

Н. О. Куз ин

ОБ ОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ИЗМЕНЕНИЯ  
СВОЙСТВ МАТЕРИАЛА

*Львовский филиал Днепрпетровского национального университета  
железнодорожного транспорта им. ак. В. Лазаряна,  
ул. Ив. Блажкевича, 12 а, 79052, Львов, Украина;  
Львовский научно-исследовательский институт судебных экспертиз,  
ул. Липинского, 54, 79024, Львов, Украина, e-mail: n\_kuzin@mail.ru*

**Abstract.** A variant of constructing the mathematical model is proposed that takes into account a change of properties of material with time under action of a load. The properties of material are considered on the thermodynamical and structural levels. The thermodynamical level includes additive dividing by the time the function of free energy on summands which take into account prehistory of loading and its current parameters. The structural level includes a presence of scalar internal variable – damageability. The obtained relationships are analyzed from positions of model and practical applications.

**Key words:** mathematical modeling, damageability, changing the properties of materials.

**Введение.**

Анализ особенностей функционирования высоконапряженных элементов конструкций в случае их выхода из строя приводит к необходимости использования подходов механики разрушения [10, 11, 16] или механики поврежденных сред [2, 12, 18].

В настоящее время оценку временного ресурса объектов эксплуатации проводят с учетом эволюции внутреннего строения материала – структуры, которая под действием внешних деформационно-термических и химических факторов изменяет свои параметры [2]. Это обстоятельство является одной из физических причин, ограничивающих использование инженерных моделей длительной прочности (усталости), в которых кинетика процесса разрушения принимается подчиненной изменению во времени внешних факторов.

Накопления структурных изменений в материале под действием внешних нагрузок являются многомасштабными и многостадийными кинетическими процессами. Они развиваются одновременно на разных масштабных уровнях: атомном, дислокационном, субструктурном, структурном, что вызывает необходимость одновременно совмещения микро-, мезо- и макроскопического модельного описания этих процессов, с необходимостью учета возможного появления волновых эффектов во время динамического изменения структуры [2, 15, 20]. Их многостадийность выражается в том, что структурные изменения в материале проходят через ряд последовательных состояний, каждое из которых характеризуется своими закономерностями и нелинейно зависят от истории эксплуатации объекта.

Все эти явления приводят к изменению во времени эксплуатационной реологии материалов деталей и узлов, т.е. изменению эффективных свойств материалов в процессе эксплуатации. Поэтому надежное прогнозирование ресурса деталей и узлов, его остаточная оценка, решение задачи установления причины выхода из строя элементов конструкции невозможно без разработки адекватных математических моделей, которые описывают доминирующие структурные процессы, происходящие при индивидуальных условиях эксплуатации рассматриваемого объекта.

## **1. Анализ вариантов описания процесса изменения эксплуатационных свойств объекта.**

Внешние нагрузки изменяют внутреннее строение – структуру материала, а также его поведение в условиях эксплуатации, то есть отклик объекта. Учет реологических параметров материалов, изменяющихся во времени (хронореологических свойств) деталей и узлов, на данный момент является актуальной проблемой.

Изучение кинетики структурных изменений и их влияния на хронореологические свойства металлических систем во времени можно условно разделить на три направления: 1) изучение физических аспектов, которые сопровождают внутреннюю перестройку материалов под действием внешних нагрузок [2]; 2) экспериментальное исследование и описание металлических систем с позиций практики использования конкретных конструкций и создания инженерных подходов (расчетных методик) [6]; 3) модельное описание структурных изменений материалов для выявления новых качественных и количественных закономерностей [3].

Результаты, полученные в каждом из направлений, дополняют другие, способствуя лучшему пониманию и учету особенностей доминирующих процессов структурной перестройки металлических систем в условиях конкретной работы исследуемой конструкции.

Ниже третье направление. При построении расчетных и модельных соотношений часто принимают, что во время работы под действием внешних нагрузок в материале исследуемого объекта происходят деградиационные процессы, которые направлены на «понижение» его механических и эксплуатационных свойств [2].

В качестве меры – характеристики этого изменения вводят переменную поврежденность или повреждаемость (в некоторых литературных источниках) [2, 6, 11]. Данная характеристика может изменяться от своего начального до критического значения, при котором объект уже эксплуатировать нецелесообразно в связи с априорным предположением о нахождении его в аварийном состоянии. При этом поврежденность принимается как аддитивная переменная, которая может иметь скалярную, векторную или тензорную природу [2, 5, 6, 12, 15]. Физическая трактовка данной переменной в настоящее время до конца не ясна и вопрос ее получения при помощи различных методик остается открытым [2, 6]. Отметим, что большое количество работ в этом направлении свидетельствует о том, что идет процесс формирования нового раздела механики – механики поврежденных сред (МПС), объединяющей эволюционные уравнения процессов деформирования и накопления повреждений [2].

Инженерные расчетные соотношения для поврежденности часто оперируют с кинематическими соотношениями, которые могут иметь детерминистическую или стохастическую природу и описываться при помощи соответствующего математического аппарата [12]. В связи с развитием вычислительной техники для исследования кинетики поврежденности используют аппарат математического моделирования – клеточные автоматы, которые позволяют также отследить коллективные («кластерные») эффекты развития структурных изменений в материалах [15].

Существующие математические модели, которые используют для описания поврежденности материалов, можно разделить на несколько направлений: 1) поврежденность связывают с возникновением микропор и микротрещин [17]; 2) направление основано на введении формального параметра поврежденности и записи для него эволюционных уравнений [3]; 3) предполагается описание поврежденности при помощи соотношений термодинамики [5].

При использовании инженерных подходов расчета долговечности конструкций часто приоритет отдается первому или второму направлению [2, 12]. Следует отметить, что ряд факторов, которые сопровождают работу конкретных деталей, таких как повышение локальной прочности, изменение эксплуатационных свойств поверхностных слоев при помощи направленных потоков массы и силового воздействия («залечивание» поврежденности), технологическую регенерацию структуры материала деталей [7] более естественно описывать при помощи подходов термодинамики.

К настоящему времени не предложено однозначных решений для описания кинетики структурных изменений в материале исследуемых объектов под действием внешних нагрузок и не изучено их влияния на механические свойства (отклик материала) при помощи подходов термодинамики.

Основным моментом в данном случае является четкое понимание физических процессов, которые происходят в материале под действием внешних нагрузок, выделение из них доминирующих, адекватное введение переменных, описывающих эти процессы, и их учет в термодинамических соотношениях.

Одним из методов решения данной проблемы является построение определяющих соотношений математической модели [9]. При этом, согласно [4], используют в основном три подхода, которые базируются на рассмотрении таких сред: с внутренними параметрами состояния; с памятью и сред скоростного типа.

Принципиально другой подход предложен в [8], где несовершенства кристаллического строения тела описываются в механике сплошных сред при помощи методов неевклидовой геометрии. В результате удалось получить нелинейные уравнения, которые описывают континуальную теорию дефектов и в линейном приближении могут быть использованы для описания динамики дислокаций и дисклинаций.

В работе [1] предложен «опосредовательный» учет структурных изменений в материале при помощи расширенного рассмотрения понятия функций – источника энтропии и массы. Данное дополнение автор трактует как массовую и энтропийную характеристику микродефектов, которые могут быть вакансиями, дислокациями, границами зерен или трещинами. Это утверждение имеется и в монографии [13], где также указано, что производство энтропии может иметь различную природу (не обязательно тепловую).

Иной подход предложен в работе [5], в которой приведена модификация уравнения локального баланса энергии, куда, по аналогии с теорией Гриффитса, вводятся дополнительно два слагаемых – плотность внутренних источников энергии, непосредственно связанных с разрушением материала, и плотность эффективной поверхностной энергии поврежденного материала. В качестве характеристики деструктивных процессов принимается тензор второго ранга. При этом второй закон термодинамики, сформулированный в локальной форме, также претерпевает свое изменение – в нем появляются механические, термические и структурные диссипативные составляющие.

Приведенный выше анализ математических подходов к описанию структурных изменений в материалах под действием внешних нагрузок с позиций термодинамики показывает востребованность данного направления и его перспективность.

## **2. Постановка задачи. Построение математической модели.**

Новая предложенная математическая модель должна, как частный случай, учитывать предыдущие результаты и иметь следующие свойства [4]: 1) продуктивность; 2) точность; 3) адекватность; 4) устойчивость. Под продуктивностью понимается возможность реализации объекта математического моделирования по схеме: модель → алгоритм → программа → технологические (расчетные) рекомендации.

При построении математической модели, кроме вышеперечисленных, принимаются следующие требования: 1) свойства тела зависят (как результат внутренней перестройки материала) от истории кинетики изменения внешних нагрузок (силовой, термической, химической); 2) внутренняя структурная перестройка системы должна задаваться как можно меньшим числом параметров и быть доступной для инженерной реализации; 3) энергетическая природа процессов, происходящих в теле, может быть механической, тепловой или химической, при этом должна учитываться возможность структурной перестройки материала объекта нагружения.

В качестве параметров локального термодинамического состояния примем  $T$ ,  $s$ ,  $\hat{\sigma}$ ,  $\hat{e}$ ,  $\rho$ ,  $\mu$ , где  $T$  – температура;  $s$  – энтропия;  $\hat{\sigma}$  – тензор напряжений;  $\hat{e}$  – тензор деформаций;  $\rho$  – плотность;  $\mu$  – химический потенциал.

Запишем локальные уравнения баланса импульса, массы и энтропии:

$$\frac{\partial(\rho\vec{v})}{\partial t} = \vec{\nabla} \cdot \hat{\sigma}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial\rho}{\partial\tau} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_\rho = 0; \quad (2)$$

$$\frac{\partial s}{\partial\tau} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_s = \sigma_s, \quad (3)$$

где  $\vec{v}$  – вектор скорости;  $\vec{J}_\rho$  – поток массы;  $\vec{J}_s$  – поток энтропии;  $\sigma_s$  – производство энтропии;  $\vec{\nabla}$  – дифференциальный оператор Гамильтона; знак  $(\cdot)$  – символ скалярного произведения.

Для внутренней энергии уравнение Гиббса запишем в виде

$$du = \hat{\sigma} \cdot d(\vec{\nabla} \otimes \vec{u}) + Tds + \mu d\rho; \quad (4)$$

$$\sigma_s = (\vec{\nabla}T) \cdot \vec{J}_s - (\vec{\nabla}\mu) \cdot \vec{J}_\rho, \quad (5)$$

где  $\vec{u}$  – вектор перемещений; знак  $(\cdot\cdot)$  – двойное скалярное произведение;  $\otimes$  – символ диадного произведения.

Введем свободную энергию системы [4]:

$$f = u - Ts; \quad f \equiv f(T, \hat{e}, \rho); \quad (6)$$

$$df = -sdT + \hat{\sigma} \cdot d(\vec{\nabla} \otimes \vec{u}) + \mu d\rho; \quad (7)$$

$$s = -\frac{\partial f}{\partial T}; \quad \hat{\sigma} = \frac{\partial f}{\partial \hat{e}}; \quad \mu = \frac{\partial f}{\partial \rho}. \quad (8)$$

Предположим, что свободная энергия зависит не только от истории деформации, но и от истории изменения температуры [13]; представим ее в виде

$$f(t) = \int_0^t K(t, \tau) g(T, \hat{e}, \rho) d\tau, \quad (9)$$

где  $K(t, \tau)$  – ядро наследственности,  $g(T, \hat{e}, \rho)$  – функция, энергетически учитывающая изменение внутренних параметров (данную функцию можно, в частности, принимать как термофлуктуационную функцию преодоления энергетических барьеров).

Для рассматриваемых объектов примем гипотезу затухающей памяти [13, 14], согласно которой более отдаленные в прошлом состояния термодинамической системы мало влияют на значения активных и реактивных переменных в данный момент времени.

Предположим, что свободную энергию в произвольный фиксированный момент времени  $t = t_1$  можно представить в виде

$$f(t = t_1) = f^0 + f^1, \quad (10)$$

где  $f^0$  – свободная энергия, которая задана текущим значением температуры, тензором деформаций, плотностью;  $f^1$  – свободная энергия, которая задана историей изменения указанных величин.

Предложенное модельное представление (10) соответствует следующим положениям: 1) новое модельное описание учитывает, как частный случай, более простые модели – при  $f^1 = 0$  имеем «классические» модели, в частности, для упругих систем; 2) если объект в текущий момент времени находится вне нагружения ( $f^0 = 0$ ), но был в условиях эксплуатации, данное обстоятельство не означает, что он находится в состоянии термодинамического равновесия, что учитывается слагаемым  $f^1$ .

Второе слагаемое выражения (10), в общем случае, является сложной функциональной зависимостью от начального состояния материала и истории его нагружения. Внешние нагрузки отражаются на изменении внутреннего строения – структуры материала, что, в свою очередь, влияет на внешнее поведение материалов под нагрузкой в текущий момент времени. Поэтому рассматривая временной промежуток  $\tau \in (0; \tau_1]$ , примем, что  $f^1$  соответствует временному интервалу  $\tau \in (0; \tau_1)$ , а  $f^0 - \tau = \tau_1$ .

Принимая, что  $f^1$  зависит от внутреннего строения – структуры материала, необходимо задать количество переменных, описывающих данную структуру [18].

Свяжем  $f^1$  со скалярной переменной – поврежденностью:

$$f^1 \equiv f^1(\omega). \quad (11)$$

Необходимость и «достаточность» введения именно скалярной переменной для описания поврежденности показана в работе [6], где предложена достаточно доступная методика измерения кинетики этой величины – метод LM – твердости.

Запись балансового уравнения для данной величины в некоторых работах, в частности [1, 3], представляют в виде кинетических соотношений вида

$$\frac{d\omega}{dt} = z(\hat{e}, T, \omega), \quad (12)$$

или, учитывая возможность ее «перемещения», представляют в виде:

$$\dot{\omega} + \vec{\nabla} \cdot \vec{J}_\omega = z(\hat{e}, T, \omega), \quad (13)$$

что характерно, в частности, для дислокационных и дисклинационных структур.

### 3. Анализ результатов. Пример эволюционных соотношений для случая силового взаимодействия.

Проанализируем приведенные выше соотношения для описания хронореологического поведения сред в условиях учета только силового воздействия.

Запишем соотношение (9) с учетом модельного представления (11):

$$\hat{\sigma} = \frac{\partial f}{\partial \hat{e}} = \frac{\partial f^0}{\partial \hat{e}} + \frac{\partial f^1}{\partial \hat{e}} = \frac{\partial f^0}{\partial \hat{e}} + \frac{\partial f^1}{\partial \omega} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial \hat{e}}. \quad (14)$$

В пределах линейных физических соотношений для изотропного тела получим

$$\frac{\partial f^0}{\partial \hat{e}} = Ke\hat{I} + 2G\left(\hat{e} - \frac{1}{3}e\hat{I}\right), \quad (15)$$

где  $K$  – модуль объемного сжатия;  $G$  – модуль сдвига;  $e = \hat{e} \cdot \hat{I} = \vec{\nabla} \cdot \vec{u}$  – первый инвариант тензора деформаций;  $\hat{I}$  – единичный тензор.

Предположим, что второе слагаемое (14) можно представить в виде

$$\frac{\partial f^1}{\partial \omega} \cdot \frac{\partial \omega}{\partial \hat{e}} = \frac{\omega}{1-\omega}Ke\hat{I} + \frac{\omega}{1-\omega}2G\left(\hat{e} - \frac{1}{3}e\hat{I}\right). \quad (16)$$

Данное представление можно трактовать как модельное приближение на континуальном уровне при помощи напряженно-деформированного состояния долговременной разупрочненности конструкции. Выбор множителя связан с необходимостью на функциональном уровне учета нелинейной динамики поврежденности конструкций, которая приведена, в частности, в [11, 18].

С учетом (16) соотношение (14) принимает вид

$$\hat{\sigma} = \frac{K}{1-\omega} e\hat{I} + \frac{2G}{1-\omega} \left( \hat{e} - \frac{1}{3} e\hat{I} \right). \quad (17)$$

В данном соотношении (17) поврежденность –  $\omega$ , соответствует «классическому» модельному представлению [3] как уменьшение отклика материала:  $\omega = 0$  – для абсолютно исправной конструкции;  $\omega = 1$  – для конструкции, которая находится в критическом состоянии.

#### 4. Числовые результаты.

Проведем анализ графического представления динамики нормализованного изменения поврежденности конструкции (рис.), которую представим в следующем виде:

$$g(x) = \frac{1}{g_{\max}} \frac{\partial \left( \frac{\partial f^1}{\partial \hat{e}} \right)_1}{\partial \omega}, \quad (18)$$

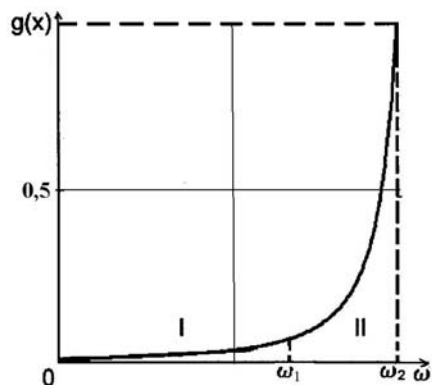
где  $\left( \frac{\partial f^1}{\partial \hat{e}} \right)_1 = (\omega / (1-\omega))$  – нормализованная поврежденность конструкции (величина соотношения  $\partial f^1 / \partial \hat{e}$  без учета величины напряжений);  $g_{\max}$  – максимальное значение функции  $\partial \left( \frac{\partial f^1}{\partial \hat{e}} \right)_1 / \partial \omega$  на интервале  $[0, \omega_2]$ , где  $\omega_2$  – критическое значение поврежденности конструкции.

В данном графическом представлении можно выделить следующие зоны жизненного цикла конструкций: *I* – зона «линейного» накопления повреждений (зона, в которой изменения повреждаемости возможно описывать с использованием линейных моделей; в литературе такая часть жизненного цикла называется периодом нормальной эксплуатации); *II* – зона с ярко выраженным возрастающим нелинейным накоплением повреждений (в литературе такая часть жизненного цикла называется периодом ускоренного старения, разупрочнения конструкции или периодом катастрофического износа). Для недопущения этого периода деталь изымают из эксплуатации или поддают технологической модификации, которая существенно уменьшает уровень поврежденности в материале конструкции.

Динамика разупрочнения конструкции: по оси абсцисс – величина поврежденности, по оси ординат – динамика нормализованного изменения поврежденности конструкции  $g(x)$ ,  $\omega_1$  – значение поврежденности, при котором происходит изменение параметров динамики разупрочнения конструкции.

Отметим, что в графическом представлении не показано изменение жизненного цикла конструкции во время такого этапа как приработка, поскольку во время функционирования в данном этапе существенно изменяются не закономерности развития поврежденности, а параметры функционирования всей конструкции.

Проведенный анализ показывает, что полученные как аналитические (соотношения (14) – (18)), так и графические результаты (рис.), находятся в соответствии с современ-



ными представлениями работ по прогнозированию ресурса машин и конструкций, и, как частный случай, учитывают более простые модели разупрочнения материала [2, 6, 11, 14, 15].

### 5. Установление пределов использования данных моделей.

При построении математической модели использованы «классические» балансовые соотношения (1) – (3), соотношения для внутренней энергии (5) и функции производства энтропии (6). Также предполагается, что связь между термодинамическими потоками и силами линейна и описывается соотношениями Онзангера.

Самым «непростым» фрагментом новой модели есть получение физических соотношений на основе выражения (9) или (11), особенно учет второго слагаемого на основе переменной поврежденности, а также построение балансовых соотношений вида (12) или кинетических вида (13).

Предложенный подход является одним из немногих, позволяющих учесть хронореологию сред и перейти к постановкам «связанных» задач механики, в которых эксплуатационные характеристики деталей зависят как от внешней нагрузки, так и от кинетики ее изменения.

Поскольку предложенная модель – модель континуального описания, необходимо установить пределы, в которых ее можно использовать.

Так как модель предполагается для описания поведения металлических материалов, деталей (в частности, интенсивно нагруженных элементов железнодорожных конструкций), которые работают в условиях трения и имеют геометрические параметры соразмерные 1 м, то предложенную континуальную модель целесообразно использовать при наличии микродефектов с размерами до 1 миллиметра. При таком размере дефектов аппарат механики разрушения использовать невозможно, поскольку трещины недостаточно определены, а возможности механики поврежденных сред достигают своих пределов [2].

### Заключение.

Предложенная модель изменения свойств материала со временем основана на аддитивном разложении функции свободной энергии на две составляющие, одна из которых учитывает текущее состояние объекта нагружения, а вторая – полную историю изменения внешних воздействий на материал. При этом временная нелокальность связана со скалярной переменной – поврежденностью, которая характеризует динамику внутренних изменений в структуре материала. Введение данной переменной дает возможность описания на модельном уровне как увеличения, так и уменьшения эксплуатационных параметров рассматриваемой конструкции в условиях известных нагрузок.

В качестве одной из перспективных областей применения предложенной математической модели можно выделить практические задачи железнодорожно-транспортной экспертизы [10], в которой необходимость учета изменения свойств материалов во времени присутствует практически при каждом экспертном исследовании. Для учета динамики развития деградиционной поврежденности в условиях термосиловых нагрузок можно использовать эволюционные уравнения, предложенные в [2], а при исключительно силовых воздействиях – уравнения, приведенные в работе [3].

РЕЗЮМЕ. Запропоновано варіант побудови математичної моделі, що враховує зміну властивостей матеріалів у часі під дією прикладених до тіла навантажень. При цьому властивості матеріалів розглянуто на термодинамічному рівні з аддитивним розкладом за часовим параметром функції вільної енергії на складові, що враховують передісторію навантажень тіла і його поточні параметри, а на структурному – зі скалярною внутрішньою змінною – пошкодженістю. Дано аналіз отриманих в рамках введених уявлень співвідношень з позицій модельного і практичного застосувань.

1. Бурак Я.И. Локально-градиентні моделі термопружності для тіл з мікродефектами // Фізико-хімічна механіка матеріалів. – 1996. – № 2. – С. 15 – 23.
2. Волков И.А., Коротких Ю.Г. Уравнения состояния вязкоупруго-пластических сред с повреждениями. – М.: Физматлит, 2008. – 424 с.

3. Голуб В.П. Определяющие уравнения в нелинейной механике поврежденности // Прикл. механика. – 1993. – 29, № 10. – С. 37 – 49.
4. Зарубин В.С., Кувыркин Г.Н. Математические модели термомеханики. – М.: Физматлит, 2002. – 168 с.
5. Кондауров В.И., Фортвов В.Е. Основы термомеханики конденсированной среды. – М.: МФТИ, 2002. – 336 с.
6. Лебедев А.А., Швец В.П. Оценка поврежденности конструкционных сталей по параметрам рассеяния характеристик твердости материалов в нагруженном и разгруженном состояниях // Пробл. прочности. – 2008. – № 3. – С. 29 – 37.
7. Ляшенко Б.А., Соловых Е.К., Мирненко В.И. Оптимизация технологии нанесения покрытий по критериям прочности и износостойкости / Под ред. В.В. Харченко. – К.: Ин-т проблем прочности, 2010. – 193 с.
8. Подстригач Я.С., Повстенко Ю.З. Об одном варианте нелинейных уравнений континуальной теории подвижных дефектов // Докл. АН СССР. – 1983. – 249, № 2. – 315 – 316.
9. Савін Г.М., Руцицкий Я.Я. Элементы механики спадкових середовищ. – К.: Вища школа, 1976. – 252 с.
10. Сокол Э.Н. Крушения железнодорожных поездов. – К.: Феникс, 2009. – 376 с.
11. Bashchuk E.Yu., Boichuk V.Yu. Influence of Inhomogeneity of the Principal Stress State on the Critical Loads of f Plate with a Crack // Int. Appl. Mech. – 2013. – 49, N 3. – P. 328 – 336.
12. Bogdanoff J.L., Kozin F. Probabilistic Models of Cumulative Damage. – New York: John Wiley and Sons, 1985. – 341 p.
13. Day W.A. The thermodynamics of simple materials with fading memory. – Berlin: Springer, 1972. – 134 p.
14. Christensen R.M. Theory of viscoelasticity. – New York: Academic Press, 1971. – 245 p.
15. Collins J.A. Failure of Materials in Mechanical Design. – New York: John Wiley and Sons, 1981. – 624 p.
16. McEvily A.J. Metal Failures: Mechanisms, Analysis, Prevention. – New York: John Wiley and Sons, 2002. – 324 p.
17. Guz A.N. Three-Dimensional Problems in the Dynamics Fracture Mechanics of Materilas with Interface Crack (Review) // Int. Appl. Mech. – 2013. – 49, N 1. – P. 1 – 61.
18. Maugin G.A. The thermomechanics of plasticity and fracture. – Cambridge: Cambridge University Press, 1992. – 350 p.
19. Russ J.C., Dehoff R.T. Practical Stereology. – New York: Plemun Press, 1999. – 312 p.
20. Rushchitski J.J. On a Nonlinear Description of Love Waves // Int. Appl. Mech. – 2013. – 49, N 6. – P. 629 – 640.

Поступила 20.12.2012

Утверждена в печать 19.02.2015