Металлофиз. новейшие технол. / Metallofiz. Noveishie Tekhnol.
2018, т. 40, № 2, сс. 147–154 / DOI: 10.15407/mfint.40.02.147
Оттиски доступны непосредственно от издателя
Фотокопирование разрешено только
в соответствии с лицензией
© 2018 ИМФ (Институт металлофизики
им. Г. В. Курдюмова НАН Украины)
Напечатано в Украине.

PACS numbers: 72.15.Jf, 72.20.Pa, 73.21.Fg, 73.50.Jt, 73.50.Lw, 73.63.Hs, 85.80.-b

Недиссипативные токи в квантовой плёнке во внешнем магнитном поле

И. И. Аббасов, Х. А. Гасанов*, Дж. И. Гусейнов*, А. О. Дашдемиров*

Азербайджанский государственный университет нефти и промышленности,
просп. Азадлыг, 20,
1010 Баку, Азербайджан
**Азербайджанский государственный педагогический университет,*
ул. У. Гаджибекова, 34,
1010 Баку, Азербайджан

Приведены результаты расчёта плотности недиссипативных токов проводимости в квантовой плёнке во внешнем магнитном поле. На основе уравнения движения для матрицы плотности найдены недиагональные компоненты гальваномагнитных и термомагнитных тензоров, которые позволяют вычислять кинетические коэффициенты для квантовых плёнок. Получено известное универсальное выражение для термоэдс в квантующем магнитном поле через энтропию единицы объёма газа свободных носителей заряда.

Ключевые слова: внешнее магнитное поле, термоэдс, тонкая плёнка, плотность тока.

Наведено результати розрахунку густини недисипативних струмів провідности у квантовій плівці у зовнішньому магнетному полі. На основі рівняння руху для матриці густини знайдено недіягональні компоненти гальваномагнетних і термомагнетних тензорів, які уможливлюють обчис-

Corresponding author: Ibrahim I. Abbasov
E-mail: ibrahimabbasov179@gmail.com

Azerbaijan State Oil and Industrial University,
20 Azadliq Ave., 1010 Baku, Azerbaijan
**Azerbaijan State Pedagogical University,*
34 U. Hajibeyov Str., 1010 Baku, Azerbaijan

Citation: I. I. Abbasov, Kh. A. Hasanov, J. I. Huseynov, and A. O. Dashdemirov, Non-Dissipative Currents in a Quantum Film in an External Magnetic Field, *Metallofiz. Noveishie Tekhnol.*, **40**, No. 2: 147–154 (2018) (in Russian), DOI: 10.15407/mfint.40.02.147.

лювати кінетичні коефіцієнти для квантових плівок. Одержано відомий універсальний вираз для термоерс у квантувальному магнетному полі через ентропію одиниці об'єму газу вільних носіїв заряду.

Ключові слова: зовнішнє магнетне поле, термоерс, тонка плівка, густина струму.

Results of the calculation of a non-dissipative conduction-current density in a quantum film in an external magnetic field are presented. Based on the motion equation for the density matrix, nondiagonal components of the galvanomagnetic and thermomagnetic tensors are found that allows calculating kinetic coefficients for quantum films. A well-known universal expression for thermopower in a quantizing magnetic field is obtained using the unit-volume entropy for a gas of free charge carriers.

Key words: external magnetic field, thermopower, thin film, current density.

(Получено 15 августа 1917 г.; окончат. вариант — 10 января 2018 г.)

1. ВВЕДЕНИЕ

Исследование электронных свойств структур, в которых существенную роль играет квантование движения носителей тока из-за ограниченности пространственных размеров, представляет особый интерес для современной физики твёрдых тел. В тонких плёнках, где при определённых условиях движение носителей заряда является квантованным в поперечном к плоскости плёнки направлении, электронная система становится квазидвумерной. Современные технологии позволяют создавать структуры, в которых движение электронов ограничено не только в одном, но и в двух и даже во всех трёх измерениях. При этом возникают квазиодномерные (квантовые проволоки) либо квазинульмерные (квантовые точки) электронные системы с уникальными свойствами.

Квантовые точки и квантовые ямы широко используются для создания различных оптоэлектронных устройств [1], в качестве флуоресцентных материалов в химических сенсорах [2], в биотехнологии [3], в медицинской диагностике [4] и во множестве других сфер.

Изучению электронных явлений переноса в размерно-квантованных плёнках и проволоках посвящён ряд работ [5, 6]. В частности, методом квантового кинетического уравнения исследовалась проводимость тонких плёнок в магнитном поле. В [7] рассматривалась термоэдс вырожденного электронного газа в тонкой проволоке в сильном магнитном поле. Были проанализированы случаи продольного и поперечного магнитного поля относительно оси проволоки. В обзоре [8] обсуждались квантовые размерные эффекты в термоэлектрических материалах. Было обнаружено радикальное изменение электронной плотности состояний путём уменьшения размерности материалов. Это приводит к усилению коэффициента Зеебека и позволяет полуметаллам перейти в полупроводниковое состояние. Обсуждалось также уменьшение решёточной теплопроводности под влиянием конфайнмента фононов и рассеяния их на границе раздела.

В настоящей работе вычислены плотности недиссипативных токов проводимости в квантовой плёнке во внешнем магнитном поле. На основе уравнения движения для матрицы плотности найдены недиагональные компоненты гальваномагнитных и термомагнитных тензоров.

2. ТЕОРИЯ

В проводящих средах термомагнитные и гальваномагнитные явления определяются двумя векторными потоками: плотностью тока $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ и плотностью теплового потока $\mathbf{W}(\mathbf{r})$ [9]. Таким образом, построение микроскопической теории термомагнитных и гальваномагнитных явлений сводится к вычислению величин $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{W}(\mathbf{r})$. Для этого нужно знать соотношения, связывающие эти потоки с электрическим полем и температурным градиентом.

Эти соотношения задаются следующими уравнениями переноса:

$$J_i = \sigma_{ik}E_k - \beta_{ik}\nabla_k T, \quad W_i = \gamma_{ik}E_k - \chi_{ik}\nabla_k T.$$

Здесь $i, k = x, y, z$ обозначают декартовы компоненты соответствующих векторов, и суммирование производится по повторяющимся индексам. Коэффициенты, входящие в выражения $\mathbf{J}(\mathbf{r})$ и $\mathbf{W}(\mathbf{r})$ для этих потоков должны удовлетворять соотношению Эйнштейна и принципам симметрии Онзагера, которые являются результатом термодинамики необратимых процессов.

При изучении кинетических эффектов в магнитном поле приходится учитывать диагональные, а также недиагональные компоненты гальваномагнитных и термомагнитных тензоров, входящих в состав выражения для плотности тока [10, 11]:

$$J^x = \sigma_{xx}E_x + \sigma_{xy}E_y - \beta_{xx}\nabla_x T = 0, \; J^y = \sigma_{yx}E_x + \sigma_{yy}E_y - \beta_{yx}\nabla_x T = 0.$$

Предположим, что внешнее магнитное поле направлено вдоль оси координат z, а электрическое поле и градиент температуры — вдоль оси x. Соответственно, недиссипативные токи возникают в направлении оси y.

Среднее значение плотности тока, создаваемого электронами, определяется следующей формулой:

$$\mathbf{J} = -e\sum_{\alpha\alpha'} \nu_{\alpha\alpha'} \rho_{\alpha'\alpha} \,. \tag{1}$$

Здесь $\alpha = (N, K_y, K_z)$ — набор квантовых чисел.

В квантовой плёнке гамильтониан

$$\hat{H} = \frac{\hat{P}_x^2}{2m} + \frac{1}{2m}\left(\hat{P}_y + \frac{e}{c}A_y\right)^2 + \frac{\hat{P}_z^2}{2m} + U(x), \tag{2}$$

где $U(x)$ — потенциал, ограничивающий движение электрона, $A_y = xB$, B — индукция магнитного поля. Будем предполагать, что потенциал $U(x)$ имеет вид: $U(x) = m\omega_0^2 x^2/2$. Собственные значения и собственные функции гамильтониана (2) выглядят следующим образом:

$$\varepsilon_\alpha = \hbar\omega\left(N + \frac{1}{2}\right) + \left(\frac{\omega_0}{\omega}\right)^2 \frac{\hbar^2 k_y^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_z^2}{2m}, \quad \phi_\alpha(x, y, z) = \frac{1}{2\pi}\phi_N(x - x_\alpha)\, e^{ik_z z} e^{ik_y y}. \tag{3}$$

Здесь $\phi_N(x - x_\alpha)$ — функции осциллятора:

$$\phi_N(x - x_\alpha) = \frac{1}{\sqrt[4]{\pi}\sqrt{R}\sqrt{2^N N}}\, e^{-\left(\frac{x - x_\alpha}{\sqrt{2}R}\right)^2} H_N\left(\frac{x - x_\alpha}{R}\right),$$

$H_N\left(\frac{x - x_\alpha}{R}\right)$ — полином Эрмита, $\omega = \sqrt{\omega_0^2 + \omega_C^2}$ — гибридная частота, $\omega_C = \frac{eB}{mc}$ — циклотронная частота, $x_C = -\frac{\omega_0}{\omega}R^2 k_y$ — координата центра осциллятора, $R = \sqrt{\frac{\hbar}{m\omega}}$ — магнитная длина.

Элементы матриц компонент операторов скорости, вычисленные на основе функций (3), имеют вид:

$$\hat{v}^x_{\alpha\alpha'} = i\omega R \delta_{K_y, K_y'}, \ \delta_{K_z, K_z'}, \ \left(\delta_{N', N-1}\sqrt{\frac{N}{2}} - \delta_{N', N+1}\sqrt{\frac{N+1}{2}}\right),$$

$$\hat{v}^y_{\alpha\alpha'} = \omega_C R \delta_{K_y, K_y'}, \ \delta_{K_z, K_z'}, \ \left(\delta_{N', N-1}\sqrt{\frac{N+1}{2}} - \delta_{N', N+1}\sqrt{\frac{N}{2}}\right) + \frac{\omega_0^2}{m\omega^2}\hbar k_y \delta_{\alpha\alpha'},$$

$$\hat{v}^z_{\alpha\alpha'} = \frac{1}{m}\hbar k_z \delta_{\alpha\alpha'}. \tag{4}$$

Если в (1) подставить выражение (4), то получим:

$$J^x = -ie\omega R \sum_\alpha \left(\rho_{N-1, N}\sqrt{\frac{N}{2}} - \rho_{N+1, N}\sqrt{\frac{N+1}{2}}\right),$$

$$J^y = -e\omega_C R\sum_{\alpha}\left(\rho_{N+1,N}\sqrt{\frac{N+1}{2}} + \rho_{N-1,N}\sqrt{\frac{N}{2}}\right) - e\frac{\omega_0^2\hbar}{m\omega^2}\sum_{\alpha} k_y\rho_{\alpha,\alpha},$$

$$J^z = -e\frac{\hbar}{m}\sum_{\alpha} k_z\rho_{\alpha,\alpha}.$$

Матрица плотности в нулевом приближении по рассеянию выглядит следующим образом:

$$\rho^{(0)}_{\alpha'\alpha} = eE_x x_{\alpha'\alpha}\frac{f_{\alpha'} - f_{\alpha}}{\varepsilon_{\alpha'} - \varepsilon_{\alpha}}. \qquad (5)$$

Отсюда находим компоненту гальваномагнитного тензора:

$$\sigma_{yx} = \frac{\omega_C e^2}{m\omega^2}\sum_{\alpha} f_{\alpha} = \frac{n\omega_C e^2}{m\omega^2}.$$

Соотношения взаимности Онзагера, исходя из временной симметрии микроскопических процессов в среде, задают пространственную симметрию для скалярных и векторных полей. В соответствии с соотношениями Онзагера матрица σ_{ik} симметрична:

$$\sigma_{yx}(B) = \sigma_{xy}(-B) = \frac{n\omega_C e^2}{m\omega^2}.$$

Для расчёта компоненты β_{xy} воспользуемся соотношением Кельвина–Онзагера [10]:

$$\beta_{xy}(B) = \frac{1}{T}\gamma_{yx}(-B),$$

где $\gamma_{yx} = \gamma^{(0)}_{yx} - cM$, $M = -\left(\partial Q/\partial B\right)_{\zeta,T}$ — магнитный момент, приходящийся на единицу объёма, а γ^{0}_{yx} — компонента тензора для теплового потока

$$W^y = \frac{1}{2}\sum_{\alpha\alpha'}\rho_{\alpha'\alpha}v^y_{\alpha\alpha'}(\varepsilon_{\alpha} + \varepsilon_{\alpha'} - 2\zeta). \qquad (6)$$

Подставляя (5) в (6), получим:

$$\begin{aligned}\gamma^{(0)}_{yx} &= -\frac{e\omega_C R^2}{\hbar\omega}\sum_{Nk}\left(\varepsilon_{Nk} - \zeta + \left(N + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega\right)f_{Nk} = \\ &= -\frac{e\omega_C R^2}{\hbar\omega}\left(\overline{\varepsilon} - \zeta n + \sum_{Nk}\left(N + \frac{1}{2}\right)\hbar\omega f_{Nk}\right).\end{aligned} \qquad (7)$$

Для нахождения γ_{yx} нужно вычесть из этого выражения величину cM.

Непосредственные расчёты дают:

$$MB = -\Omega\left(\frac{\omega_C}{\omega}\right)^2 - (k_0T)^2\frac{1}{2\pi}\frac{m}{\hbar^2}\frac{\omega}{\omega_C}\left(\frac{\omega_C}{\omega}\right)^2\sum_N X_N \log\left[1+\exp(\eta - X_N)\right],$$

где $X_N = \dfrac{\left(N+\dfrac{1}{2}\right)\hbar\omega}{k_0T}$, $\eta = \dfrac{\zeta}{k_0T}$.

В выражении (7) перейдём от суммы к интегралу, в результате формула (7) приобретает следующий вид:

$$\gamma_{yx}^{(0)} = -\frac{e\omega_C R^2}{\hbar\omega}\left(\overline{\varepsilon} - \zeta n - \frac{B\omega^2}{\omega_C^2}M - \Omega\right).$$

С другой стороны, по определению термодинамического потенциала:

$$\Omega = \overline{\varepsilon} - \zeta n - TS.$$

Здесь S — энтропия электронного газа, ζ — химический потенциал. Тогда

$$\gamma_{yx}^{(0)} = -\frac{e\omega_C R^2}{\hbar\omega}\left(\overline{\varepsilon} - \zeta n - \frac{B\omega^2}{\omega_C^2}M - \Omega\right)$$

и окончательно

$$\gamma_{yx} = \gamma_{yx}^{(0)} - cM = \frac{e\omega_C}{\omega^2 m}TS = -TS\frac{c}{B}\left(\frac{\omega_C}{\omega}\right)^2.$$

В результате получим следующее выражение для β_{xy}:

$$\beta_{xy} = \frac{1}{T}\gamma_{yx}(-B) = S\frac{c}{B}\left(\frac{\omega_C}{\omega}\right)^2.$$

Для квантовой проволоки аналогичная формула была получена ранее Блохом [7].

Полученные в данной работе выражения для тензоров кинетических коэффициентов гальваномагнитных и термомагнитных явлений позволяют рассчитать термоэлектрические эффекты. Как известно, для вычисления термоэдс необходимо знать недиагональные компоненты гальвано- и термомагнитных тензоров σ_{xy} и β_{xy}.

Даже если не учитывать рассеяние электронов на дефектах, то термоэдс

$$\alpha(B) = \frac{\beta_{xy}}{\sigma_{xy}}.$$

Из формулы, впервые полученной Образцовым [12], находим известное универсальное выражение, связывающее термоэдс в квантующем магнитном поле с энтропией единицы объёма газа свободных носителей заряда

$$\alpha(B) = -\frac{S}{en}. \tag{8}$$

Очевидно, что в этом случае термоэдс выражается через энтропию электронного газа [12], которая в свою очередь пропорциональна плотности состояний, а на основе известной плотности состояний, можно вычислить термодинамические величины — энтропию и теплоёмкость, а также термоэдс.

3. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Используя выражения для плотности недиссипативных токов, вычислены недиагональные компоненты гальваномагнитных и термомагнитных тензоров, которые позволяют рассчитать кинетические коэффициенты. Для квантовой плёнки с параболическим потенциалом, ограничивающим движение электронов, получено известное универсальное выражение, выражающее термоэдс в квантующем магнитном поле через энтропию единицы объёма газа свободных носителей заряда.

ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. P. Bhattacharya, S. Ghosh, and A. D. Stiff-Roberts, *Ann. Rev. Mater. Res.*, **34**: 1 (2004).
2. L. Basabe-Desmonts, D. N. Reinhoudt, and M. Crego-Calama, *Chem. Soc. Rev.*, **36**: 993 (2007).
3. S. J. Rosenthal, J. McBride, S. J. Pennycook, and L. C. Feldman, *Surf. Sci. Rep.*, **62**, No. 4: 111 (2007).
4. M. N. Rhyner, A. M. Smith, X. Gao, H. Mao, L. Yang, and S. Nie, *Nanomedicine*, **1**: 209 (2006).
5. Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн, *Электронные свойства двумерных систем* (Москва: Мир: 1985).
6. Б. А. Тавгер, В. Я. Демиховский, *УФН*, **96**: 61 (1968).
7. М. Д. Блох, *ФТТ*, **17**: 896 (1975).
8. J. Mao, Z. Liu, and Z. Ren, *Quantum Materials*, **1**: 16028 (2016).

9. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Электродинамика сплошных сред* (Москва: Наука: 1982).
10. Б. М. Аскеров, *Кинетические эффекты в полупроводниках* (Ленинград: Наука: 1970).
11. Э. П. Синявский, Р. А. Хамидуллин, *ФТП*, **40**, вып. 11: 1368 (2006).
12. Ю. Н. Образцов, *ФТТ*, **7**, № 2: 573 (1965).

REFERENCES

1. P. Bhattacharya, S. Ghosh, and A. D. Stiff-Roberts, *Ann. Rev. Mater. Res.*, **34**: 1 (2004).
2. L. Basabe-Desmonts, D. N. Reinhoudt, and M. Crego-Calama, *Chem. Soc. Rev.*, **36**: 993 (2007).
3. S. J. Rosenthal, J. McBride, S. J. Pennycook, and L. C. Feldman, *Surf. Sci. Rep.*, **62**, No. 4: 111 (2007).
4. M. N. Rhyner, A. M. Smith, X. Gao, H. Mao, L. Yang, and S. Nie, *Nanomedicine*, **1**: 209 (2006).
5. T. Ando, A. Fauler, and F. Stern, *Elektronnye Svoystva Dvumernykh Sistem* (Moscow: Mir: 1985) (Russian translation).
6. B. A. Tavger and V. Ya. Demikhovskii, *Uspekhi Fizicheskikh Nauk*, **96**: 61 (1968) (in Russian).
7. M. D. Blokh, *Fizika Tverdogo Tela*, **17**: 896 (1975) (in Russian).
8. J. Mao, Z. Liu, and Z. Ren, *Quantum Materials*, **1**: 16028 (2016).
9. L. D. Landau and E. M. Lifshitz, *Elektrodinamika Sploshnykh Sred* (Moscow: Nauka: 1982) (in Russian).
10. B. M. Askerov, *Kineticheskie Effekty v Poluprovodnikakh* (Leningrad: Nauka: 1970) (in Russian).
11. E. P. Sinyavskii and R. A. Khamidullin, *Fizika i Tekhnika Poluprovodnikov*, **40**, Iss. 11: 1368 (2006) (in Russian).
12. Yu. N. Obraztsov, *Fizika Tverdogo Tela*, **7**, No. 2: 573 (1965) (in Russian).