

**МЕТОДИКА РАСЧЕТНОГО ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИДРАВЛИЧЕСКОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ГАЗОДИСПЕРСНОГО ПОТОКА**

*Институт технической механики  
Национальной академии наук Украины и Государственного космического агентства Украины,  
ул. Лешко-Попеля, 15, 49005, Днепр, Украина; e-mail: knyshenko@ukr.net*

Мета роботи – визначення гідравлічного опору газодисперсного потоку в горизонтальному каналі з мінімальним використанням емпіричних даних. На основі допущення про баланс енергії газодисперсного потоку у вигляді двох складових: енергії несучого газу та енергії частинок, отримано співвідношення для визначення гідравлічного опору в формі Гастерштадта. Для пошуку величин аеродинамічного опору частинок та їх відносної швидкості, що входять до даного співвідношення, використовуються результати числового розв'язання задачі про рух частинок в горизонтальному каналі у лагранжових змінних з урахуванням взаємодії частинок зі стінками каналу та між собою. Вплив частинок на параметри несучого газу не враховується. Верифікація запропонованої методики на емпіричних залежностях різних авторів показала задовільний збіг розрахункових та експериментальних результатів. Дана методика може бути використана при розробці та проектуванні технічних систем з газодисперсними потоками.

Цель работы – определение гидравлического сопротивления газодисперсного потока в горизонтальном канале при минимальном использовании эмпирических данных. На основе допущения о балансе энергии газодисперсного потока в виде двух слагаемых: энергии несущего газа и энергии частиц, получено соотношение для определения гидравлического сопротивления в форме Гастерштадта. Для нахождения величин аэродинамического сопротивления частиц и их относительной скорости, входящих в данное соотношение, используются результаты численного решения задачи о движении частиц в горизонтальном канале в лагранжовых переменных с учетом взаимодействия частиц со стенками канала и между собой. Влияние частиц на параметры несущего газа не учитывается. Верификация предложенной методики на эмпирических зависимостях различных авторов показала удовлетворительную сходимость расчетных и экспериментальных результатов. Данная методика может быть использована при разработке и проектировании технических систем с газодисперсными потоками.

The aim of this work is to determine the hydraulic resistance of a gas-dispersed flow in a horizontal channel with a minimum of empirical data. Assuming the gas-dispersed flow energy balance as a sum of two terms: the carrier gas energy and the particle energy, a relation for hydraulic resistance determination in Gasterstadt's form is obtained. To find the particle drag and relative velocity appearing in this relation, use is made of the results of a numerical solution of the problem of the motion of particles in a horizontal channel in Lagrangian variables with account for the interaction of the particles with the channel walls and with one another. The effect of the particles on the carrier gas parameters is neglected. A verification of the proposed technique using various empirical relationships reported in the literature has shown that the calculated and the experimental results are in satisfactory agreement. The proposed technique may be used in the development and design of engineering systems with gas-dispersed flows.

**Ключевые слова:** газодисперсный поток, гидравлическое сопротивление, частица, столкновение, стенка канала, численный расчет, верификация.

**Введение.** Газодисперсные системы находят широкое применение в различных отраслях техники. Примерами таких систем являются установки для подачи угольной пыли в топку энергетических установок, фурменные устройства для ввода угольной пыли в горновое пространство доменных печей, системы аспирации и пневмотранспорта сыпучих и гранулированных материалов в химических производствах, на предприятиях по переработке сельхозпродукции.

Работоспособность таких систем определяется множеством параметров, которые характеризуют дисперсную фазу (размеры частиц, их гранулометрический состав, материал частиц, их упругие свойства), несущий газ (средняя скорость, плотность, температура, профили скоростей и температур), параметры канала (форма поперечного сечения, угол наклона к горизонту, материал стенок, определяющий характер взаимодействия с частицами).

Существующие методы расчета двухфазных дисперсных турбулентных течений развиваются в двух направлениях:

- численное моделирование газодисперсных потоков с использованием континуальных либо дискретно-континуальных моделей;
- упрощенные инженерные методы расчета.

Первое направление сопряжено с необходимостью больших временных затрат при компьютерной реализации соответствующих расчетных программ. Поэтому методы численного моделирования используются в основном для проведения контрольных расчетов, подтверждающих результаты, полученные с помощью упрощенных инженерных методов или экспериментальным путем.

Главной задачей второго направления является определение основных интегральных параметров проектируемых газодисперсных систем, в числе которых гидравлическое сопротивление, критическая скорость, скорость скольжения частиц относительно несущего газового потока и ряд других параметров. Это направление расчета газодисперсных систем базируется на использовании результатов экспериментальных исследований либо на модельных установках, либо в условиях промышленно создаваемых систем.

Гидравлическое сопротивление является важнейшей характеристикой двухфазных потоков, определяющей энергетическую эффективность систем различного технического назначения.

При обработке экспериментальных данных гидравлическое сопротивление газодисперсного потока, как правило, представляется в соответствии с работой [1] в виде

$$\Delta p = \Delta p_0 (1 + K\mu), \quad (1)$$

где  $\Delta p$ ,  $\Delta p_0$  – гидравлическое сопротивление двухфазного потока и несущего газа соответственно;  $\mu = G_\delta / G$  – расходная концентрация дисперсной фазы;  $G$ ,  $G_\delta$  – массовый расход несущего газа и дисперсной фазы;  $K$  – коэффициент Гастерштадта, зависящий от всех определяющих параметров.

В настоящее время накоплен большой объем данных по коэффициенту  $K$  для конкретных условий проведения экспериментов. В таблице 1 приведены наиболее широко применяемые зависимости для определения коэффициента  $K$ , полученные по результатам экспериментов, с указанием диапазонов безразмерных параметров, в которых они справедливы. В таблице и далее в тексте приняты следующие обозначения:  $D$ ,  $d$  – диаметр трубы и эквивалентный диаметр частицы;  $\rho$ ,  $\rho_\delta$  – плотность несущего газа и материала частиц;  $Re_D = \rho U D / \eta$  и  $Re_d = \rho |u_{\text{н\grave{e}}}| d / \eta$  – числа Рейнольдса течения в канале и обтекания частицы;  $Re_a = \rho V_a d / \eta$  – число Рейнольдса по скорости витания частицы;  $\eta$  – динамическая вязкость несущего газа;  $U$ ,  $V_a$  – средняя скорость несущего газа и скорость витания частиц;  $\varepsilon = u_\delta / U$  – относительная скорость частиц;  $U_{\varepsilon\delta}$  – критическая скорость;  $U_\delta$ ,  $u_{\text{н\grave{e}}} = U - U_\delta$  – скорость частицы и скорость ее скольжения;  $Fr = U^2 / (gD)$  – число Фруда;  $g$  – ускорение свободного падения;  $c_d$  – коэффициент аэродинамического сопротивления частицы;  $\lambda$  – коэффициент гидравлического сопротивления несущего газа в канале (трубе).

Таблица 1

Автор, год, источник	Формула определения гидравлического сопротивления	Диапазон изменения безразмерных параметров						Характеристика фаз
		$Re_D \cdot 10^{-4}$	$\mu$	$d/D \cdot 10^2$	$\rho_1/\rho$	$Fr$	$Re_n$	
Зеглер, 1954, [2]	$K = \frac{3D\rho c_d (1-\varepsilon)^3}{2d\rho_1\lambda \varepsilon}$	5,7 – 88,6	0,1 – 10,5	0,7 – 6,5	1015	–	–	Воздух – пшеница, ячмень
Лобаев, 1959, [3]	$K = 1,25D \frac{\alpha}{1-\alpha}; \alpha = V_n/U$	2,3 – 88,6	0,1 – 29,5	0,7 – 6,5	1015	–	–	Воздух – пшеница
Дзядзио, Кеммер, 1967, [4]	$K = \begin{cases} 1,9 \cdot 10^{-2} Re_n^{0,32} Re_D^{-0,65} (D/d)^{-1,29}, \\ 4,6 \cdot 10^{-4} Re_n^{0,78} Re_D^{-0,32} (D/d)^{-1,37} \end{cases}$	–	1 – 6	0,83 – 20,0	1015	87 – 1670	700 – 6530	Воздух – просо, пшеница, соя
Горбис, 1970, [5]	$K = A'(d/D)^{0,1} Re_D^{0,65} Fr^{0,5} (\rho_1/\rho);$ $A' = A/0,3164 \quad A = (1,0 - 2,2) \cdot 10^{-6}$	11 – 320	1 – 15	0,9 – 8,7	573 – 1150	178 – 1300	–	Воздух – зола, шлак
Смолдырев, 1975, [6]	$K = c_0 a g D / U^2; a \approx \rho_1/\rho;$ $c_0 = 0,075 - 0,1; U < 1,5 U_{кр}$	0,13 – 0,9	5 – 100	$1,7 \cdot 10^{-3} - 3,3$	1000 – 5000	50 – 5500	–	Воздух – уголь, руда
Михае-лдинс, 1988, [7]	$K = \psi_{зкс} \frac{\sqrt{Dg}}{\lambda U}; \psi_{зкс} = 0,076 - 0,194$	–	–	–	–	–	–	Воздух – уголь, стекло, полиэтилен, песок, семена рапса, пшеница и др.
Шишкин, 2015, [8]	$K = \frac{3D\rho c_d (1-\varepsilon)^2}{2d\rho_1\lambda \varepsilon}$	–	–	–	–	–	–	–

Ключевым при анализе опытных данных является вопрос о том, что коэффициент Гастерштадта, даже для экспериментов с одним и тем же материалом (например, с пшеницей), отличается почти в 20 раз (от 0,17 до 3,3). Причиной этого по [3] является неучет того факта, что скорость частиц меньше скорости несущего газа. За меру скорости скольжения в работе [3] принята скорость витания частиц.

Представляют интерес зависимости для коэффициентов Гастерштадта, приведенные в работах Зеглера [2] и Шишкина [8], в которых единственной эмпирической константой (не считая коэффициентов  $c_d$  и  $\lambda$ ) является относительная скорость частиц  $\varepsilon$ . Обоснования способа получения этих формул не приводится. Причем для одинаковых значений  $\varepsilon$  различие по приведенным формулам составляет от 100 % (для  $\varepsilon = 0,5$ ) до 500 % (для  $\varepsilon = 0,8$ ). При  $\varepsilon \rightarrow 0$ , что характерно для разгона частиц после ввода их в поток газа, коэффициенты Гастерштадта неограниченно возрастают.

Определение относительных скоростей  $\varepsilon$  либо скоростей скольжения  $u_{\text{н\acute{e}}} = U(1 - \varepsilon)$ , необходимых для нахождения коэффициентов  $c_d$ , как правило, основывается на эмпирических соотношениях [8], справедливых для узких классов газодисперсных потоков.

Результаты анализа и систематизации технических систем с газодисперсными потоками в каналах (трубах) и методов расчета их на основе существующих эмпирических зависимостей ставят задачу о необходимости разработки расчетной методики, опирающейся на минимальное количество эмпирических переменных, которая позволяет более оперативно анализировать проектные параметры систем с газодисперсными потоками.

С этой целью в настоящей работе предлагается расчетная зависимость для определения гидравлического сопротивления газодисперсного потока в горизонтальном канале, полученная на основе балансовых соотношений с использованием результатов численного решения уравнений движения одиночных частиц с учетом их возможного отражения от стенок канала и столкновений с другими частицами, что позволяет сократить использование эмпирических данных.

**Расчетное определение коэффициента Гастерштадта.** Рассматриваются газодисперсные потоки в горизонтальных каналах с инерционными монодисперсными частицами в турбулентном потоке несущего газа.

Для нахождения гидравлических потерь  $\Delta p$  полагается справедливым подход в форме Гастерштадта в соответствии с соотношением (1).

Соотношение для коэффициента Гастерштадта без привлечения экспериментальных данных может быть получено, если воспользоваться условием сохранения энергии газодисперсного потока в виде двух составляющих: газовой и дисперсной

$$N_{\text{а\grave{a}}} = N_0 + N_{\text{д}}, \quad (2)$$

где  $N_{\text{а\grave{a}}}$  – мощность газового потока, несущего твердые частицы;  $N_0$  – мощность, затрачиваемая на обеспечение движения чистого газа в условиях двухфазного потока;  $N_{\text{д}}$  – мощность, затрачиваемая на разгон частиц по длине трубопровода с учетом соударения со стенками канала и между собой.

Указанные мощности могут быть определены следующими соотношениями

$$N_{\text{аа}} = \Delta p S U, \quad (3)$$

$$N_0 = \Delta p_0 S (1 - \beta) U, \quad (4)$$

$$N_\delta = 0,5 \tilde{n}_d \rho (U - U_\delta)^2 S_1 L n, \quad (5)$$

где  $S$  – площадь поперечного сечения канала;  $\Delta p$  – гидравлическое сопротивление (суммарное) по длине трубопровода;  $\beta$  – объемная концентрация твердых частиц;  $S_1 = \pi d^2 / 4$  – площадь миделя частицы;  $L$  – длина трубопровода;  $n$  – количество частиц, пересекающих сечение трубопровода в единицу времени.

Исходя из (2), с учетом (3) – (5) получим

$$\Delta p S U = 0,5 \tilde{n}_d \rho (U - U_\delta)^2 S_1 L n + \Delta p_0 S (1 - \beta) U. \quad (6)$$

Потери давления несущего газа определим в форме Дарси

$$\Delta p_0 = 0,5 \lambda \rho U^2 L / D. \quad (7)$$

Учитывая (7), из (6) при  $(1 - \beta) \approx 1$  находим

$$\frac{\Delta p}{\Delta p_0} = 1 + \frac{\tilde{n}_d (1 - U_\delta / U)^2 d^2}{\lambda D^2} \frac{D n}{U}. \quad (8)$$

В свою очередь

$$n = \frac{6 G_\delta}{\pi d^3 \rho_\delta}.$$

Используя соотношение  $G_\delta = S \rho_\delta U_\delta \beta = S \rho U (1 - \beta) \mu$ , имеем

$$n = \mu \frac{6 S \rho U (1 - \beta)}{\pi d^3 \rho_\delta}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8) и полагая  $\beta$  малым, что справедливо для большинства газодисперсных систем, получим выражение для коэффициента Гастерштадта

$$K = \frac{3}{2\lambda} \tilde{n}_d \frac{D \rho}{d \rho_\delta} (1 - \varepsilon)^2. \quad (10)$$

Для определения входящих в (10) относительной скорости частиц  $\varepsilon$  и коэффициента  $C_d$  предлагается использовать уравнения движения одиночной частицы в несущем газовом потоке. При этом полагается, что частицы монодисперсны, имеют сферическую форму и вводятся в установившийся турбулентный газовый поток в плоском горизонтальном канале. Рассматриваются переходные и установившиеся режимы движения частиц от начального состояния (ввод частиц в поток) до установившегося.

Параметры движения частиц определяются с учетом их взаимодействия со стенками канала. Отдельно рассмотрено влияние межчастичных столкновений на изменение относительной скорости частиц  $\varepsilon$ . При этом принима-

ются во внимание следующие силовые факторы, действующие на частицу: сила гравитации  $\vec{F}_g$ , сила аэродинамического сопротивления частицы  $\vec{F}_a$ , сила, которая обусловлена ее вращением (сила Магнуса)  $\vec{F}_M$  и градиентом поля скоростей несущего газа (сила Саффмена)  $\vec{F}_S$ , а также момент аэродинамического сопротивления вращению частицы  $\vec{M}_c$ . Эти силовые факторы определяются по зависимостям [9 – 12]:

$$\vec{F}_a = 0,125\pi c_d \rho d^2 (\vec{U} - \vec{U}_p) |\vec{U} - \vec{U}_p|,$$

$$\vec{F}_l = k_M d^3 \rho \vec{\omega} \times (\vec{U} - \vec{U}_p),$$

$$F_S = k_s (\eta/\rho)^{1/2} d^2 (U_x - U_{px}) (dU/dy)^{1/2}$$

где  $\vec{\omega}$  – вектор угловой скорости частицы;  $k_M = 6,05\pi \text{Re}_\omega^{-0,39}$  при  $\text{Re}_\omega > 40$ ;  $\text{Re}_\omega = \rho |\vec{\omega}| d^2 / \eta$ ,  $k_s = 6,46$ ;  $U_x$ ,  $U_{px}$  – проекции скорости несущего газа и частицы на ось  $X$ , совпадающую с направлением движения осредненного потока газа.

Движение сферической частицы массой  $m_p$  в потоке несущего газа в общем виде описывается следующими уравнениями [9]

$$\begin{cases} m_p \frac{d\vec{U}_p}{dt} = \vec{F}_g + \vec{F}_a + \vec{F}_M + \vec{F}_S, \\ I_p \frac{d\vec{\omega}_p}{dt} = \vec{M}_c, \\ \frac{d\vec{r}_p}{dt} = \vec{U}_p, \end{cases} \quad (11)$$

где  $I_p$  – момент инерции частицы относительно оси, перпендикулярной плоскости вращения частицы;  $\vec{U}_p$  – поступательная скорость центра масс частицы;  $\vec{r}_p$  – координата центра масс частицы;  $\vec{\omega}_p$  – угловая скорость вращения частицы;  $\vec{F}_g = m_p \vec{g}$  – сила гравитации, действующая на частицу;  $\vec{g}$  – вектор ускорения свободного падения.

Для сферической частицы  $m_p = \pi \rho_0 d^3 / 6$ ,  $I_p = \pi \rho_0 d^5 / 60$ . В качестве начальных условий необходимо задание векторов начальных координат, линейных и угловых скоростей:  $\vec{x}_p^0$ ,  $\vec{U}_p^0$ ,  $\vec{\omega}_p^0$ . Решение системы уравнений (11) справедливо для частиц, которые не имеют ударных контактов со стенками канала и между собой.

Уравнения движения частицы (11) в проекциях на оси декартовой системы координат имеют вид:

$$\begin{aligned}
\frac{d\bar{u}_p}{d\tau} &= \frac{3c_d}{4} \varphi(\bar{u} - \bar{u}_p) \left[ (\bar{u} - \bar{u}_p)^2 + \bar{v}_p^2 \right]^{1/2} + \frac{6\tilde{\eta}}{\pi} \varphi \bar{\omega}_p \bar{v}_p + \\
&+ \frac{3k_s}{2\pi} \frac{\varphi \bar{u}_p}{Re_h^{1/2}} (d\bar{u}/d\bar{y})^{1/2}, \\
\frac{d\bar{v}_p}{d\tau} &= -\psi - \frac{3c_d}{4} \varphi \bar{v}_p \left[ (\bar{u} - \bar{u}_p)^2 + \bar{v}_p^2 \right]^{1/2} + \frac{6\tilde{\eta}}{\pi} \varphi \bar{\omega}_p (\bar{u} - \bar{u}_p) + \\
&+ \frac{3k_s}{2\pi} \frac{\varphi (\bar{u} - \bar{u}_p)}{Re_h^{1/2}} (d\bar{u}/d\bar{y})^{1/2}, \\
\frac{d\bar{\omega}_p}{d\tau} &= -\frac{15\tilde{\eta}_\omega}{16\pi} \varphi |\bar{\omega}_p| \bar{\omega}_p, \\
\frac{d\bar{x}_p}{d\tau} &= \bar{u}_p; \quad \frac{d\bar{y}_p}{d\tau} = \bar{v}_p.
\end{aligned} \tag{12}$$

Эти соотношения написаны в безразмерном виде. В качестве масштабов принято: для линейных размеров – высота канала  $h$ ; для продольной и поперечной скоростей  $u_p$  и  $v_p$  – средняя по сечению скорость газа  $U$ ; угловая скорость и время отнесены к  $U/d$  и  $h/U$  соответственно. Кроме того, введены следующие обозначения безразмерных комплексов определяющих параметров

$$\varphi = \frac{\rho h}{\rho_\delta d}, \quad \psi = \frac{gh}{U^2}, \quad Re_h = \frac{\rho Uh}{\eta}.$$

Воздействие на частицу силовых факторов, возмущающих движение частиц в направлениях, не совпадающих с направлением течения осредненного газового потока, приводит к столкновению частиц со стенками канала и между собой, что изменяет траектории движения частиц и определяет изменение интегральных характеристик газодисперсного потока.

Для учета взаимодействия частиц с несущим газовым потоком полагается, что распределение скоростей турбулентного несущего газа  $u(y)$  в плоском канале высотой  $h$  подчиняется закону  $1/7$ , имеющему эмпирическое подтверждение [13].

Рассматривается набор из  $n$  частиц, которые вводятся в несущий газовый поток в начальном сечении канала в точках, равномерно расположенных по высоте канала с интервалом  $\Delta y_\delta$ . При этом поступательные и угловые скорости частиц являются нулевыми. Без учета межчастичных столкновений частицы в каждом из потоков частиц имеют одинаковые траекторные параметры. Аэродинамическое воздействие частиц друг на друга как в одном потоке, так и между другими потоками не учитывается.

Для учета взаимодействия частицы со стенками канала выбрана модель, которая наиболее адекватно отображает процессы ударного контакта частицы со стенкой [10].

Зависимости для определения скоростей частиц при неупругих столкновениях частицы с шероховатыми стенками канала в соответствии с [10 – 12], имеют вид

$$\begin{cases} u_p^* = \frac{5+2 \cdot k_t}{7} \cdot u_p \pm \frac{k_t-1}{7} \cdot d \cdot \omega_p; \\ v_p^* = -k_j \cdot v_p; \\ \omega_p^* = \frac{5 \cdot k_t + 2}{7} \omega_p \mp \frac{10 \cdot (1-k_t)}{7 \cdot d} \cdot u_p, \end{cases} \quad (13)$$

где  $u_p, v_p, \omega_p$  – продольная, поперечная и угловая скорости частицы перед ударом о стенку канала;  $u_p^*, v_p^*, \omega_p^*$  – продольная, поперечная и угловая скорости частицы после удара о стенку канала;  $k_n, k_t$  – коэффициенты восстановления нормальной и тангенциальной составляющих скорости частицы, определяемые экспериментально в зависимости от вида материалов и характеристик поверхности частицы и стенок канала.

Нижний знак в формулах (13) соответствует соударению с нижней стенкой, а верхний – с верхней стенкой канала.

При неупругом ударе шероховатой частицы ( $k_j < 1$  и  $k_t < 1$ ) нормальная и касательная составляющие скорости частицы уменьшаются по абсолютному значению, а нормальная составляющая, кроме того, изменяет направление на противоположное.

Вследствие того, что удар нецентральный, при первом ударе частица начинает вращаться. При последующих ударах изменение угловой скорости происходит скачкообразно. Потерянная после удара поступательная составляющая скорости частицы восстанавливается за счёт энергии несущего газа.

Схематически на рис. 1 представлены изменения угловых и поступательных скоростей частицы при столкновениях ее с нижней и верхней стенками канала.

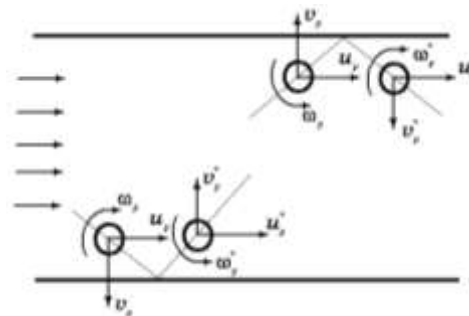


Рис. 1

При движении монодисперсных частиц по траекториям, определяемым их координатами в начальном сечении канала, после отражения частиц от стенок канала возможны их столкновения с набегающими частицами, имеющими другие начальные координаты. Если количество сталкивающихся частиц невелико, то данный фактор может не учитываться при определении гидравлического сопротивления.

Исходя из заданного для рассматриваемой газодисперсной среды количества частиц в единице объема газодисперсной среды и средней скорости



частиц дисперсной фазы во входном сечении вводится понятие среднего времени между пролетами частиц через заданное поперечное сечение потока  $\Delta t_{\text{aa}}$  и среднего расстояния между частицами в плоскости поперечного сечения канала  $\Delta y_{\text{o}}$ .

В том случае, когда частицы в потоке следуют друг за другом с небольшими временными интервалами  $\Delta t_{\text{aa}}$  и интервалами  $\Delta y_{\text{o}}$ , учет столкновения частиц может оказывать существенное влияние на интегральные характеристики потока.

В общем виде расчетные соотношения для определения параметров двух частиц после их столкновения представлены в [11]. В настоящей работе используется соотношения для столкновения абсолютно гладких и упругих частиц.

Способ учета влияния межчастичных столкновений на изменение относительной скорости частиц  $\varepsilon$  и скоростей скольжения  $u_{\text{ск}}$  состоит в следующем. Во входном сечении канала запускаются  $n$  частиц, равномерно расположенных по высоте канала с интервалом  $\Delta y_{\text{T}}$ . Численное решение системы уравнений (12) производится с шагом по времени  $\Delta t = \Delta t_{\text{aa}} / \varphi$ . Параметр  $\varphi > 1$  задается таким образом, чтобы обеспечивалась устойчивость получаемого численного решения, а результат не зависел от величины данного параметра.

В процессе решения находятся продольные  $x_p$  и поперечные координаты  $y_p$ , поступательные и угловые скорости частиц в точках с этими координатами, которые заносятся в таблицу в виде массива с шагом по времени равным  $\Delta t_{\text{bb}}$ . Определяется возможность пересечения траекторий хотя бы одной из пар частиц, схематически представленная на рис. 2. Цифрами 1, 2, 3... показаны сечения возможных столкновений частиц из разных потоков.

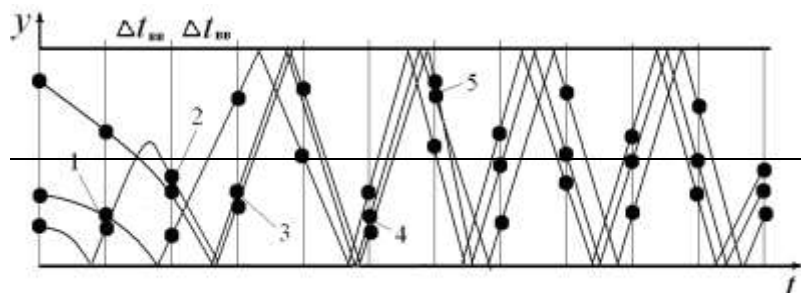


Рис. 2

Соударение частиц полагается состоявшимся, если расстояние между координатами центров тяжести частиц меньше или равно их диаметру, то есть

$$\sqrt{(x_k - x_\phi)^2 + (y_k - y_\phi)^2} \leq d,$$

где  $x_k, y_k, x_\phi, y_\phi$  – координаты центров масс столкнувшихся частиц.

Опираясь на параметры частиц перед столкновением, определяются компоненты скорости (линейной и угловой) этих частиц после их столкновения. Далее расчет продолжается с измененными параметрами этой пары частиц,

снова находится ближайшее время столкновения частиц вниз по потоку до сечения следующего столкновения и определяются параметры этих частиц и их траектории вниз по течению. Процесс определения одной за другой координат пересечения частиц и пересчет их траекторий повторяется. При этом с увеличением времени идет продвижение вдоль канала вплоть до конечного его сечения. Траектории очередной пары столкнувшихся частиц каждый раз определяются с учетом отражения и переотражения этих частиц от стенок канала, и пересчитывается перепад давления  $\Delta p$  в канале с использованием осредненных по всем частицам значений  $c_d$  и  $\varepsilon$ . Для оперативного учета влияния соударений частиц в первом приближении оказывается достаточным учет изменения траекторных параметров частицы, имеющей минимальную продольную скорость (для частицы, вводимой в канал у нижней стенки).

Численное решение системы уравнений (11) методом Рунге–Кутты выполняется последовательно для каждой из частиц, вводимых в поток несущего газа, с учетом соотношений (12) и учетом межчастичных столкновений при следующих начальных условиях:  $\bar{X}_p = 0$ ;  $\bar{Y}_p = \bar{Y}_{pi}$ ;  $\bar{U}_p = \bar{V}_p = \bar{\omega}_p = 0$ . В процессе этих расчетов по найденным значениям  $\varepsilon$ ,  $C_d$  и  $\lambda$ , используя формулу (10), находятся значения коэффициента Гастерштадта как на режимах разгона частиц, так и для условий установившегося движения газодисперсного потока.

**Верификация расчетного определения гидравлического сопротивления.** Для сравнения расчетных и экспериментальных результатов определения коэффициентов Гастерштадта различных авторов в качестве экспериментальных данных использованы полные данные протоколов испытаний, представленные в работе [1].

В качестве примера на рис. 3 приведены расчетные изменения коэффициента Гастерштадта при движении частиц вдоль канала. Результаты получены при средних скоростях несущего газа  $U = 12,8$  м/с (рис. 3, а)) и  $U = 27,3$  м/с (рис. 3, б)). Для определения коэффициента Гастерштадта использовалась формула (2) (кривые 2), формулы Зеглера [2] и Шишкина [8] (кривые 3 и 4). Значения относительных скоростей частиц  $\varepsilon$  получены без учета межчастичных соударений в процессе численного интегрирования уравнений (11). Колебательный характер расчетных кривых связан со скачкообразным движением частиц в горизонтальном канале, обусловленным соударениями со стенками канала. Приведены также результаты, полученные по эмпирическим зависимостям Михаелидиса [7], Горбиса [5], Дзядзио [4], Смолдырева [6] и Лобаева [3] (линии 5 – 9), справедливым для установившихся вдоль канала режимов течения. Экспериментальные значения коэффициента Гастерштадта из [1] нанесены точкой (позиция 1).

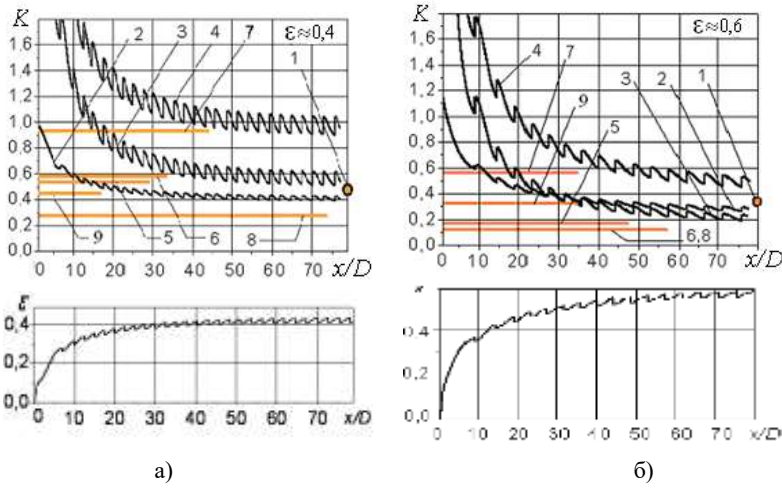


Рис. 3

Результаты расчетов коэффициента Гаустерштадта после выхода параметров газодисперсного потока на установившийся по длине канала режим представлены в таблице 2 и на рис. 4.

Таблица 2

$U$ , м/с	[1]	Ф-ла (10)	[2]	[8]	[3]	[6]	[4]	[7]	[5]
Эксперимент		Расчет на основе численных результатов			Эмпирические зависимости				
1		2	3	4	5	6	7	8	9
12,8	0,52	0,38	0,52	0,89	0,54	0,57	0,93	0,28	0,42
14,1	0,5	0,32	0,35	0,68	0,41	0,47	0,88	0,26	0,40
16,1	0,43	0,31	0,31	0,61	0,31	0,36	0,81	0,23	0,39
18,2	0,34	0,29	0,26	0,55	0,26	0,28	0,74	0,21	0,37
21,4	0,30	0,28	0,25	0,53	0,22	0,20	0,67	0,19	0,35
24,2	0,27	0,27	0,22	0,49	0,20	0,16	0,62	0,17	0,33
27,3	0,27	0,25	0,19	0,44	0,19	0,12	0,57	0,16	0,32

Обозначения кривых на рис. 4 соответствуют номерам колонок таблицы 2. Результаты получены для значений средней скорости несущего газа в канале в диапазоне от 12,8 до 27,3 м/с.

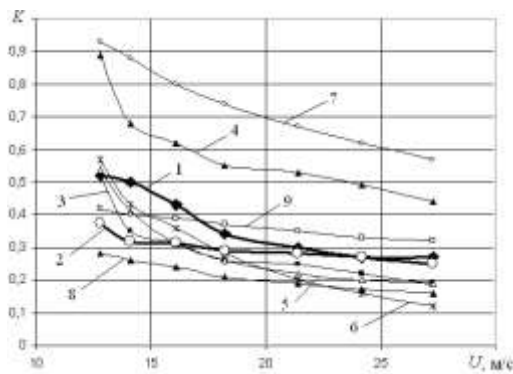


Рис. 4

Анализ результатов расчетов по различным зависимостям применительно к экспериментальным данным показывает, что формулы Шишкина [8] и

Дзядзио [4] дают заведомо завышенные результаты, а зависимость Михаелидиса [7] – заниженные во всем диапазоне средних скоростей несущего газа. Зависимость Лобаева [3], построенная на аппроксимации экспериментальных данных Зеглера [2], также как и зависимость Смолдырева [6] несколько занижают результаты с ростом скорости несущего газа.

Некоторые аспекты влияния межчастичных столкновений на изменение скорости частиц и коэффициента Гастерштадта в процессе выхода газодисперсного потока на установившийся режим для средней скорости несущего газа при  $U=27,3$  м/с показаны на рис. 5. Приведенные результаты получены без учета межчастичных столкновений (кривые 1) и с учетом таких столкновений для абсолютно упругих и гладких частиц при  $k_n = 1$  (кривые 2), и неупругих частиц при  $k_n = 0,8$  (кривые 3).

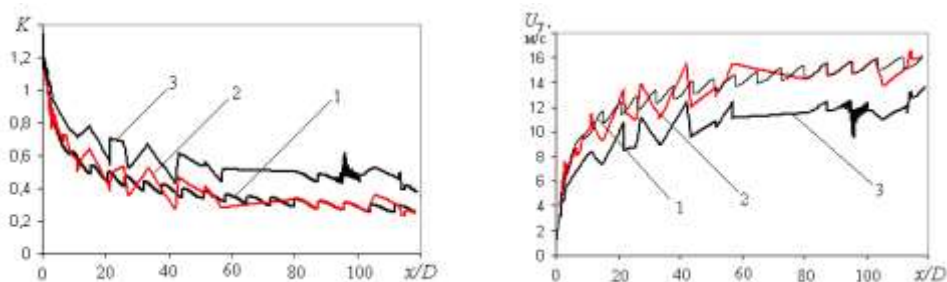


Рис. 5

Из сравнения кривых 1 и 2 видно, что для абсолютно упругих и гладких частиц влияние межчастичных столкновений проявляется только при разгоне частиц. При переходе к установившемуся вдоль канала движению значение коэффициента Гастерштадта асимптотически стремится к величине, полученной без учета межчастичных столкновений. При неупругих столкновениях частиц (кривые 3) скорость частиц снижается, что приводит к росту коэффициента Гастерштадта на установившемся режиме движения газодисперсного потока.

**Выводы.** Получена расчетная зависимость для определения гидравлического сопротивления газодисперсного потока с минимальным использованием эмпирических зависимостей. Предложена методика определения гидравлического сопротивления газодисперсного потока в горизонтальном канале, основанная на использовании результатов численного расчета движения дисперсных частиц и учитывающая взаимодействие частиц с турбулентным потоком несущего газа, со стенками канала и между собой. Верификация предложенной методики на эмпирических зависимостях различных авторов показала удовлетворительную сходимость полученных результатов с экспериментальными данными.

Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и модернизации промышленных установок, в технологических процессах которых используются газодисперсные потоки.

1. *Гастерштадт И.* Пневматический транспорт. Экспериментальное исследование. Ленинград: Изд-во Сев.-зап. обл. промбюро ВСНХ, 1927. 119 с.
2. *Зеглер Г.* Сельское хозяйство за рубежом. М: Сб. переводов, 1954. №3. С. 117–192.
3. *Лобаев Б. Н.* Расчёт воздухопроводов, вентиляционных, компрессорных, пневмотранспортных установок. Киев: Строительство и архитектура УССР, 1959. 197 с.

4. Дзядзио А. М., Кеммер А. С. Пневматический транспорт на зерноперерабатывающих предприятиях. М.: Колос, 1967. 297 с.
5. Горбис З. Р. Теплообмен и гидромеханика дисперсных сквозных потоков. М.: Энергия, 1970. 424 с.
6. Смолдырев А. Е. Гидро- пневмотранспорт. М.: Металлургия, 1975. 383 с.
7. Михаелидис Е. Е. Движение частиц в газовом потоке. Средняя скорость и потери давления. Теоретические основы инженерных расчетов. 1988. № 1. С. 276–288.
8. Шишкин А. С., Шишкин С. Ф. Примеры расчётов газодинамических процессов переработки сыпучих материалов в Excel. Екатеринбург: Уральский федеральный университет, 2015. 410 с. URL: <http://study.urfu.ru/>.
9. Тимошенко В. И., Кнышенко Ю. В., Щербаков В. И. Особенности влияния размера частиц газодисперсного потока на их взаимодействие со стенками канала. Техническая механика. 2016. № 3. С. 24–34.
10. Наумов Ю. А. Динамика частицы в вязкой среде. Математическое моделирование. 2006. Т.18, № 5. С. 27–36.
11. Бабуха Г. Л., Шрайбер А. А. Взаимодействие полидисперсного материала в двухфазных потоках. Киев: Наукова думка, 1972. 175 с.
12. Шрайбер А. А., Милютин В. Н., Яценко В. П. Гидромеханика двухкомпонентных потоков с твёрдым полидисперсным веществом. Киев: Наукова думка, 1980. 252 с.
13. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука. 1969. 742 с.

Получено 11.12.2017,  
в окончательном варианте 12.12.2017