

## НЕКОТОРЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ КОМПЬЮТЕРНОГО ИССЛЕДОВАНИЯ БАЗОВОГО АЛГОРИТМА АДАПТИВНОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ

Г.Б. ОДИШАРИЯ, Г.И. КОЧОРАДЗЕ

Приводятся результаты качественного (графического) анализа основных свойств работы базового алгоритма при воздействии гауссовых шумов. На основе компьютерного моделирования с использованием MatLab v.6.5 показано, что воздействие шумов усложняет динамику сходимости. При отсутствии шумов возрастает качество идентификации для реализаций с большим количеством шагов. При воздействии шумов реализации, имеющие количество шагов, меньшее или равное размерности входного вектора объекта управления, ухудшают качество идентификации, а затем с увеличением их количества многошаговые реализации базового алгоритма улучшают качество с меньшим количеством шагов.

### ВВЕДЕНИЕ

На основе методов компьютерного моделирования в статье исследуется алгоритм адаптивной идентификации, полученный с применением метода наименьших квадратов в результате минимизации функционала, отражающего среднеквадратичное отклонение модельных и измеряемых значений. Алгоритм назван базовым [например, 1, 2], потому что из него в зависимости от числа вычислительных шагов, т.е. числа измеряемых значений, используемых в процессе оценивания параметров модели, получают разные алгоритмы, которые далее в тексте описываются как конкретные реализации базового алгоритма с соответствующим числом вычислительных шагов.

Ранние исследования посвящены 1-шаговым [1, 2] и 2-шаговым [2, 3] реализациям базового алгоритма, формализовать которые из обобщенного выражения базового алгоритма удается сравнительно легко. Однако с ростом количества вычислительных шагов, используемых в конкретной реализации базового алгоритма, вывод соответствующих формул, пригодных для программных вычислений затрудняется или становится практически невозможным и неудобным в расчетах. Из этого положения авторы предлагаемой статьи нашли выход в использовании матрично-ориентированного языка программирования MatLab v.6.5.

Свойства базового алгоритма адаптивной идентификации при отсутствии стохастических воздействий на моделируемый объект управления исследованы в работе [5]. Цель данной статьи — описать поведение разных реализаций базового алгоритма при воздействии на выходе объекта управления непредсказуемых помех и произвести соответствующий анализ полученных результатов.

## ФОРМАЛЬНОЕ ПРЕДСТАВЛЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ И БАЗОВОГО АЛГОРИТМА

Рассматривается открытая система (рис. 1), состоящая из объекта управления (ОУ) и измеряющего устройства (ИУ). Предполагается, что на выходе системы с интенсивностью  $K_\xi$  воздействует нормально распределенный

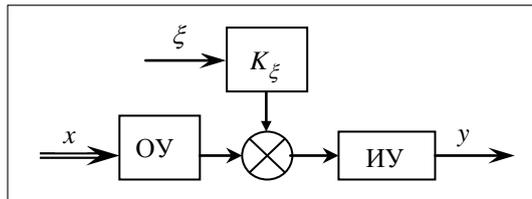


Рис. 1

гауссовский шум с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 1. На рис. 1  $y$  — скалярный выход системы;  $\xi$  — воздействующий скалярный гауссовский шум;  $x$  — измеряемый  $n$ -компонентный вектор входных переменных (обозначен двойной стрелкой).

двойной стрелкой).

Модель ОУ, описывающая зависимость скалярного выхода  $y$  от измеряемых компонентов входного вектора  $x$  в дискретные моменты времени  $N$ , представляется следующим образом:

$$y_N = h_N^T x_N + K_\xi \xi_N, \quad (1)$$

где  $h^T$  — неизвестный вектор параметров модели объекта управления, который в результате процесса идентификации заменяется его оценочным вектором  $k^T$ , определение каждой из компонент которого в каждый текущий дискретный момент времени  $N$  происходит с помощью конкретной  $m$ -шаговой реализации так называемого базового алгоритма

$$k_{iN} = \frac{\left| (1-\alpha)E_i + \alpha \sum_{j=N-m+1}^N a_i(j) \right|}{\left| (1-\alpha)E + \alpha \sum_{j=N-m+1}^N a(j) \right|}, \quad i=1,2,\dots,n, \quad j=1,2,\dots,m, \quad N=1,2,\dots, \quad (2)$$

являющегося общим решением задачи минимизации с критерием [1]

$$J = (1-\alpha)(k_N k_{N-1})^T (k_N - k_{N-1}) + \alpha \sum_{j=N-m+1}^N (y_N - k_j^T x_j)^2. \quad (3)$$

Первое слагаемое в правой части (3) отражает оценку дисперсии модельного и реального значений за все прошедшее время, а второе — текущую оценку той же дисперсии. Поэтому когда алгоритмический параметр  $\alpha$  выбран максимальным, т.е. когда  $\alpha=1$ , первое слагаемое в правой части выражения (3), отражающее предысторию процесса, становится малозначимой, и оценивание соответствующих параметров происходит на основе текущих измеряемых значений. Противоположный случай, т.е. когда значение  $\alpha$  близко к нулю, отражает факт учета с очень малым весом в оцениваниях

параметров модели (1) текущих измеряемых значений. Таким образом, алгоритмический параметр  $\alpha$  может меняться на полусегменте  $(0,1]$ . В зависимости от того, насколько достоверны текущие измеряемые значения, выбирается конкретное значение  $\alpha$ . Например, если процесс детерминированный, и стало быть измеряемые значения максимально достоверны,  $\alpha$  выбирается равной 1.

В выражении (2)  $E$  — единичная матрица;  $E_i$  — матрица, полученная из единичной при замене в ней  $i$ -го столбца вектором

$$k_{N-1}^T = \{k_{1,N-1}, k_{2,N-1}, \dots, k_{n,N-1}\}^T,$$

а матрица  $a(j)$  является оценкой корреляционной матрицы входных воздействий, соответствующей  $j$ -му такту. Матрица  $a_j(j)$  отличается от  $a(j)$  тем, что  $i$ -й столбец в ней заменен столбцом

$$\|x_{1,N-m} + j y_{N-m+j} x_{2,N-m+j}, \dots, x_{n,N-m+j} y_{N-m+j}\|,$$

$$j=1, 2, \dots, m, \quad j=1, 2, \dots, n, \quad n=1, 2, \dots \quad (4)$$

В выражениях (2) – (4)  $m$  — число вычислительных шагов, отражающее количество измеряемых величин в вычислениях для оценивания параметров модели (1). Таким образом число  $m$  определяет количество вычислительных шагов в расчетах по оцениваниям неизвестных параметров с использованием конкретной реализации базового алгоритма (2).

В результате проведения процедуры оценивания неизвестного вектора  $h^T$  исходная модель (1) заменяется оценочной моделью

$$y_N^* = k_{n-1}^T x_N. \quad (5)$$

Структура, приведенная на рис. 1, выбирается потому, что в данной статье акцентируется внимание именно на оценивании модели, а координаты входного вектора  $x$  должны быть линейно независимы. Это обеспечивает наиболее возможную сходимость той или иной реализации базового алгоритма адаптивной идентификации. Исследование свойств алгоритма адаптивной идентификации в режиме управления с обратной связью, т.е. в режиме включения в цепи обратной связи адаптивного идентификатора, является темой дальнейших исследований. В таком режиме были проведены исследования одношагового алгоритма [1, 2]. Сходимость в этом случае ухудшалась по сравнению с открытой схемой (рис. 1), поскольку одна из входных компонент воспринималась как управляющее воздействие, линейно зависящее от других составляющих входного вектора  $x$ , чем нарушалась линейная независимость.

## УСЛОВИЯ КОМПЬЮТЕРНОГО ЭКСПЕРИМЕНТА

Компьютерное исследование свойств алгоритма происходит следующим образом.

Вводится вектор ошибки  $\theta_N^T = (h - k_N)^T$ , компоненты которого рассчитываются по формуле

$$\theta_{i,N} = h_i - \frac{\left| (1 - \alpha)E_i + \alpha \sum_{j=N-m+1}^N a_i(j) \right|}{\left| (1 - \alpha)E + \alpha \sum_{j=N-m+1}^N a(j) \right|}, \quad j=1,2,\dots,m, \quad i=1,2,\dots,n. \quad (6)$$

Компоненты  $h_i$ ,  $i=1,2,\dots,n$  неизвестного вектора  $h^T$  из (2) выбираются как равномерно распределенные случайные величины в соответствующем цикле соответствующей программы.

Ошибка идентификации оценивается евклидовой нормой

$$|\theta_N|^2 = \theta_N^T \theta_N = \theta_{1,N}^2 + \theta_{2,N}^2 + \dots + \theta_{v,N}^2 + \dots + \theta_{n,N}^2 \quad (7)$$

с исходным значением  $|\theta_0|^2 = 100$ .

Значения компонент  $x_{1N}, \dots, x_{nN}$  входного вектора выбраны нормально распределенными случайными величинами с нулевым математическим ожиданием и дисперсией 1. Как отмечалось выше, воздействующий на модель (1) шум  $\xi_N$ , является гауссовским и имеет также математическое ожидание, равное нулю, и дисперсию, равную 1. С целью обеспечения статистической эквивалентности воздействующего на объект шума относительно компонент входного вектора  $x$  в выражении (1) предполагалось  $K_\xi = 1$ .

Исследуется модель (1) с десятью компонентами входного вектора  $x$ , т.е. полагается  $n=10$ .

Так как в данной статье предлагается сугубо компьютерное исследование, то исходная информационная выборка измерительных данных формируется соответствующим генератором случайных чисел из MatLab v.6.5.

## РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ БАЗОВОГО АЛГОРИТМА

Приведенные ниже графики отображают зависимость изменения во времени ошибки идентификации, т.е. на осях абсцисс изображено дискретное время  $N$  (шаги итерации), а на осях ординат — соответствующее изменение квадрата нормы ошибки идентификации (7), рассчитываемой по формуле (6). Изображенные кривые — 1-, 2-, 5-, 10-, 50-, 100- и 500-шаговые реализации базового алгоритма — при значениях  $m = 1, 2, 5, 10, 50, 100, 500$ .

1. Алгоритмический параметр в (2) очень мал:  $\alpha = 0,0001$ . На рис. 2 видна монотонная сходимость ошибки идентификации к нулю с разной скоростью сходимости. Наилучшую сходимость имеет 500-шаговая реализация базового алгоритма (2), квадрат ошибки идентификации меньше  $\varepsilon = 0,0001$

в пределах  $N=500\dots600$ . 100- и 50-шаговые реализации (2) сходятся удовлетворительно в пределах  $N=600$  шагов итераций, причем 100-шаговая реализация сходится лучше, чем 50-шаговая. Остальные, приведенные на рис. 2, в пределах 600 шагов итерации далеки от даже удовлетворительной сходимости.

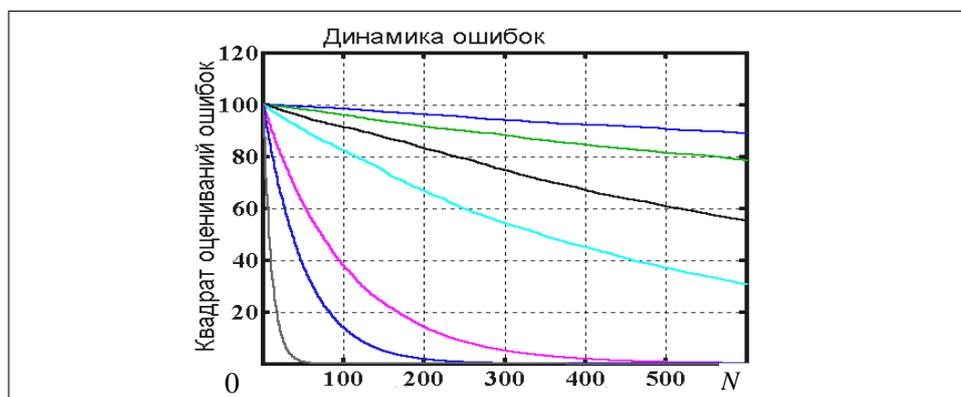


Рис. 2

На рис. 3 дано сравнение поведения 100- и 500-шаговых реализаций базового алгоритма при развитии процесса оценивания параметров во времени. Основываясь на изменении соответствующих кривых, можно заключить, что динамика сходимости у 500-шаговой реализации лучше.

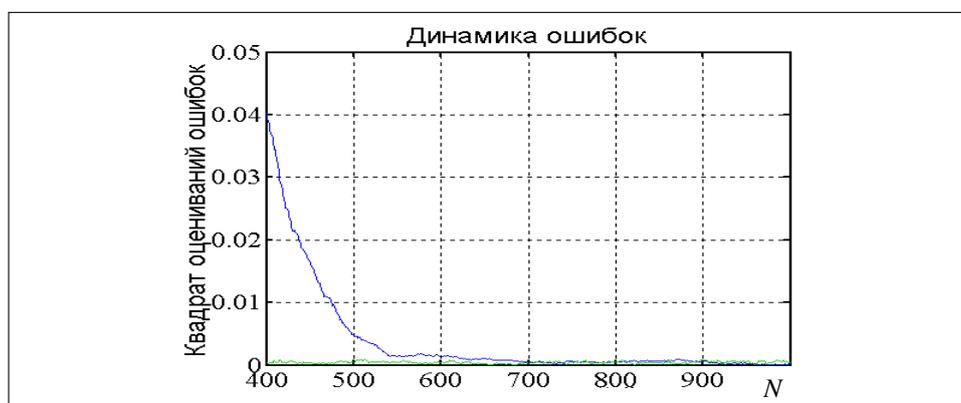


Рис. 3

2. Дальнейший рост  $\alpha$ , в частности до  $\alpha=0,01$ , улучшает сходимость всех реализаций базового алгоритма, и это показывают кривые на рис. 4, которые расположились ближе к оси ординат.

На рис. 4 кривая, соответствующая 1-шаговой реализации базового алгоритма почти совмещается с осью абсцисс примерно при  $N=250$ , в то время как при  $\alpha=0,0001$  (см. рис. 2) эта же кривая далека от сходимости. 500- и 100-шаговые реализации (2) на рис. 4 почти перекрылись и сходятся очень быстро, так как они, начиная почти с нуля, совмещены с осью абсцисс. Это указывает на существенное улучшение сходимостных качеств при  $\alpha=0,01$  по сравнению с  $\alpha=0,0001$  (см. рис. 2).

Как и при  $\alpha = 0,0001$  (см. рис. 3) более высокошаговые реализации здесь также ведут себя лучше, что видно на рис. 5. 500-шаговая реализация (сплошная линия) расположена ниже 100-шаговой (прерывистая линия). Средние значения обеих кривых колеблются соответственно в пределах 0,01–0,02 для 500-шаговой и 0,02–0,06 для 100-шаговой реализаций базового алгоритма (2).

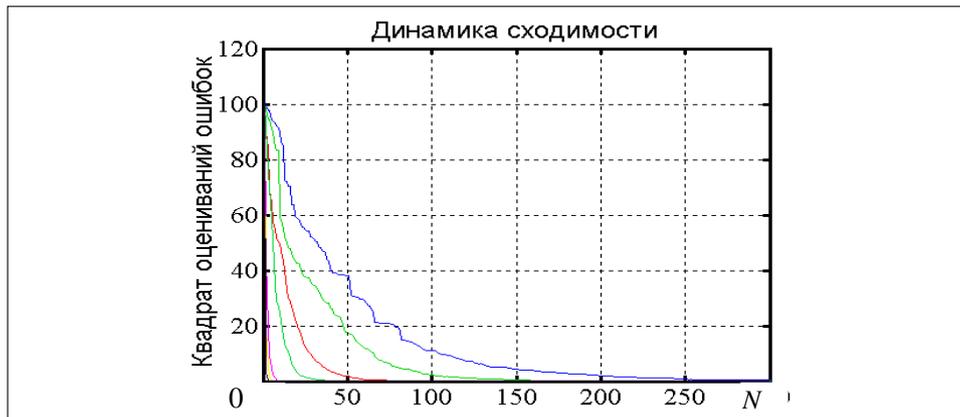


Рис. 4

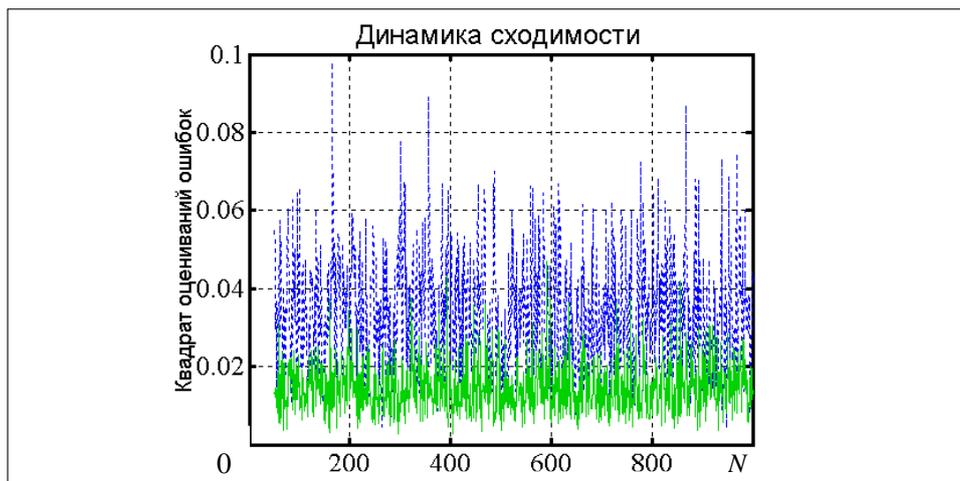


Рис. 5

3. Рассмотрим случай, когда  $\alpha$  больше 0,1. На рис. 6 приведен график для  $\alpha = 0,125$ , из которого видно усиление тенденции повышения качества сходимости. 1-шаговая реализация почти совмещается с осью абсцисс при значениях, меньших  $N=100$ . 50-, 100- и 500-шаговые реализации перекрываются и совмещаются с осью абсцисс, начиная примерно с  $N=20...25$ , вместо  $N=50...60$  на рис. 4. Но, в отличие от предыдущих случаев с более низкими значениями  $\alpha$ , здесь появляется влияние возмущений в зоне сходимости для некоторых реализаций базового алгоритма (2), чему соответствует присутствие очень слабых пикообразных выступов на всем протяжении оси абсцисс. Поведение кривых в пределах зоны сходимости видно на рис. 6–10.

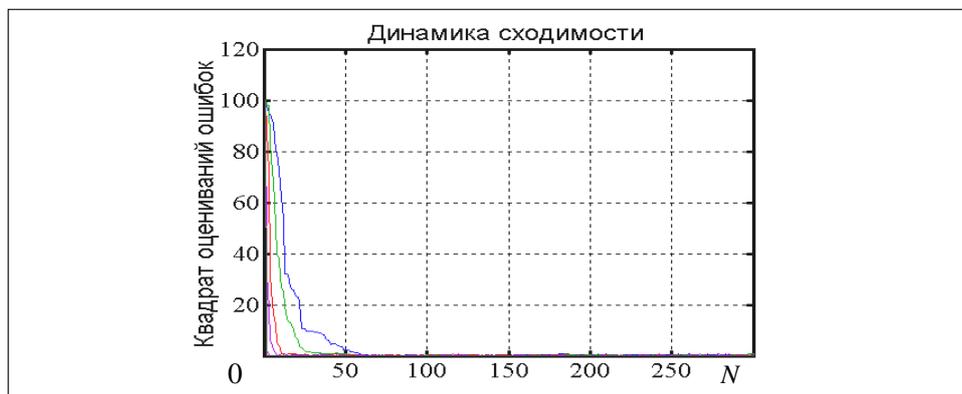


Рис. 6

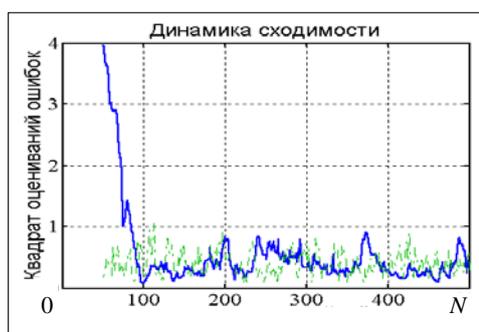


Рис. 7

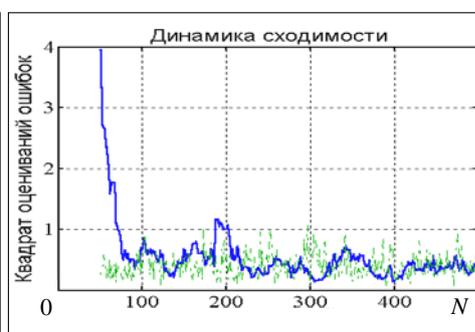


Рис. 8

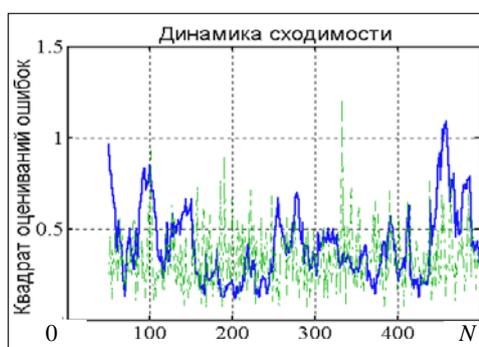


Рис. 9



Рис. 10

На рис. 7 изображены графики сравнения 1- и 5-шаговых реализаций базового алгоритма (2). В результате воздействия помех видим, что в начале 1-шаговая реализация имеет худшую сходимость, но потом она вместе с 5-шаговой ведут себя в среднем одинаково. Однако результаты исследований из работы [5] показывают, что при отсутствии шумов должно быть наоборот. Примерно такая же зависимость имеется и на рис. 8, где сравниваются 1- и 10-шаговые реализации. В дальнейшем более многошаговые реализации улучшают качества сходимости, что особенно заметно, начиная с 30-шаговых реализаций.

Как и в случае с  $\alpha$ , меньшей 0,1, такая закономерность сохраняется у более многоступенчатых реализаций по сравнению с малошаговыми, что иллюстрируют кривые 100- и 500-шаговых реализаций на рис. 11.



Рис. 11

4. При дальнейшем повышении  $\alpha$  базовый алгоритм ведет себя так же, как и при  $\alpha = 0,125$ . При  $\alpha = 0,875$  (см. рис. 12–15) так же, как и на рис. 7–10 одна из двух изображенных кривых соответствует 1-шаговой реализации базового алгоритма, а другая — сравнимыми с ним соответствующими реализациям (рис. 12–15).

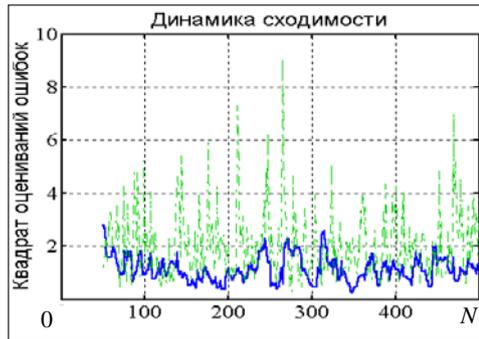


Рис. 12



Рис. 13

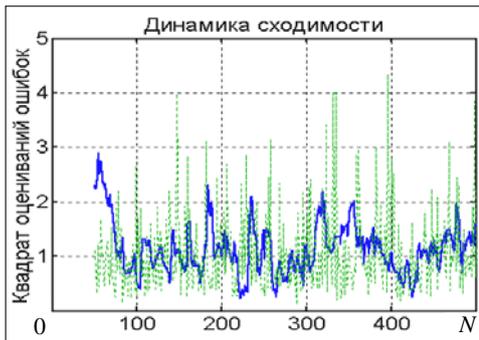


Рис. 14

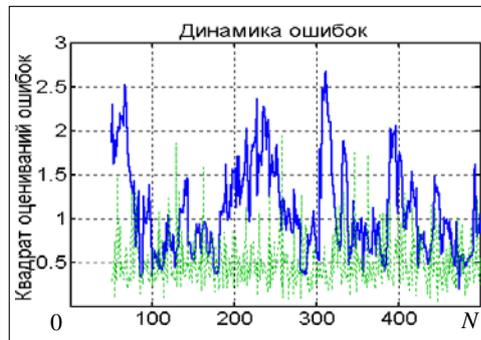


Рис. 15

Сравнение (см. рис. 12) кривых 1-шаговой и 5-шаговой реализаций показывает, что примерно с  $N = 50$  1-шаговая реализация улучшает свое по-

ведение по сравнению с 5-шаговой. Средние значения погрешностей оценок параметров модели равны 1,1950 и 2,0158 соответственно для 1- и 5-шаговой реализаций базового алгоритма (2).

На рис. 13 изображены кривые сравнения 1-шаговой реализации с 10-шаговой, которая имеет тенденцию резкого ухудшения поведения по сравнению с 1- и 5-шаговой.

С увеличением количества шагов, т.е. когда  $m > 10$ , ситуация постепенно улучшается и, как показывает рис. 14, 1- и 20-шаговые реализации ведут себя примерно одинаково. Средние значения погрешностей идентификации примерно равны.

При  $m = 30$  уже 1-шаговая ведет себя заметно хуже, чем 30-шаговая реализация базового алгоритма, что подтверждается рис. 15. Средние значения погрешностей идентификации равны 1,0826 и 0,5051 соответственно для 1- и 30-шаговых реализаций.

5. Наконец, приведем графики сравнительного поведения разных реализаций базового алгоритма при максимальном  $\alpha = 1$  (рис. 16–19).

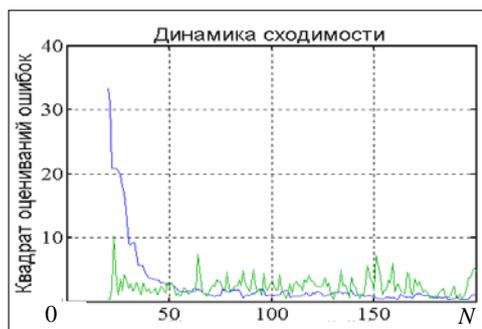


Рис. 16

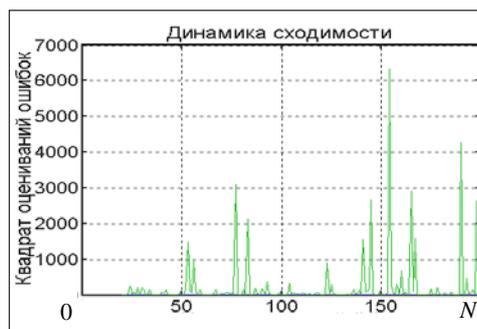


Рис. 17



Рис. 18



Рис. 19

Основное отличие от предыдущих случаев состоит в том, что 10-шаговая реализация катастрофически ухудшает свою динамику. Разница в масштабах изменений кривых настолько велика, что кривая, соответствующая 1-шаговой реализации почти не видна на рис. 17. Согласно рис. 19 заметное улучшение по сравнению с 1-шаговой реализацией в основном наблюдается примерно при  $m = 35$ , в то время как в предыдущем случае, т.е. при  $\alpha = 0,875$ , это происходило при  $m = 30$ .

Таким образом, в результате компьютерного исследования базового алгоритма (2) с учетом результатов исследований [5] можно отметить следующие его свойства.

- При отсутствии шумов на протяжении всей области определения алгоритмического параметра  $\alpha$  ( $0 < \alpha \leq 1$ ) сходимость и точность оцениваний улучшается для более многошаговых (т.е. с большей  $m$ ) реализаций базового алгоритма (2).

- Под воздействием помехи, статистически эквивалентной компонентам входных воздействий, закономерность динамики сходимости меняется. Во-первых, оценивание параметров происходит на фоне заметно ухудшенной точности идентификации. Во-вторых, для значений  $m$ , меньших некоторого  $m_1$ , зависящего от алгоритмического параметра  $\alpha$ , сходимость более многошаговых реализаций базового алгоритма (2) ухудшается по сравнению с менее шаговыми реализациями. В предлагаемой статье это произошло при  $m = 10$ , т.е. при равенстве количества вычислительных шагов  $m$  с числом размерности  $n$  входного вектора  $x$  (исследования проводились при  $n = 10$ ). Эта закономерность сохраняется на всем полусегменте изменения алгоритмического параметра  $0 < \alpha \leq 1$ . При  $m > m_1$  сходимость более многошаговых реализаций постепенно улучшается.

- С возрастанием параметра  $\alpha$  воздействие шумов все более ощутимо и наибольшее ухудшение качества идентификации происходит при максимальном  $\alpha$ , т.е. при  $\alpha = 1$ .

- Если при отсутствии шумов имеет место монотонное улучшение сходимости при росте количества вычислительных шагов  $m$  [5], то деструктивное воздействие шума, видимо, является наиболее сильным при  $m = n$ , т.е. когда количество вычислительных шагов конкретной реализации базового алгоритма (2) сравнивается с размерностью входного вектора  $x$ .

Все свойства базового алгоритма (2) пока еще не полностью исследованы. Однако заметно, что многошаговые реализации базового алгоритма при нынешнем бурном развитии вычислительной техники окажутся эффективными по сравнению с его малошаговыми реализациями. В перспективе — создание соответствующей базы данных, с помощью которой можно будет подобрать более подходящий к конкретной ситуации алгоритм.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Данилов Ф.А., Чадеев В.М., Имедадзе В.В. и др. Адаптивное управление точностью прокатки труб. — М.: Металлургия, 1980. — 300 с.
2. Клемперт Е.Д., Столетний М.Ф. Точность прокатки труб. — М.: Металлургия, 1972. — 200 с.
3. Rurua A.A., Chadeev V.M., Bodnya V.G. A two-stage Algorithm for Identification of linear plants // Automation and Remote Control. — 1982. — № 8. — P. 52–55.
4. Одишария Г.Б., Кочорадзе Г.И. Исследование свойств двухшагового алгоритма адаптивной идентификации // Компьютерные науки и телекоммуникации. — 2003. — № 1(2). — С. 8–13.
5. Одишария Г.Б., Кочорадзе Г.И. Исследование свойств базового алгоритма адаптивной идентификации // Georgian Engineering News. — 2003. — № 1. — С. 182–185.

Поступила 20.02.2004