами предлагается использовать модифицированное уравнение Пенга–Робинсона, которое достаточно корректно описывает свойства реальных газов и жидкостей.

Выводы

Предложена математическая модель, в которой применяются осреднённые по Рейнольдсу уравнения Навье–Стокса, описывающие как ламинарные, так и турбулентные потоки вязкой жидкости или газа в различных направлениях. Для описания вихревых эффектов турбулентности в трубке Ранке–Хилша использована k - ω модель турбулентности в формулировке Ментера. При этом коэффициент эффективной вязкости определяется как сумма коэффициентов молекулярной и турбулентной вязкости. Предложенная математическая модель позволяет учитывать основные особенности ламинарных и вихревых течений вязкой жидкости или газа и может быть использована для компьютерного моделирования методом конечных объемов основных термодинамических и гидрогазодинамических параметров вихревой трубки Ранке–Хилша.

Литература

1. *Ranque G. J.* Expériences sur la Détente Giratoire avec Productions Simultanées d'un Echappement d'air Chaud et d'un Echappement d'air Froid / *G. J. Ranque* // J. de Physique et de Radium. – 1933. – Vol. 7, № 4. – P. 112–115.
2. Patent № 1.952.281 US. Method and Apparatus for Obtaining from Fluid under Pressure Two Currents of Fluids at Different Temperatures / *G. J. Ranque*. – March, 1934.
3. *Hilsch R.* The Use of the Expansion of Gases in a Centrifugal Field as Cooling Process / *R. Hilsch* // Rev. Sci. Instrum. – 1947. – Vol. 18(2). – P. 108–113.
4. *Меркулов А. П.* Вихревой эффект и его применение в технике / *А. П. Меркулов*. – М.: Машиностроение, 1969. – 183 с.
5. *Вихревые аппараты* / *А. Д. Сулов, С. В. Иванов, А. В. Мурашки, Ю. В. Чижиков*. – М.: Машиностроение, 1985. – 256 с.
6. *Гуцол А. Ф.* Эффект Ранка / *А. Ф. Гуцол* // Усп. физ. наук. – 1997. – Т. 167. – С. 665–687.
7. *Тарунин Е. Л.* Вычислительные эксперименты для вихревой трубки Ранка–Хилша / *Е. Л. Тарунин, О. Н. Аликина* // Тр. междунар. конф. RDAMM–2001. – 2001. – Т. 6(2). – С. 363–371.
8. *Bezprozvannykh V.* The Ranque-Hilsch Effect: CFD Modeling / *V. Bezprozvannykh, H. Mottl* // DYCOR Technologies, 17944 – 106A Avenue, Edmonton, AB, Canada T5S1V31.

9. *Chengming Gao*. Experimental study on the Ranque-Hilsch vortex tube / Gao Chengming. – Eindhoven: Technische Universiteit Eindhoven, 2005. – 150 p.
10. *Eiamsa-ard S*. Numerical investigation of the thermal separation in a Ranque-Hilsch vortex tube / S. Eiamsa-ard, P. Promvong // Intern. J. Heat and Mass Transfer. – 2007. – Vol. 50. – P. 821–832.
11. *Бабенко В. В.* Макет вихревых структур течения в вихревой камере / В. В. Бабенко, В. Н. Турик // Прикл. гидромеханика. – 2008. – Т. 10, № 3. – С. 3–19.
12. *Крамской А. В.* Численный метод расчета гидрогазодинамических процессов в вихревой трубке / А. В. Крамской, И. Н. Кудрявцев, И. А. Самохвал // Физико-технические проблемы энергетики и пути их решения 2011: Тез. докл. науч.-техн. конф. – Харьков: Харьков. нац. ун-т им. В. Н. Каразина, 15–16 нояб. 2011. – С. 25.
13. *Chung T. G.* Computational fluid dynamics / T. G. Chung. – New York: Cambridge University Press, 2002. – 1012 p.
14. *Wilcox D. C.* Turbulence modeling for CFD / D. C. Wilcox. – La Canada: DCW Industries, 1994. – 460 p.
15. *Bardina J. E.* Turbulence modeling validation, testing, and development / J. E. Bardina, P. G. Huang, T. J. Coakley // NASA TM 110446. – 1997. – 98 p.
16. *Крамской А. В.* Компьютерное моделирование газодинамических процессов методом конечных объемов : Конспект лекций / А. В. Крамской, И. Н. Кудрявцев, А. И. Пятак. – Харьков: Харьк. нац. автотранспорт. ун-т, 2005. – 36 с.

Поступила в редакцию
10.10.11

УДК 614.8

Ю. П. Ключка*

В. И. Кривцова*, д-р техн. наук

А. И. Ивановский** , канд техн. наук

* Национальный университет гражданской защиты Украины
(г. Харьков, e-mail: worlon@list.ru; e-mail: apbu@rambler.ru)

** Институт проблем машиностроения им. А. Н. Подгорного НАН Украины
(г. Харьков, e-mail: apbu@rambler.ru)

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПОЖАРОВЗРЫВООПАСНОСТИ МЕТАЛЛОГИДРИДНОЙ СИСТЕМЫ ХРАНЕНИЯ ВОДОРОДА

Экспериментальным путем получены зависимости изменения давления водорода в патроне с гидридом от времени при его нагревании. Показано, что экспериментальные данные соответствуют теоретическим значениям с отклонением $\approx 5\%$.

Експериментальним шляхом отримані залежності тиску водню в патроні з гідридом від часу у разі його нагрівання. Показано, що експериментальні дані відповідають теоретичним значенням з відхиленням $\approx 5\%$.

Постановка проблемы

Одним из способов хранения водорода в автомобиле является хранение в связанном состоянии, в частности, с помощью гидридов интерметаллидов [1]. Наиболее перспективным и изученным является интерметаллид LaNi_5 [2]. Одной из проблем использования этих систем является их пожаровзрывоопасность, обусловленная свойствами водорода и самой системой хранения.

В связи с этим определение изменения характеристик металлгидридного патрона с водородом и времени до его разрушения под воздействием внешнего источника тепла является актуальной задачей.