

И. Ф. Киричок

**РЕЗОНАНСНЫЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫЕ КОЛЕБАНИЯ
И ВИБРОРАЗОГРЕВ ВЯЗКОУПРУГОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ
С ПЬЕЗОСЛОЯМИ ПРИ ЭЛЕКТРОМЕХАНИЧЕСКОМ ВОЗБУЖДЕНИИ**

*Институт механики им. С.П.Тимошенко НАНУ,
ул. Нестерова, 3, 03057, Киев; e-mail: TEPM @ inmech.kiev.ua*

Abstract. A problem is solved on the forced axisymmetric vibrations and dissipative heating of a hingedly supported cylindrical shell with piezoelectric layers, one of which is a sensor, whereas the second one is an actuator. The mechanical and electric excitation of vibrations is considered. Also, the possibility of damping the mechanical vibrations is studied by means of the voltage use at the piezolayers. The features of effect of the temperature dependence of viscoelastic properties of materials on the frequency dependence of deflections and the temperature of dissipative heating and the sensor electrical indicator are studied, when the shell is harmonically loaded in the range of the basic resonance of the bending mode of shell.

Key words: cylindrical shell, forced axisymmetric vibrations, piezoactuator, sensor, dissipative heating, temperature, active damping.

Введение.

В последние годы для гашения вынужденных колебаний тонкостенных элементов конструкций из вязкоупругих и композитных материалов все чаще используются активные методы демпфирования, когда в структуру конструкции включаются пьезоэлектрические составляющие, выполняющие роль актуаторов или сенсоров [1, 12, 14]. На динамическое поведение таких элементов и их демпфирование существенно влияют геометрические параметры составляющих объекта, электромеханические свойства пьезоактивного и пассивного (без пьезоэффекта) материалов, механические, электрические и тепловые граничные условия, а также тепловые эффекты, обусловленные внутренними потерями или внешним нагревом тел [2, 7 – 11].

Моделированию вынужденных стационарных колебаний и диссипативного разогрева тонкостенных оболочечных элементов из вязкоупругих материалов с пьезоактивными включениями и исследованию влияния зависимости свойств материалов от температуры посвящены работы [2, 3 и др.]. Осесимметричные резонансные колебания и виброзаогрев цилиндрических оболочек и их гашение пьезоактуаторами на основании аналитических решений и численных методов исследованы в [4 – 6 и др.].

В данной статье с использованием численных методов получено решение задачи о вынужденных осесимметричных колебаниях и диссипативном разогреве трехслойной цилиндрической оболочки, состоящей из вязкоупругих среднего пассивного и внешних пьезоактивных слоев, один из которых является актуатором, а другой – сенсором. Исследовано влияние температурной зависимости материалов и геометрических параметров слоев на динамические характеристики и электрический показатель сенсора.

1. Постановка задачи. Основные уравнения.

Рассмотрим цилиндрическую оболочку длины l , состоящую из пассивного несущего слоя толщины h_0 и жестко скрепленных с его внутренней и внешней поверхностями пьезоэлектрических слоев толщиной h_1 и h_2 , соответственно. Материалы слоев

– вязкоупругие. Вязкоупругое поведение материалов описывается концепцией комплексных модулей, зависящих от температуры [2]. Пассивный слой является изотропным, а пьезослои изготовлены из одной и той же пьезокерамики с противоположно направленной толщиной поляризации. Оболочка отнесена к цилиндрической системе координат α, θ, z с нормальной координатой $z = 0$ в центре срединной поверхности радиуса R пассивного слоя. Поверхности пьезоэлектрических слоев электродированы. Внутренние электроды пьезослоев поддерживаются при нулевом потенциале $\varphi(\pm h_0/2) = 0$. Электродированные цилиндрические поверхности $z = h_0/2 + h_2$ и $z = -(h_0/2 + h_1)$ бесконечно тонкими кольцевыми разрезами с координатами α_1, α_2 ($0 \leq \alpha_1 \leq \alpha \leq \alpha_2 \leq l$) разделены на отдельные участки. Примем, что слои h_1 и h_2 характеризуются пьезомодулями d_{31} и $-d_{31}$, соответственно. При этом слой h_1 является актуатором, а слой h_2 выполняет роль сенсора.

Оболочка нагружена осесимметричным поверхностным давлением $q_z = q_z(\alpha) \cos \omega t$, гармонически изменяющемся во времени t с круговой частотой ω , близкой к резонансной. К электродам актуатора на участках площадью $s = 2\pi R \Delta_\alpha$ ($\Delta_\alpha = \alpha_2 - \alpha_1$) с частотой механического нагружения для компенсации его воздействия подводится разность амплитуд электрических потенциалов V_a . На участках $\alpha < \alpha_1, \alpha > \alpha_2$ электроды закорочены ($V_a = 0$). В результате гармонического деформирования оболочки на разомкнутых электродах сенсора площадью s возникает разность потенциалов V_s , которую необходимо определить расчетным путем или измерить прибором. При этом на электродированной поверхности выполняется условие [2]

$$\iint_s D_z ds = 0, \quad (1)$$

где D_z – нормальная составляющая электрической индукции.

Примем, что торцы оболочки свободны в тангенциальном и шарнирно закреплены в поперечном направлениях. На граничных поверхностях оболочки выполняются условия конвективного теплообмена с внешней средой температуры T_s .

Двумерную модель рассматриваемой оболочки строим в предположении о справедливости по всему пакету слоев гипотез Кирхгофа – Лява. Относительно электрических полевых величин принимаем, что тангенциальными составляющими векторов индукции D_α, D_θ и напряженности E_α, E_θ электрического поля в плоскости каждого пьезослоя можно пренебречь по сравнению с нормальными составляющими D_z, E_z . Тогда из уравнений электростатики для индукции $\partial D_z / \partial z = 0$ следует, что $D_z = C = \text{const}$ не зависит от координаты z [2]. Температуру диссипативного разогрева принимаем постоянной по толщине пакета слоев оболочки.

Согласно подхода [3] на основании принятых предположений задача о электро-термомеханическом поведении рассматриваемой оболочки относительно искомым комплексных величин сводится к решению:

уравнений гармонических колебаний (множитель $e^{i\omega t}$ опускаем)

$$\frac{dN_\alpha}{d\alpha} + \tilde{\rho}\omega^2 u = 0; \quad \frac{dM_\alpha}{d\alpha} - Q_\alpha = 0; \quad \frac{dQ_\alpha}{d\alpha} - \frac{N_\theta}{R} + \tilde{\rho}\omega^2 w + q_z = 0; \quad (2)$$

определяющих соотношений для усилий и моментов

$$\begin{aligned} N_\alpha &= C_{11}\varepsilon_\alpha + C_{12}\varepsilon_\theta + K_{11}\kappa_\alpha + N_E; \quad N_\theta = C_{12}\varepsilon_\alpha + C_{11}\varepsilon_\theta + K_{12}\kappa_\alpha + N_E; \\ M_\alpha &= K_{11}\varepsilon_\alpha + K_{12}\varepsilon_\theta + D_{11}\kappa_\alpha + M_E; \quad M_\theta = K_{12}\varepsilon_\alpha + K_{11}\varepsilon_\theta + D_{12}\kappa_\alpha + M_E; \end{aligned} \quad (3)$$

зависимостей между амплитудами параметров деформаций и перемещений

$$\varepsilon_\alpha = \frac{du}{d\alpha}; \quad \varepsilon_\theta = \frac{w}{R}; \quad \kappa_\alpha = \frac{d\varrho_\alpha}{d\alpha}; \quad \varrho_\alpha = -\frac{dw}{d\alpha}; \quad (4)$$

выражений для электрической индукции в пьезослоях

$${}^1D_z = -b_{33}V_a / h_1 + b_{31}(\varepsilon + \tilde{h}_1\kappa_\alpha); \quad {}^2D_z = -b_{33}V_s / h_2 - b_{31}(\varepsilon + \tilde{h}_2\kappa_\alpha); \quad (5)$$

усредненного за период колебаний и по толщине оболочки уравнения теплопроводности

$$\frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial^2 T}{\partial \alpha^2} - \frac{2\alpha_s}{\lambda H} (T - T_0) + \frac{\omega}{2\lambda H} \tilde{W} \quad (6)$$

$$(\tilde{W} = N_\alpha'' \varepsilon_\alpha' - N_\alpha' \varepsilon_\alpha'' + N_\theta'' \varepsilon_\theta' - N_\theta' \varepsilon_\theta'' + M_\alpha'' \kappa_\alpha' - M_\alpha' \kappa_\alpha'' + {}^1D_z'' V_a' + {}^1D_z' V_a'').$$

Механические граничные условия таковы:

$$N_\alpha = 0; \quad M_\alpha = 0; \quad w = 0 \quad (\alpha = 0, l). \quad (7)$$

Граничные и начальные условия для уравнения теплопроводности имеют вид

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial \alpha} = \pm \alpha_{0,l} (T - T_s) \quad (\alpha = 0, l); \quad T = T_0 \quad (t = 0). \quad (8)$$

В уравнениях (2) – (8) введены следующие обозначения:

$$\begin{aligned} C_{1m} &= c_{1m} + c_{1m}^E (h_1 + h_2) + \gamma_{33} h_2; \quad K_{1m} = c_{1m}^E (h_{12} + h_{22}) + \gamma_{33} h_{22}; \\ D_{1m} &= \frac{1}{12} [c_{1m} h_0^3 + c_{1m}^E (h_{13} + h_{23}) + \gamma_{33} (h_1^3 + h_{23})]; \quad h_{m3} = 4h_m^3 + 6h_m^2 h_0 + 3h_m h_0^2; \\ c_{11}^E &= 1 / [s_{11}^E (1 - \nu_E^2)]; \quad c_{12}^E = \nu_E c_{11}^E; \quad \nu_E = -s_{12}^E / s_{11}^E; \quad c_{11} = E / (1 - \nu^2); \quad c_{12} = \nu c_{11}; \\ b_{31} &= d_{31} / [s_{11}^E (1 - \nu_E)]; \quad b_{33} = \varepsilon_{33}^T (1 - k_p^2); \quad k_p^2 = 2d_{31}^2 / [\varepsilon_{33}^T s_{11}^E (1 - \nu_E)]; \\ h_{m2} &= \mp h_m (h_m + h_0); \quad N_E = b_{31} V_a; \quad M_E = -\tilde{h}_1 b_{31} V_a; \quad \tilde{h}_{1,2} = (h_{1,2} + h_0) / 2; \\ H &= h_1 + h_2 + h_0; \quad \varepsilon = \varepsilon_\alpha + \varepsilon_\theta; \quad s_{1m}^E = s_{1m}' (1 - i\delta_{1m}^s); \quad d_{31} = d_{31}' (1 - i\delta_{31}^d); \quad \varepsilon_{33}^T = \varepsilon_{33}' (1 - i\delta_{33}^e) \end{aligned} \quad (9)$$

– соответственно, зависящие от температуры комплексные податливости, пьезомодуль и диэлектрическая проницаемость материала пьезоактивных слоев; $E = E' + iE''$, $\nu = \text{const}$ – зависящий от температуры модуль и коэффициент Пуассона пассивного материала; $w = w' + iw''$ и $u = u' + iu''$ – амплитуды прогибов и продольных перемещений; N_α , N_θ , Q_α и M_α – комплексные амплитуды усилий и изгибающего момента; λ и a – усредненные коэффициенты теплопроводности и температуропроводности; $\tilde{\rho} = \rho_0 h_0 + \rho_1 (h_1 + h_2)$, ρ_0, ρ_1 – удельные плотности пассивного и пьезоактивного материалов; $\alpha_s = (\alpha_s^1 + \alpha_s^2) / 2$, $\alpha_s^{1,2}$, $\alpha_{0,l}$ – коэффициенты теплообмена на соответствующих граничных поверхностях. Здесь при построении определяющих соотношений (3) для пьезослоя – сенсора вместо интегрального условия (1) использовано приближенное равенство $D_z = 0$ [3].

Подстановка выражения 2D_z из (5) в условие (1) приводит к выражению

$$\frac{V_s}{h_2} = - \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} b_{31} (\varepsilon + \tilde{h}_2 \kappa_\alpha) d\alpha / \int_{\alpha_1}^{\alpha_2} b_{33} d\alpha \quad (10)$$

для определения амплитудного значения разности потенциалов на электродах сенсора через решение краевой задачи термовязкоупругости.

2. Методика построения решения задачи.

Ввиду учета температурной зависимости вязкоупругих характеристик материалов задача термовязкоупругости (2) – (4), (6) – (8) является взаимно-связанной и нелинейной. Для ее решения используется шаговый во времени метод [2]. С этой целью уравнения (2) – (4) относительно комплексных искомых величин u , w , ϑ_α , N_α , Q_α , M_α записываем в форме обыкновенных дифференциальных уравнений нормального вида. Полученную систему с граничными условиями (8) на каждом временном шаге интегрируем с использованием типичной программы решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений. На первом шаге решаем линейную задачу (2) – (4) при изотермических характеристиках материалов. Затем вычисляем диссипативную функцию \tilde{W} и решаем задачу теплопроводности (6) – (8) методом конечных разностей с использованием явной схемы. Далее с учетом полученного распределения температуры вычисляем жесткостные характеристики (9) и процесс повторяем на следующем временном шаге. При реализации данного подхода использованы безразмерные параметры пространственной $x = \alpha / l$ и временной $\tau = at / l^2$ координат, а также теплообмена $\gamma_{s,0,l} = \alpha_{s,0,l} l / \lambda$.

Ниже рассмотрим случай гармонического нагружения оболочки поверхностным давлением постоянной амплитуды $q_z(\alpha) = q_0$. Для компенсации действия нагрузки с известной амплитудой разность потенциалов, которую необходимо противофазно подвести к электродам актуатора, определяется зависимостью [6]

$$V_A = k_A(\Delta)q_0 \quad (\Delta = \Delta_\alpha / l). \quad (11)$$

Здесь коэффициент управления k_A вычисляем на основании решения линейной задачи по формуле

$$k_A = |w_{q \max}| / |w_{E \max}|, \quad (12)$$

в которой $|w_{q \max}|$ и $|w_{E \max}|$ – значения максимальных амплитуд изгибных колебаний оболочки на частоте линейного резонанса при нагрузке $q_0 = 1 \text{ Па}$, $V_a = 0$ и $q_0 = 0$, $V_a = 1 \text{ В}$, соответственно. Для компенсации действия моногармонической нагрузки противофазность электрического нагружения учитываем по закону $V_a \cos(\omega t + \pi) = -V_a \cos \omega t$.

Для расчета компенсирующего показателя актуатора V_a по известному значению потенциала сенсора V_s при неизвестной нагрузке используем наиболее характерную для модальной формы демпфирования колебаний зависимость обратной связи [4]

$$V_a = G_{as}V_s. \quad (13)$$

Здесь коэффициент обратной связи G_{as} определяем на основании решения линейной задачи по формуле

$$G_{as} = |V_a^1| / |V_s^1|, \quad (14)$$

в которой амплитуды эталонных показателей сенсора V_s^1 и актуатора V_a^1 вычисляем на линейном резонансе колебаний, соответственно, по формулам (10) и (11) при механическом нагружении единичной амплитуды $q_0 = 1 \text{ Па}$.

3. Результаты численных расчетов и их анализ.

При рассматриваемых способах нагружения в оболочке реализуются осесимметричные преимущественно изгибные колебания. Поэтому ниже все расчеты проведены в окрестности частоты первого резонанса изгибной моды колебаний оболочки. Несущий слой оболочки выполнен из полимера, а сенсоры и актуаторы – из вязкоупругой пьезокерамики типа ЦТСтБС – 2. Вязкоупругие характеристики и их температурные аппроксимации указанных материалов приведены в работе [3]. Размеры оболочки и

толщина пьезослоев таковы: $R = 0,1\text{ м}$, $l = 0,2\text{ м}$, $h_1 = h_2 = 0,5 \cdot 10^{-5}\text{ м}$. Пьезоактивные участки выбраны так, чтобы их середина совпадала с координатой максимальных прогибов оболочки.

На рис. 1 в зависимости от безразмерного параметра Δ ширины кольцевого актуатора показаны кривые 1 – 4 изменения максимальных амплитуд прогибов $\tilde{w}_E = |w(x=0,5)| \cdot 10^6\text{ м}$ (штриховые линии) при подводе к его электродам единичного потенциала $V_a = 1\text{ В}$ ($q_0 = 0$), $\tilde{w}_q = |w(x=0,5)| \cdot 10^7\text{ м}$ (штрих-пунктирные линии) – при поверхностном давлении с амплитудой $q_0 = 1\text{ Па}$ ($V_a = 0$) и коэффициента управления k_α актуатора (сплошные линии), рассчитанных для таких значений толщины слоя h_0 и частоты ω :

- 1) $h_0 = 0,004\text{ м}$, $\omega = 15680\text{ с}^{-1}$;
- 2) $h_0 = 0,005\text{ м}$, $\omega = 15500\text{ с}^{-1}$;
- 3) $h_0 = 0,0075\text{ м}$, $\omega = 15260\text{ с}^{-1}$;
- 4) $h_0 = 0,01\text{ м}$, $\omega = 15160\text{ с}^{-1}$.

Соответствующие зависимости для эталонного показателя сенсора V_s^1 (штриховые линии) и коэффициента обратной связи G_{as} (сплошные линии) кривыми 1 – 4 представлены на рис. 2.

Из рис. 1 видно, что значение амплитуды прогибов \tilde{w}_E оболочки, обусловленное разностью потенциалов V_a , монотонно возрастает с увеличением площади пьезоактуатора, достигая максимального значения при его ширине, равной длине оболочки ($\Delta = 1$). Количественно величина \tilde{w}_E уменьшается при увеличении толщины h_0 пассивного слоя оболочки. В то же время коэффициент управления k_α актуатора слабо зависит от толщины h_0 несущего слоя оболочки. Количественно показатели сенсора V_s^1 уменьшаются, а коэффициента обратной связи G_{as} увеличиваются с ростом толщины h_0 .

Численные эксперименты показали, что наибольшего эффекта при гашении изгибной формы колебаний оболочки можно достичь с помощью актуатора относительной ширины $\Delta = 1$. Ниже на рисунках представлены расчеты для оболочек с актуаторами и сенсорами такой ширины. При этом штриховые кривые соответствуют решениям линейной задачи, а сплошные – задачи при учете зависимости свойств материалов от температуры.

На рис. 3 кривыми 1, 2, 3 показано распределение амплитуд прогибов $\bar{w} = |w|/h_0 \cdot 10^2$ по длине оболочки толщиной $h_0 = 0,004\text{ м}$ на частоте $\omega = 15200\text{ с}^{-1}$ колебаний при $q_0 = (0,05; 0,1; 0,15) \cdot 10^4\text{ Па}$, соответственно. Соответствующие кривые для темпера-

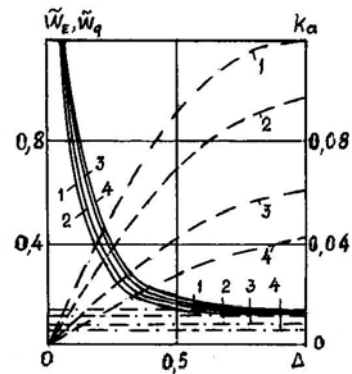


Рис. 1

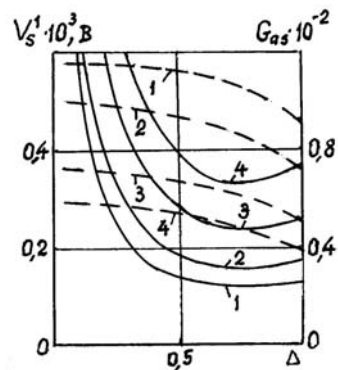


Рис. 2

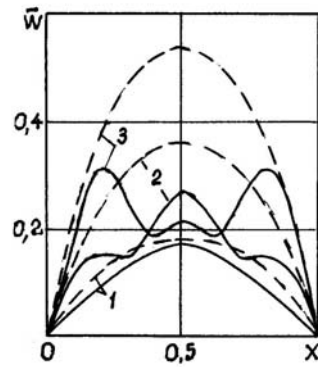


Рис. 3

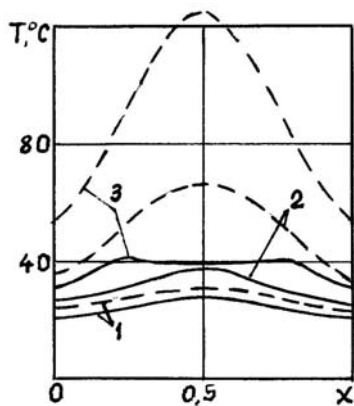


Рис. 4

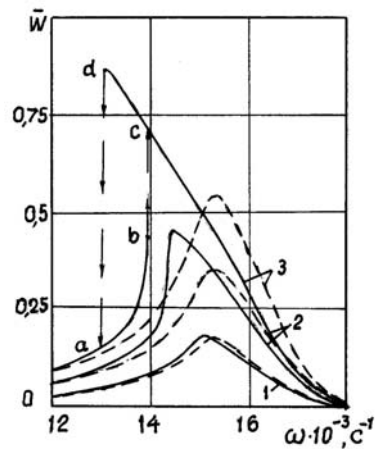


Рис. 5

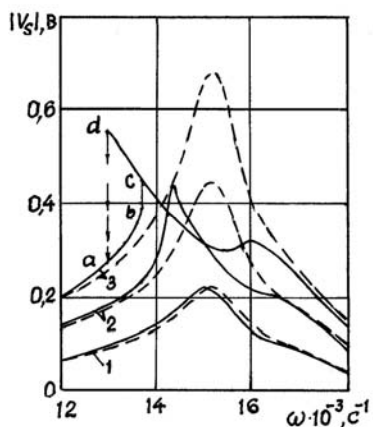


Рис. 6

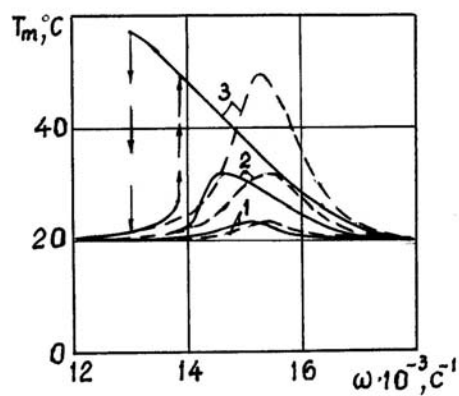


Рис. 7

туры, рассчитанные при $\gamma_{s,0,l} = 0,5$, представлены на рис. 4. Видно, что температурная зависимость свойств материалов с ростом амплитуды нагружения количественно и качественно влияет на распределение вдоль оболочки прогибов и температуры разогрева. Частотные зависимости максимальных значений относительной амплитуды прогиба \bar{w} , показателя сенсора $|V_s|$ и установившейся ($\tau = 0,5$) температуры виброразогрева T_m , рассчитанной при $\gamma_{s,0,l} = 2$, для указанных случаев нагружения кривыми 1 – 3 показаны на рис. 5 – 7, соответственно.

Анализ представленных результатов позволяет заключить, что учет температурной зависимости свойств материалов оболочки приводит к некоторому смещению частотных характеристик для амплитуд прогибов, электрического показателя сенсора и температуры виброразогрева в сторону уменьшения резонансной частоты. С увеличением уровня нагружения это смещение усиливается до появления области неоднозначности ветвей (участки dc и ab на рис. 5). На частоте колебаний изотермического резонанса имеет место снижение указанных величин (рис. 3, 4).

Зависимость амплитуд относительных прогибов \bar{w} и температуры виброразогрева при $\gamma_{s,0,l} = 0,5$ в точках $x = 0,25$, $x = 0,75$ (кривая 1) и $x = 0,5$ (кривая 2) оболочки от величины амплитуды нагружения с частотой $\omega = 15200 \text{ c}^{-1}$ показаны на рис. 8, 9, соответственно. Видно, что учет температурной зависимости свойств материалов на динамику и виброразогрев рассматриваемой оболочки становится необходимым при нагрузках, вызывающих относительные прогибы амплитуды $\bar{w} > 0,001$. Температур-

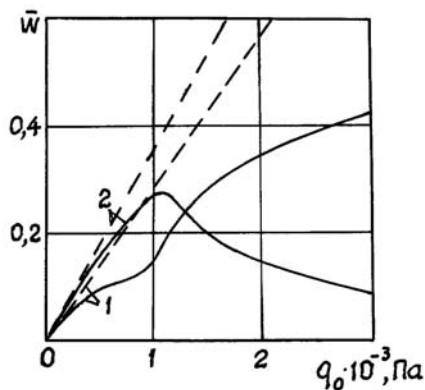


Рис. 8

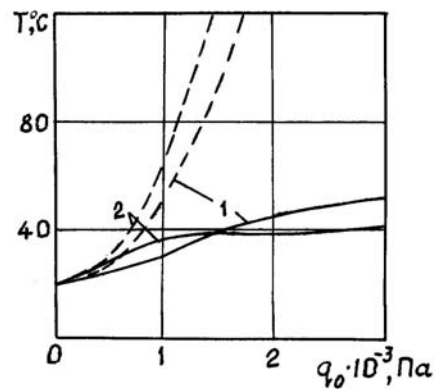


Рис. 9

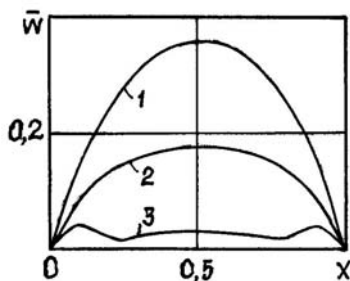


Рис. 10

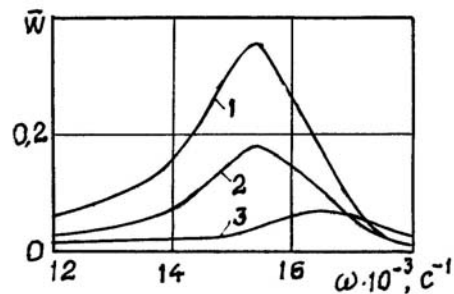


Рис. 11

ная чувствительность материалов при больших нагрузках приводит к смещению максимальных значений амплитуд прогибов и температуры виброразогрева со середины на края оболочки.

Возможность активного демпфирования первой осесимметричной моды вынужденных колебаний оболочки демонстрируют рис. 10, 11. На рис. 10 приведены кривые 1, 2, 3 распределения вдоль длины оболочки относительных амплитуд прогибов \bar{w} на изотермической ($T = 20^\circ\text{C}$) частоте $\omega = 15200\text{c}^{-1}$ колебаний при электромеханическом нагружении $\bar{q} = q_0 + V_a$ с амплитудой $q_0 = 0,1 \cdot 10^4\text{Па}$ и противофазно подведенных к актуатору разностей электрических потенциалов $V_a = 0; 6; 12\text{В}$, соответственно. Для этих вариантов нагружения амплитудно – частотные зависимости относительных прогибов \bar{w} в середине оболочки ($x = 0,5$) показаны на рис. 11. При $q_0 = 0,1 \cdot 10^4\text{Па}$ рассчитанная по формуле (11) на электродах сенсора разность электрических потенциалов $V_s = 0,46\text{В}$. Компенсирующее эту нагрузку значение $V_a = 12\text{В}$ (кривая 3) вычислено как по формулам (12), (13) при $k_a = 0,012\text{В/Па}$, так и на основании зависимостей (14), (15) при известном показателе сенсора $V_s = 0,46\text{В}$ и коэффициенте $G_{as} = 26,1$. Совпадение полученного этими подходами компенсирующего значения показателя актуатора V_a свидетельствует о приемлемости использования зависимостей (14), (15) для вычисления V_a при неизвестной механической нагрузке.

Заключение.

На основании решения взаимосвязанной задачи о вынужденных колебаниях и диссипативном разогреве вязкоупругой цилиндрической оболочки с пьезоактивными слоями исследовано влияние температурной зависимости свойств материалов, геометрических параметров оболочки и размеров пьезоэлектрических актуатора и сенсора на частотные зависимости амплитуд прогибов, показатели сенсора и температуру ви-

броразогрева. Показана возможность активного демпфирования вынужденных колебаний при подводе к актуатору противофазной механической нагрузки разности электрических потенциалов, вычисленной через показатель сенсора.

РЕЗЮМЕ. Розв'язано задачу про вимушені осесиметричні коливання і дисипативний розігрів шарнірно закріпленої циліндричної оболонки з п'єзоелектричними шарами, один з яких виконує роль сенсора, а другий – актуатора. Розглянуто питання механічного і електричного збуджень коливань і можливість демпфування механічних коливань за допомогою подачі відповідної різниці потенціалів на електроди актуаторів. Досліджено особливості впливу температурної залежності в'язкопружних властивостей матеріалів на частотні залежності прогинів, температури вібророзігріву та електричного показника сенсора при гармонічному навантаженні в області основного резонансу згинної моди коливань оболонки.

1. Жук Я.А., Гузь И.А. Активное демпфирование вынужденных колебаний шарнирно опертой балки, содержащей пьезоактивные слои, при учете геометрической и физической нелинейностей // Прикл. механика. – 2009. – **45**, № 1. – С. 118 – 135.
2. Карнаухов В.Г., Киричок И.Ф. Электротермовязкоупругость. – К.: Наук. думка, 1988. – 320 с. – (Механика связанных полей в элементах конструкций: в 5т. – Т. 4).
3. Киричок И.Ф. Осесимметричные резонансные колебания и разогрев оболочек вращения и их контроль пьезоэлектрическими сенсорами и актуаторами // Прикл. механика. – 2010. – **46**, № 8. – С. 42 – 57.
4. Киричок И.Ф., Карнаухова Т.В. Вынужденные осесимметричные колебания и разогрев вязкоупругих цилиндрических оболочек с пьезоактуаторами при учете термомеханического сопряжения // Прикл. механика. – 2010. – **46**, № 10. – С. 53 – 61.
5. Киричок И.Ф., Карнаухова Т.В., Пересунько Н.В. Резонансные осесимметричные колебания и диссипативный разогрев цилиндрических оболочек и их контроль с помощью пьезоэлектрических актуаторов // Теоретическая и прикладная механика. – Донецк: 2010. – В. **46**. – С. 132 – 140.
6. Козлов В.І., Карнаухова Т.В., Пересунько Н.В. Демпфірування вимушених осесиметричних коливань шарнірно опертої в'язкопружної циліндричної оболонки за допомогою п'єзоелектричних актуаторів // Вісн. Київ. ун-ту. Сер.: фіз.-матем. науки. – 2007. – Вип. 4. – С. 84 – 87.
7. Blanguernon A., Lene F., Bernadou M. Active control of a beam using a piezoceramic element // Smart Mater. Struct. – 1999. – **8**. – P. 116 – 124.
8. Brennan M., Elliott S., Pinnington R. The dynamic coupling between piezoceramic actuators and beam // JASA. – 1997. – **102**, N 4. – P. 1931 – 1942.
9. Gabbert U., Tzou H.S. Smart structures and structronic systems. – Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 2001. – 384 p.
10. Kirichok I.F. Forced Monoharmonic Vibrations and Vibro – Heating of Viscoelastic Flexible Circular Plates with Piezolayers // Int. Appl. Mech. – 2013. – **49**, N 6. – P. 715 – 725.
11. Kirichok I.F. Resonance Vibrations and Dissipative Heating of a Rigidly Clamped Thermoviscoelastic Beam with Piezoactuators // Int. Appl. Mech. – 2014. – **50**, N 4. – P. 421 – 429.
12. Tani J., Takagia T., Qiu J. Intelligent material systems: Application of functional materials // Appl. Mech. Review. – 1998. – **51**, N 8. – P. 505 – 521.
13. Tzou H.S., Anderson G.L.(Eds.) Intelligent structural Systems. – Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1992. – 453 p.
14. Tzou H.S. Piezoelectric Shells (Distributed Sensing and Control of Continua). – Dordrecht: Kluwer Academic Publisher, 1993. – 400 p.

Поступила 10.12.2013

Утверждена в печать 26.05.2015