

В. Л. Карлаш

**МОДЫ КОЛЕБАНИЙ ТОНКИХ ПЬЕЗОКЕРАМИЧЕСКИХ
ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ КОЛЕЦ С РАДИАЛЬНОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ**

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ, ул. Нестерова, 3,
03057, Киев, Украина; e-mail: karlashv@ukr.net*

Abstract. An experimental study of piezoceramic cylindrical rings with radial polarization is carried out. It is shown that in-phase resonance has very intensive vibration amplitudes and high coefficient of electromechanical coupling. A distribution of internal mechanical stresses along the height coordinate is like to cosine function, but differs from cosine in the middle part. The edge resonance shows the high level of stresses near ends and is very weak in the middle part. The amplitude-frequency and admittance characteristics are built and discussed.

Key words: piezoceramic cylindrical ring, vibration mode full admittance, stresses.

Введение.

Элементы конструкций из поляризованной пьезокерамики широко применяются во многих современных приборах и устройствах, поэтому их исследование представляет интерес для многих ученых [2 – 6, 15 – 22].

Тонкостенные цилиндрические кольца-оболочки с радиальной поляризацией из пьезокерамики обладают интенсивными электромеханическими резонансами, находящимися на значительном расстоянии по частоте от соседних мод колебаний и представляют значительный интерес для исследователей [1, 2, 8, 9, 10 и др.]. В интервале частот 20 – 200 кГц обычно наблюдается от двух до четырех резонансов в зависимости от состава и геометрических размеров. Соотношение электрических проводимостей собственной статической емкости пьезоэлемента и нагрузочного резистора изменяется во столько раз, во сколько раз верхняя частота диапазона измерений превышает его нижнюю частоту.

Ниже дан анализ результатов теоретического и экспериментального исследования мод колебаний свободно закрепленных тонких пьезокерамических цилиндрических колец с радиальной поляризацией из составов ЦТС-19, ТБК-3 и ЦТБС-3 при изменении отношения высоты к среднему диаметру от 0,39 до 1,5. Показано, в частности, что радиальные колебания на сильной «синфазной» моде сопровождаются продольными деформациями, напоминающими продольные колебания тонкого стержня с толщинной поляризацией. Характер изменения внутренних механических напряжений по высоте отличается от косинусоиды, особенно в средней части. Краевая мода имеет увеличение внутренних механических напряжений на концах и низкий их уровень в средней части.

1. Методика эксперимента.

Для измерения резонансных f_r и антирезонансных f_a частот при колебаниях тонких пьезокерамических колец-цилиндров, а также для определения максимальной Y_m и минимальной Y_n проводимостей автором применена схема Мэзона [3, 4, 11 – 13]. В такой схеме исследуемый пьезоэлемент является связующим звеном между нагрузочным резистором и генератором электрических ультразвуковых колебаний. Частота генератора перестраивается до тех пор, пока падение потенциала U_R на нагрузочном

резисторе R_n достигает максимального или минимального значения. Нагрузочный резистор имел сопротивление 3 Ома для резонанса и 330 Ом для антирезонанса. Различие нагрузочных резисторов вызвано спецификой измерения максимумов и минимумов тока в цепи пьезоэлемента, которые на сильных модах колебаний могут отличаться в тысячу и более раз.

Вблизи от резонансных и антирезонансных частот фазовые сдвиги между током в пьезоэлементе и падением потенциала на нем либо небольшие, либо совсем отсутствуют и для определения полной проводимости можно пользоваться приближенной формулой [4]

$$Y = \frac{U_R}{R_n(U_{R2} - U_R)}. \quad (1)$$

Здесь U_{R2} – падение потенциала на выходе согласующего делителя в схеме Мэзона, т.е. разность потенциалов на входе соединенных последовательно пьезоэлементе и нагрузочном резисторе.

Интенсивность электромеханических колебаний на том или ином резонансе пьезокерамического элемента конструкции характеризуется его максимальной проводимостью Y_m , а также динамическим коэффициентом электромеханической связи (КЭМС), квадрат которого определяется известной формулой Мэзона [2, 3]

$$k_d^2 = \frac{f_a^2 - f_r^2}{f_a^2} \cong \frac{f_n^2 - f_m^2}{f_n^2} \cong \frac{2(f_n - f_m)}{f_n}. \quad (2)$$

Эксперименты проведены с кольцами-цилиндрами из различных составов пьезокерамики. В «коротких» кольцах отношение высоты к среднему диаметру составляло 0,39 – 0,60, в «высоких» – 1,3 – 1,5.

Для верификации мод колебаний применен метод пьезотрансформаторного датчика [3]. Датчики прямоугольной формы отделены острым инструментом от основного электродного покрытия внешней поверхности пьезоэлемента вдоль его высоты. Тонкие гибкие проводники длиной 75 – 90 мм припаяны к внутреннему и наружному электродам.

Междуэлектродные емкости C_0 и диэлектрические потери $\text{tg } \delta$ измерены на частоте 1000 Гц цифровым измерителем емкости Е8-12. Механическая добротность Q_M и обратная ей величина (тангенс механических потерь) s_{11M} определены по амплитудно-частотным характеристикам (АЧХ) коэффициента передачи пьезотрансформаторного датчика [3] или через максимальную проводимость [7]

$$Q_M = \frac{f_0}{f_2 - f_1}; \quad s_{11M} = \frac{1}{Q_M}. \quad (3)$$

Схема Мэзона является единственной экспериментальной системой, позволяющей измерять не только резонансные, но и антирезонансные частоты. Измерить непосредственно падение электрического потенциала на включенном последовательно с нагрузочным резистором пьезоэлементе невозможно. Вольтметров, способных это сделать на частотах в десятки и сотни килогерц, не существует. Приходится вычитать падение потенциала на нагрузочном резисторе из входной разности потенциалов, как это проведено в работах [3, 4] и в приближенной формуле (1).

2. Резонансные частоты, динамические коэффициенты электромеханической связи (КЭМС) и полные проводимости цилиндрических колец из пьезокерамики.

Рассмотрим экспериментальные данные, полученные на шести образцах, отличающихся геометрическими размерами и составами пьезокерамики (табл. 1 – 4). В таблицах приведены частоты f_m максимальной и f_n минимальной проводимостей (кГц), вычисленные по формуле (1) проводимости Y_m и Y_n (мС) и по формуле (2) – квадраты динамических КЭМС k_d^2 . Внешний диаметр, внутренний диаметр и высота,

состав пьезокерамики, собственная статическая емкость (нФ) и тангенс диэлектрических потерь указаны отдельно.

В табл. 1 приведены данные короткого кольца из ЦТБС-3 $28 \times 23 \times 10$ мм (отношение высота / средний диаметр 0,392), $C_0 = 5,9$, $\text{tg } \delta = 0,0039$, а также короткого кольца из ТБК-3 $30 \times 23 \times 15$ мм (отношение высота / средний диаметр 0,566), $C_0 = 4,12$, $\text{tg } \delta = 0,0053$. Оба кольца имеют по два резонанса, значительно удаленные по частоте. Несмотря на вчетверо меньший квадрат динамического КЭМС, полная проводимость второго кольца практически такая же, как и первого, что может быть следствием более высокой механической добротности.

Таблица 1

f_m	40,739	174,000	57,232	171,190
Y_m	57,05	156,8	30,30	159,4
f_n	42,448	190,031	57,844	175,158
Y_n	0,062	0,092	0,083	1,263
k_d^2	0,080	0,168	0,021	0,045

В электродном покрытии внешней стороны второго кольца были выделены 10 пьезотрансформаторных датчиков прямоугольной формы $5 \times 1,5$ мм. Их емкости по отношению к внутреннему электроду составили ряд (пФ): 43,8; 90,5; 84,2; 81,9; 88,9; 88,1; 87,1; 89,2; 92,1 и 82,6. Различие емкостей датчиков, кроме первого, у которого отсутствует часть электродного покрытия, не превышает 10,2 пФ.

Таблица 2

f_m	25,900	27,059	55,789	162,913
Y_m	15,46	3,95	108,5	39,8
f_n	26,426	27,38	60,137	164,94
Y_n	0,918	2,40	0,324	9,82
k_d^2	0,040	0,023	0,145	0,025

В табл. 2 приведены данные кольца из ЦТС-19 с размерами $38 \times 34 \times 30$ мм (отношение высота / средний диаметр 0,833), $C_0 = 22,41$, $\text{tg } \delta = 0,0135$. Кольцо имеет четыре резонанса различной интенсивности. После измерения частот и полных проводимостей в наружном электродном покрытии кольца вдоль его высоты были выделены девять датчиков круглой формы диаметром 3,2 мм каждый. Центры датчиков расположены на расстоянии 1,6; 5; 9; 12,5; 15,5; 18,3; 21,5; 24,3 и 27,2 мм от нижнего основания. Их емкости 80 – 90 пФ.

Таблица 3

f_m	34,969	37,334	56,829	159,839
Y_m	4,31	3,53	31,24	13,0
f_n	35,305	37,765	60,125	161,447
Y_n	1,69	2,21	0,249	8,84
k_d^2	0,019	0,023	0,109	0,02

В табл. 3 приведены данные кольца из ЦТС-19 с размерами $28 \times 22 \times 30$ мм (отношение высота / средний диаметр 1,2), $C_0 = 9,8$, $\text{tg } \delta = 0,017$. Кольцо имеет четыре резонанса различной интенсивности. Вдоль высоты кольца во внешнем электродном покрытии выделены 10 датчиков 5×3 мм. Емкости датчиков относительно внутреннего электрода 131,3; 146,6; 138,9; 138,1; 144,7; 145,5; 141,8; 139,4; 135,5 и 116,8 пФ. Различие емкостей первых девяти датчиков не превышает 13,6 пФ.

В табл. 4 приведены данные «высокого» кольца из ЦТС-19 $18,2 \times 15,8 \times 22,2$ мм (отношение высота / средний диаметр 1,39), $C_0 = 14,7$; $\text{tg } \delta = 0,0115$, а также «высокого» кольца из ТБК-3 $22 \times 18 \times 30$ мм (отношение высота / средний диаметр 1,5),

$C_0 = 9,11$, $\text{tg } \delta = 0,0058$. Оба кольца имеют по три резонанса разной интенсивности. Два слабых резонанса близки по частоте, третий (сильный) удален от них.

Таблица 4

f_m	53,680	56,965	77,868	75,281	76,493	93,579
Y_m	14,31	12,8	161,6	17,05	11,70	109,0
f_n	54,294	57,730	89,907	75,610	76,662	95,194
Y_n	3,69	2,98	0,169	11,65	2,27	0,198
k_a^2	0,023	0,027	0,228	0,0087	0,0044	0,0357

Несмотря на в шесть раз меньший квадрат динамического КЭМС, полная проводимость второго кольца всего в полтора раза меньше, чем первого, вследствие более высокой механической добротности. Вдоль высоты кольца $22 \times 18 \times 30$ мм во внешнем электродном покрытии были выделены 10 датчиков шириной по 4 мм при высоте $3 \pm 0,2$ мм. Емкости датчиков относительно сплошного внутреннего электрода 122,5; 130,4; 144,7; 136,2; 131,5; 131,2; 128,9; 134,8; 124,3 и 114,0 пФ.

Различие емкостей датчиков во всех случаях связано со способом их отделения от основного электродного покрытия при помощи заостренного инструмента и неизбежной при этом некоторой разницы площадей.

Во всех четырех кольцах, в которых были выделены пьезотрансформаторные датчики, измерялись их коэффициенты передачи K_i на резонансных частотах и строили графики распределения динамических напряжений. По кривым зависимости коэффициентов передачи от частоты вблизи резонансных частот определены механические добротности и тангенсы механических потерь по формуле (3).

3. Расчет АЧХ полной проводимости цилиндрических колец из пьезокерамики

В работе [2] приведены выражения для полной проводимости «короткого» и «высокого» пьезокерамических колец с радиальной поляризацией. В «коротком» кольце полная проводимость является отношением двух частотных определителей – антирезонансного $\Delta_a(x)$ и резонансного $\Delta(x)$, умноженным на проводимость статической емкости $j\omega C_0$, т.е.

$$Y_k = j\omega C_0 \left[1 - k_{31}^2 + \frac{k_{31}^2 \omega_r^2}{\omega_r^2 - \omega^2} \right] = j\omega C_0 \frac{\Delta_a(x)}{\Delta(x)}. \quad (4)$$

Здесь k_{31}^2 – квадрат поперечного КЭМС; ω_r , ω – резонансная и текущая частоты;

$$\Delta(x) = \omega_r^2 - \omega^2, \quad \Delta_a(x) = (1 - k_{31}^2)\Delta(x) + k_{31}^2 \omega_r^2. \quad (5)$$

В «высоком» кольце следует учитывать связь поперечного и планарного КЭМС через коэффициент Пуассона ν $k_p^2 = 2k_{31}^2 / (1 - \nu)$, так что имеем

$$Y_k = j\omega C_0 \left[1 - k_p^2 + \frac{(1 + \nu)k_p^2 \omega_r^2}{2(\omega_r^2 - \omega^2)} \right] = j\omega C_0 \frac{\Delta_a(x)}{\Delta(x)};$$

$$\Delta(x) = \omega_r^2 - \omega^2, \quad \Delta_a(x) = (1 - k_p^2)\Delta(x) + (1 + \nu)k_p^2 \omega_r^2 / 2. \quad (6)$$

Полная проводимость также является отношением двух частотных определителей $\Delta_a(x)$ и $\Delta(x)$, умноженным на проводимость статической емкости $j\omega C_0$.

Введем в анализ механические S_{11M} , диэлектрические ε_{33M} и пьезоэлектрические d_{31M} потери через комплексные модули по методике работ [2 – 4, 6, 12, 13, 15 – 17, 19 – 22] (все обозначения здесь и далее совпадают с обозначениями указанных работ):

$$s_{11}^E = s_{110}(1 - js_{11M}), \varepsilon_{33}^T = \varepsilon_{330}(1 - j\varepsilon_{33M}), d_{31} = d_{310}(1 - jd_{31M}). \quad (7)$$

Тогда имеем такие равенства:

$$C = C_0(1 - j\varepsilon_{33M}); \quad \kappa = \kappa_0(1 - 0,5js_{11M});$$

$$d_{31}^2 = d_{310}^2(1 - 2jd_{31M}); \quad k_p^2 = k_{p0}^2[1 + j(s_{11M} + \varepsilon_{33M} - 2d_{31M})];$$

$$k_{31}^2 = k_{310}^2[1 + j(s_{11M} + \varepsilon_{33M} - 2d_{31M})]. \quad (8)$$

Запишем отношение частот $x = \omega / \omega_r = x_0(1 - 0,5js_{11M})$, тогда имеем

$$\Delta(x) = \omega_r^2 - \omega^2 = \omega_r^2(1 - x^2); \quad (9)$$

$$\Delta_a(x) = (1 - k_{p0}^2)\omega_r^2(1 - x^2) + 0,5(1 + \nu)\omega_r^2 k_{p9}^2 [1 + j(s_{11M} + \varepsilon_{33M} - 2d_{31M})]. \quad (10)$$

Для «короткого» кольца антирезонансный определитель принимает вид

$$\Delta_a(x) = (1 - k_{310}^2)\omega_r^2(1 - x^2) + \omega_r^2 k_{319}^2 [1 + j(s_{11M} + \varepsilon_{33M} - 2d_{31M})]. \quad (11)$$

В обоих случаях имеем такое равенство:

$$Y_k = j\omega C_0 \frac{\Delta_a(x)}{\Delta(x)} = j\omega_r x C_0 \frac{\Delta_a(x)}{\Delta(x)}. \quad (12)$$

Расчеты АЧХ полной проводимости и ее активного и реактивного компонентов проведены компьютером с применением формул (4) – (12). Множитель $a = \omega_r C_0 = 2\pi f_r$ для каждого образца свой, т.е. a (С) = 6,28 C_0 (нФ), $f_r \cdot 10^{-6}$ (кГц). Например, в оболочке $38 \times 34 \times 30$ мм, данные которой приведены в табл. 2, получаем: $a = [6,28; 55,79; 22,41] \cdot 10^6$; $C = 7,85$ мС.

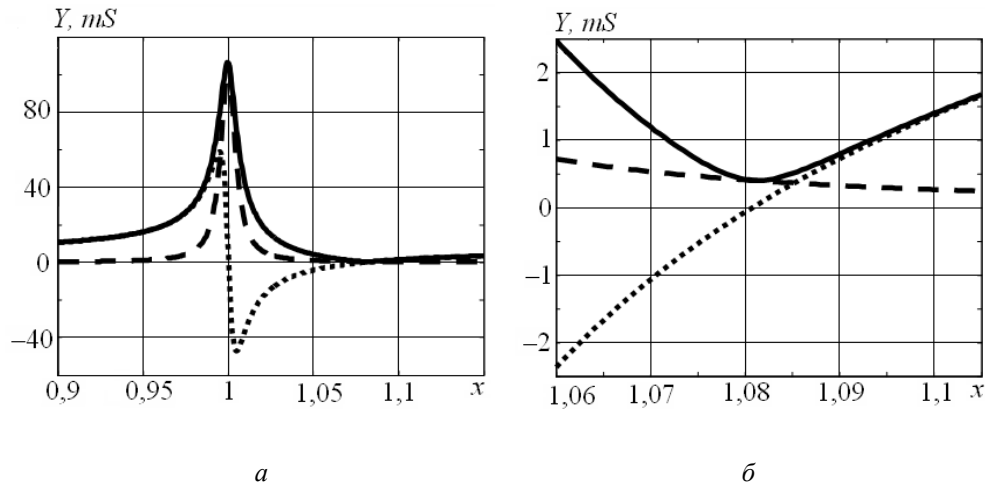


Рис. 1

Рис. 1 иллюстрирует результаты расчета полной проводимости для этой оболочки на сильном третьем резонансе при $k_{p0}^2 = 0,2$; $s_{11M} = 0,01$; $\varepsilon_{33M} = 0,0135$; $d_{31M} = 0,0076$;

$\nu = 0,35$; $a = 7,85$ мС. На рисунке приведены компоненты активной G (прерывистые линии), реактивной B (пунктирные линии) и полной Y (сплошные линии) проводимой в интервалах частот максимум – минимум (рис. 1, а) или вблизи минимума (рис. 1, б). Вычисленная величина максимальной проводимости равна 106 мС, измеренная – 109 мС; вычисленная величина минимальной проводимости равна 0,4 мС, измеренная – 0,32 мС. Отношение частот антирезонанс / резонанс согласно рисунка – 1,082, в эксперименте – 1,078. Механическая добротность Q_M принималась (в расчете) равной 100, в измерениях по резонансной кривой коэффициента передачи пьезотрансформаторного датчика получено 112. Расчетные величин и экспериментальные данные показывают хорошее соответствие.

В случае «высокого» кольца из ТБК-3 с размерами $22 \times 18 \times 30$ мм, данные которого приведены во второй части табл. 4, $f_r = 93,6$ кГц; $C_0 = 9,11$ нФ; $\text{tg } \delta = 0,0058$; $Y_m = 109$ мС; $Y_n = 0,2$ мС; $f_n / f_m = 1,017$. Расчет компонентов полной проводимости (рис. 2) проведен при $k_{p0}^2 = 0,056$; $s_{11M} = 0,0018$; $\varepsilon_{33M} = 0,0058$; $d_{31M} = 0,002$; $\nu = 0,3$; $a = 5,35$.

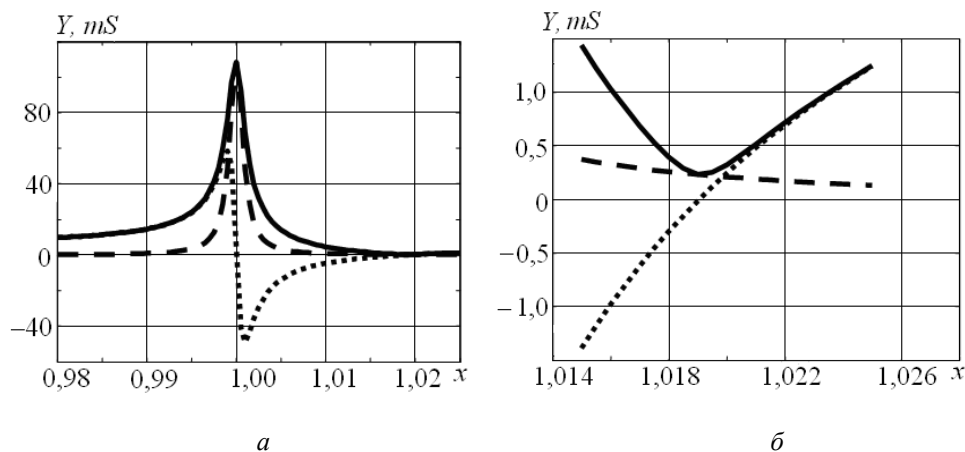


Рис. 2

Полученные в результате расчета величины $Y_m = 106$ мС, $Y_n = 0,24$ мС, $f_n / f_m = 1,019$ также хорошо согласуются с экспериментом. В расчет закладывалась величина механической добротности 560, в измерениях по АЧХ коэффициента передачи пьезотрансформаторного датчика №5 было получено от 530 до 640. Неточности экспериментального определения добротности связаны с тем, что резонансная кривая для кольца из ТБК-3 была очень острой, а ручка перестройки частоты генератора ГЗ-56/1 не имела специального лимба тонкой настройки.

Внешне кривые рис. 1, а и рис. 2, а идентичны. Они отличаются только горизонтальной шкалой, где в силу существенного различия планарных КЭМС разных составов пьезокерамики значительно отличаются и отношения частот f_n / f_m . Такую же форму имеют и АЧХ полной проводимости тонких пьезокерамических дисков и колец [3].

4. Экспериментальные частотные зависимости.

АЧХ полной проводимости тонких цилиндрических колец с радиальной поляризацией в диапазоне частот изучены с применением модернизированной схемы Мэсона [13], в которой специально введенный коммутатор позволял поочередно подключать вольтметр к пьезоэлементу или нагрузочному резистору.

Рис. 3 иллюстрирует падение потенциала на резисторе 110 Ом (кривая 1) или на пьезоэлементе, подключенном к системе питания через ограничительный резистор 110 Ом (кривая 2) для оболочки $18,5 \times 15,8 \times 22,2$ мм. В диапазоне частот 20 – 200кГц удалось зарегистрировать три резонанса – два слабых, примерно одинаковой интенсивности, и один (третий) очень сильный.

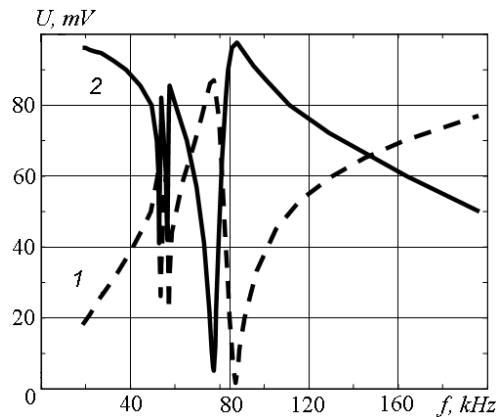


Рис. 3

Этими графиками можно воспользоваться для вычисления полной проводимости вне резонанса и антирезонанса, т.е. в любой точке частотного интервала. Для этого рисунок печатается в увеличенном масштабе и измеряются амплитуды падения потенциала U_R на нагрузочном резисторе R_n и на самом пьезоэлементе U_{pe} для произвольно выбранного ряда частот. Полную проводимость в этих условиях определяем формулой

$$Y = \frac{U_R}{R_n U_{pe}} \quad (13)$$

Влияние фазовых сдвигов между током в пьезоэлементе и падением напряжения на нем при таком способе определения проводимости не проявляется. Примером вычислений по формуле (13) может служить рис. 4, где слабые и сильные резонансы представлены отдельно. Слабые резонансы (рис. 4, а) – взаимосвязаны и находятся в суперпозиции друг с другом. На участке от 50 до 60 кГц, кроме указанных на рис. 3. двух резонансов, становится заметным еще «ступенька» на частоте 53 кГц, возможно слабый резонанс. Разность потенциалов на входе $U_{вх}$ поддерживалась равной 100 мВ.

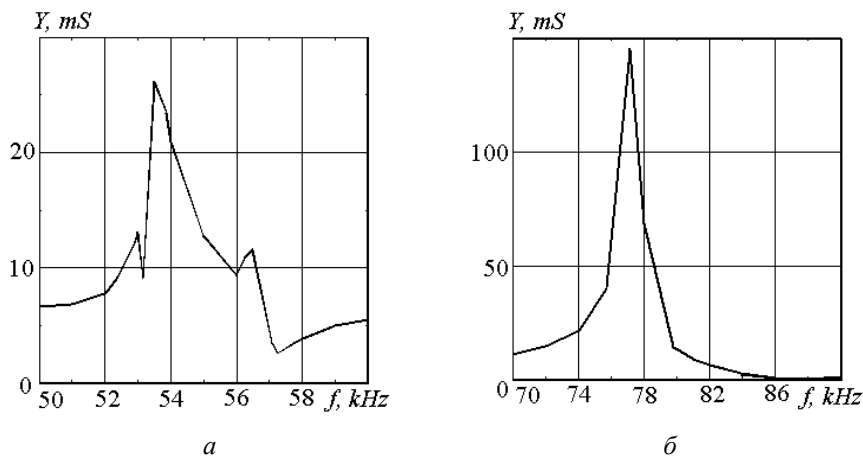


Рис. 4

Максимум полной проводимости оболочки 145 мС достигается на третьем резонансе (рис. 4, б) и превышает аналогичный параметр первого резонанса 26,1 мС (рис. 4, а) в 5,6 раза. График рис. 4, б полностью соответствует сплошной линии рис. 1, а, однако по горизонтали здесь отложено не отношения частот, а частота в килогерцах.

5. Напряженное состояние и моды колебаний пьезокерамических колец.

Для верификации мод колебаний пьезокерамических колец применен метод пьезотрансформаторного датчика [3, 4, 10]. В процессе деформирования образцов на поверхностях датчиков наводятся пьезозаряды, пропорциональные сумме главных механических напряжений. В случае колец с радиальной поляризацией такими напряжениями являются окружные и осевые. По характеру изменения коэффициентов передачи датчиков в выбранном направлении можно судить о напряженном состоянии и о типах колебаний.

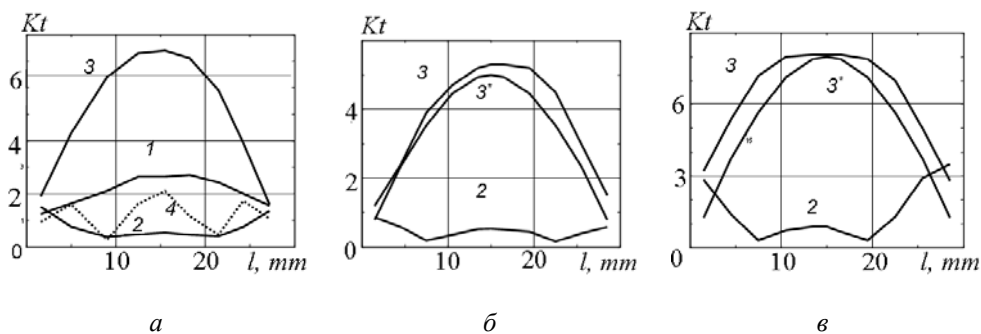


Рис. 5

На рис. 5, *a – в* приведены распределения вдоль высотной координаты коэффициентов передачи K_t пьезотрансформаторных датчиков, полученные в экспериментах с кольцами размерами $38 \times 34 \times 30$ мм (табл. 2), $18,2 \times 15,8 \times 22,2$ мм и $22 \times 18 \times 30$ мм (табл. 4), соответственно. Первые два кольца были изготовлены из пьезокерамики ЦТС-19, третье – из ТБК-3. Отношение высота/средний диаметр: 0,833; 1,39 и 1,5. Цифры на кривых соответствуют номерам мод в таблицах. Числом 3* отмечены графики функции

$$y = k \cos\left(\frac{x\pi}{h}\right).$$

Здесь x – координата, отсчитываемая от середины высоты; h – высота; k – некоторый множитель для привязки кривых в средней части. Для первого кольца построены кривые всех четырех мод, которые регистрируются в диапазоне 20 – 200 кГц. На первой моде внутренние напряжения достигают максимума в центре и плавно снижаются к торцам. Ее можно отождествить с «антифазной» модой, описанной впервые в работе [5]. Вторая мода отличается характерным для краевого резонанса резким увеличением уровня механических напряжений к торцам.

Наиболее сильная третья мода является «синфазной», а четвертая в работе [10] названа обертоном $L3$ продольных колебаний. Во втором и третьем кольцах четвертая мода не наблюдается, поскольку ее частота лежит для них выше диапазона генератора. Для этих колец на рисунках приведены графики напряженного состояния второй (краевой) и третьей («синфазной») мод. Из графиков следует, что в меру увеличения отношения высоты к срединному диаметру усиливается краевой резонанс и более заметным становится отличие характера деформирования «синфазной» моды от продольных колебаний по длине.

В работе [10] приведены графики распределения коэффициентов передачи пьезотрансформаторных датчиков по высоте кольца из ЦТС-19 размерами $30 \times 26 \times 20$ мм (см. рис. 2, *a* указанной работы), полученные после выделения 9 датчиков и охранной полоски 10 мм. Сопоставление этих графиков с рис. 5 показывает, что отличие от косинусоиды в такой короткой оболочке практически незаметно. В той же работе (см. табл. 3) приведены данные довольно «длинной» оболочки $18 \times 12 \times 33$ мм. Отличие напряженного состояния на сильных модах от гармонического закона заметно и там.

Заклучение.

Экспериментально-теоретическое исследование вынужденных колебаний тонкостенных пьезокерамических цилиндрических колец-оболочек с радиальной поляризацией позволяет сделать следующие выводы.

В «коротких» кольцах в начальной области спектра регистрируются всего по два резонанса, которые можно отождествить с «антифазными» и «синфазными» модами. На первой из них деформирование в радиальном направлении, например, растяжение, противофазно деформированию в продольном направлении, где в это время происходит сжатие. На «синфазной» моде растяжения в радиальном направлении сопровождаются одновременными растяжениями по длине.

Сильный резонанс можно отождествить как с «синфазной» модой цилиндрической оболочки, так и с радиальными колебаниями «высокого» кольца.

В кольце, геометрия которого в сечении центральной плоскостью приближается к квадрату, чуть выше по частоте от первого резонанса наблюдается слабый краевой резонанс, имеющий в средней части небольшие динамические напряжения, резко возрастающие к торцам.

По мере увеличения отношения высоты к срединному диаметру максимум полной проводимости на краевом резонансе увеличивается и приближается к максимуму полной проводимости первой моды.

Распределение суммы главных механических напряжений на сильной «синфазной» моде по высоте отличается от косинусоиды как для «высоких», так и для «коротких» колец.

РЕЗЮМЕ. Проведено експериментальне дослідження п'єзокерамічних циліндричних кілець з радіальною поляризацією. Показано, що синфазний резонанс має дуже інтенсивні коливання і коефіцієнт електромеханічного зв'язку. Розподіл внутрішніх механічних напружень вздовж висотної координати є подібним до косинуса, але відрізняється від нього в середній частині. Крайовий резонанс має високий рівень напружень біля кінців і є дуже слабким посередині. Розглянуто амплітудно-частотні та адмітансні характеристики.

1. *Карлаш В.Л.* Механические потери энергии при колебаниях полого пьезокерамического цилиндра с радиальной поляризацией // Тез. докл. XIV конф. по вопросам рассеяния энергии при колебаниях механических систем. – К.: Наук. думка, 1989. – С. 54 – 55.
2. *Шульга Н.А., Болкисев А.М.* Колебания пьезоэлектрических тел – К.: Наук. думка, 1990. – 228 с.
3. *Шульга М.О., Карлаш В.Л.* Резонансні електромеханічні коливання п'єзоелектричних пластин. – К.: Наук. думка, 2008. – 272 с.
4. *Шульга Н. А., Карлаш В.Л.* Измерение амплитуд и фаз при колебаниях элементов конструкций из пьезокерамики // Прикл. механика. – 2015. – **51**, № 3. – С. 122 – 133.
5. *Drumheller D.S., Kalnins A.* Dynamic shell theory for ferroelectrics ceramics // J. Acoust. Soc. Am. – 1970. – **47**. – P. 1343 – 1353.
6. *Holland R.* Representation of dielectric, elastic and piezoelectric losses by complex coefficients // IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics. – 1967. – SU-14. – P. 18 – 20.
7. *IRE Standards on Piezoelectric Crystals: Measurements of Piezoelectric Ceramics, 1961* // Proc. IRE. – 1961. – **49**. – P. 1161 – 1169.
8. *Karlash V.L.* Elektroelastic Oscillations of a Compound Hollow Piezoceramic Cylinder with Radial Polarization // Int. Appl. Mech. – 1990. – **26**, N 5. – P. 440 – 443.
9. *Karlash V.L.* Resonant Elektromechanical Vibration of Piezoelectric Shells of Revolution (Review) // Int. Appl. Mech. – 2008. – **44**, N 4. – P. 361 – 387.
10. *Karlash V.L.* Electromechanical Vibration of a Piezoceramic Hollow Spheroid with a Polar Notch // Int. Appl. Mech. – 2010 – **46**, N 5. – P. 540 – 545.
11. *Karlash V. L.* Forced Electromechanical Vibrations of Rectangular Piezoceramic Bars with Sectionalized Electrodes // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, N 3. – P. 360 – 368.
12. *Karlash V. L.* Energy losses in piezoceramic resonators and its influence on vibration's characteristics // Electronics and communication. – 2014. – **19**, N 2 (79). – P. 82 – 94.
13. *Karlash V. L.* Modelling of energy-loss piezoceramic resonators by electric equivalent networks with passive elements // Mathematical Modelling and Computing. – 2014. – **1**, N 2. – P. 163 – 177.

14. *Kirichok I. F.* Resonant Vibrations and Self-heating of a Clamped Flexible Thermoviscoelastic Beam with Piezoactuators // *Int. Appl. Mech.* – 2014. – **50**, N 4. – P. 421 – 429.
15. *Martin G.E.* Dielectric, elastic and piezoelectric losses in piezoelectric materials // *Proc. Ultrasonic Symp., Milwaukee.* – 1974. – P. 613 – 617.
16. *Mezheritsky A.V.* Elastic, dielectric and piezoelectric losses in piezoceramics; how it works alltogether // *IEEE Trans. Ultrason., Ferroelect // Frec. Contr.* – 2004. – **51**, N 6. – P. 695 – 797.
17. *Mezheritsky A. V.* Quality factor of piezoceramics // *Ferroelectrics.* – 2002. – **266**. – P. 277 – 304.
18. *Shul'ga N. A., Grigor'eva L. O., Babkova N. O.* Electrically Excited Nonstationary Vibrations of Thin Cvcircular Piezoelectric Plates // *Int. Appl. Mech.* – 2014. – **50**, N 4. – P. 406 – 411.
19. *Smits J. G.* Iterative method for accurate determination of real and imaginary parts of materials coefficients of piezoelectric ceramics // *IEEE Trans. Sonics and Ultrasonics.* – 1976. – SU-23, N 6. – P. 393 – 402.
20. *Uchino K., Zheng J. H., Chen Y. H. et al.* Loss mechanisms and high power piezoelectrics // *J. Mat. Sci.* – 2006. – **41**. – P. 217 – 228.
21. *Uchino K., Zhuang Yu., Ural S. O.* Loss detertmination methodology for a piezoelectric ceramic: new phenomenological theory and experimental proposals // *J. Adv. Dielectric.* – 2011. – **1**, N 1. – P. 17 – 31.
22. *Ural S.O., Tuncdemir S., Zhuang Yu, Uchino K.* Development of a high power piezoelectric Characterization system and its application for resonance/antiresonance mode characterization // *Jpn. J. Appl. Phys.* – 2009. – **48**, N5R. – P. 056509.

Поступила 02. 07. 2012

Утверждена в печать 26. 05. 2015

