

Характеристические потери энергии электронов в двумерном электронном газе в магнитном поле

А. М. Ермолаев, Бабак Хакики

Харьковский государственный университет, Украина, 310077, г. Харьков, пл. Свободы, 4

Статья поступила в редакцию 4 марта 1999 г., после переработки 12 мая 1999 г.

В приближении хаотических фаз рассчитана функция потерь энергии электронов в двумерном электронном газе, находящемся в квантующем магнитном поле. Учтены локальные состояния электронов на примесных атомах. Найдены потери энергии, обусловленные как одночастичными, так и коллективными возбуждениями двумерных электронов. Активация локализованных на примесях электронов приводит к появлению ступенек на графике зависимости функции потерь от энергии падающего электрона. Черенковские потери на излучение магнитоплазмонов начинаются с пороговой скорости электрона. Когда его скорость существенно превышает пороговую, потери обусловлены лишь спонтанным излучением магнитоплазмонов. Соответствующая функция потерь убывает обратно пропорционально скорости электрона.

У наближенні хаотичних фаз розраховано функцію втрат енергії електронів у двовимірному електронному газі, який знаходиться у квантуючому магнітному полі. Враховано локальні стани електронів на домішкових атомах. Знайдено втрати енергії, обумовлені як одночастинковими, так і колективними збудженнями двовимірних електронів. Активация локалізованих на домішках електронів приводить до появи сходинок на графіку залежності функції втрат від енергії падаючого електрона. Черенковські втрати на випромінювання магнітоплазмонів починаються з порогової швидкості електрона. Коли його швидкість суттєво перевищує порогову, втрати обумовлені тільки спонтанним випромінюванням магнітоплазмонів. Відповідна функція втрат зменшується обернено пропорційно швидкості електрона.

PACS: 72.10.Bg, 73.20.Mf, 78.70.-g

Введение

В работе [1] показано, что локализация электронов на изолированных примесных атомах существенно влияет на свойства магнитоплазменных волн в двумерном электронном газе. Локальные уровни энергии двумерных электронов [2–5], чередующиеся с уровнями Ландау, проявляются двояко. С одной стороны, появляются новые резонансы поглощения электромагнитного излучения в двумерном проводнике, связанные с переходами электронов между уровнями Ландау и локальными уровнями. Им сопутствуют новые ветви в спектре магнитоплазменных волн. С другой стороны, взаимодействие циклотронного движения с движением локализованных на примесях электронов приводит к кроссовому расщеплению дисперсионной кривой магнитоплазмонов, аналогичному обнаруженному в спектре кристаллической решетки с квазилокальными колебаниями

примесных атомов [6]. Такое расщепление наблюдалось экспериментально [7] при измерении зависимости поглощения излучения, проходящего через инверсионный слой на границе кремния и двуокиси кремния, от напряженности магнитного поля. В работе [8] расщепление объясняется учетом нелокальной добавки к проводимости двумерных электронов, имеющей резонанс на удвоенной циклотронной частоте. Однако для объяснения расщепления необходимо более тщательное изучение этого явления, использование других методов зондирования магнитоплазменных волн в двумерном электронном газе.

Расщепление дисперсионной кривой магнитоплазмонов можно обнаружить при измерении характеристических потерь энергии электронов в двумерном электронном газе в магнитном поле. Этот метод успешно используется при изучении

элементарных возбуждений в плазме [9,10], твердых телах и квантовых жидкостях [11,12].

В настоящей работе показано, как локальные состояния влияют на спектр потерь энергии электронов в двумерном электронном газе в магнитном поле. В отсутствие магнитного поля и локализации электронов эта задача решена в [13], локальные состояния без магнитного поля учтены в работе авторов [14].

1. Функция потерь энергии электронов в двумерном электронном газе в квантующем магнитном поле

Пусть электронный газ находится в плоскости $z = 0$ на границе двух полупространств с диэлектрическими проницаемостями ϵ_1 и ϵ_2 . Магнитное поле \mathbf{H} перпендикулярно этой плоскости. Стационарное состояние двумерного электронного газа обозначим $|\alpha\rangle$, а состояние падающего электрона в магнитном поле $|\chi\sigma\rangle$. Здесь $\chi = (n, p_y)$ — орбитальные квантовые числа электрона; σ — спиновое квантовое число. Матричные элементы гамильтониана V кулоновского взаимодействия пробного электрона, движущегося в плоскости $z = 0$, с двумерным электронным газом равны [10,14]

$$\langle \alpha' \chi' \sigma' | V | \alpha \chi \sigma \rangle = \bar{e}^2 \delta_{\sigma' \sigma} \int \frac{d^2 q}{2\pi q} I_{\chi' \chi}(\mathbf{q}) \langle \alpha' | n(\mathbf{q}) | \alpha \rangle, \quad (1)$$

где $\bar{e} = e[2/(\epsilon_1 + \epsilon_2)]^{1/2}$, e — величина заряда электрона; $I_{\chi' \chi}(\mathbf{q}) = \langle \chi' | e^{i\mathbf{q} \cdot \mathbf{r}} | \chi \rangle$ — матричные элементы плоской волны в базисе Ландау; $n(\mathbf{q})$ — компонента Фурье оператора плотности двумерных электронов. Вероятность перехода $|\alpha \chi \sigma\rangle \rightarrow |\alpha' \chi' \sigma'\rangle$ за единицу времени, усредненная по α , p_y , σ и просуммированная по α' , p_y' , σ' , равна

$$W_{n'n} = 2\pi \bar{e}^4 n_e \int d^2 q q^{-2} C_{n'n} \left(\frac{q^2 l^2}{2} \right) S(\mathbf{q}, \omega), \quad (2)$$

где n_e — плотность электронов; l — магнитная длина;

$$C_{n'n}(x) = \frac{n_1!}{n_2!} x^{n_2 - n_1} e^{-x} [L_{n_2 - n_1}^{n_1}(x)]^2, \quad (3)$$

$n_1 = \min(n, n')$; $n_2 = \max(n, n')$; $L_{n_2}^{n_1}$ — обобщенные многочлены Лагерра;

$$S(\mathbf{q}, \omega) = \frac{1}{n_e} \sum_{\alpha \alpha'} \omega_{\alpha} |\langle \alpha' | n(-\mathbf{q}) | \alpha \rangle|^2 \delta(\omega + E_{\alpha} - E_{\alpha'})$$

— динамический структурный фактор двумерного электронного газа в магнитном поле; $\omega = \epsilon_{\chi} - \epsilon_{\chi'}$ — потеря энергии падающего электрона при

рассеянии; E_{α} — энергия электронного газа в состоянии $|\alpha\rangle$; ω_{α} — функция распределения Гиббса. Здесь и ниже квантовая постоянная и площадь, занятая электронным газом, приняты равными единице. Различие между циклотронной частотой и частотой, соответствующей спиновому расщеплению уровней энергии электрона, не учитывается.

Вероятность перехода (2) связана с мнимой частью поляризационного оператора Π двумерного электронного газа. Используем для него выражение, полученное в приближении хаотических фаз [10,14]. Оно содержит поляризационный оператор P двумерного электронного газа в поле примесных атомов при наличии магнитного поля. В линейном приближении по плотности n_i примесных атомов он равен $P = P_0 + \delta P$, где P_0 — поляризационный оператор двумерных электронов в магнитном поле;

$$\delta P(q, \omega) = \frac{m\omega_c n_i}{2\pi} \sum_{nn'\sigma} C_{n'n} \left(\frac{q^2 l^2}{2} \right) \frac{r_{k\sigma}}{(\epsilon_{n'} - \epsilon_k^l)^2} \times \\ \times [f(\epsilon_{k\sigma}^l) - f(\epsilon_{n\sigma})][(\epsilon_k^l - \epsilon_n + \omega + i0)^{-1} + \\ + (\epsilon_k^l - \epsilon_n - \omega - i0)^{-1}] \quad (4)$$

— вклад локальных уровней. Здесь m — эффективная масса электрона; ω_c — циклотронная частота; $\epsilon_{n\sigma}$ и $\epsilon_{k\sigma}^l$ — положение n -го уровня Ландау и k -го локального уровня; $r_{k\sigma}$ — вычет амплитуды рассеяния электронов примесным атомом в полюсе $\epsilon_{k\sigma}^l$ [1]; f — функция Ферми.

Если скорость падающего электрона превышает $(\omega_c/m)^{1/2}$, то можно пренебречь влиянием магнитного поля на его движение. Тогда вероятность перехода (2) и энергия, теряемая электроном за единицу времени, будут равны

$$W_{p'p} = 8\pi^2 \bar{e}^4 q^{-2} (n_{\omega} + 1) [-\text{Im} \Pi(\mathbf{q}, \omega)], \quad (5)$$

$$Q = \int \frac{d^2 p'}{(2\pi)^2} (\epsilon_p - \epsilon_{p'}) W_{p'p}, \quad (6)$$

где $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$ и $\omega = \epsilon_p - \epsilon_{p'}$ — потеря импульса и энергии падающего электрона в процессе рассеяния; n_{ω} — функция Планка. В выражениях для вероятности рассеяния (5) и функции потерь (6) магнитное поле содержится только в поляризационном операторе.

В отсутствие примесных атомов функция потерь энергии пробной частицы в двумерном электронном газе равна

$$Q_0 = \pi m \bar{e}^4 \omega_c \sum_{n'} \omega(n_\omega + 1) \sum_{n_1 n_2} [F(\epsilon_{n_1}) - F(\epsilon_{n_2})] \times \\ \times \delta(\omega + \epsilon_{n_1} - \epsilon_{n_2}) \int_0^\infty \frac{dx}{x} C_{n'n}(x) C_{n_2 n_1}(x). \quad (7)$$

Здесь $\omega = \omega_c(n - n')$; $F(\epsilon_n) = \sum_{\sigma} f(\epsilon_{n\sigma})$. Если пренебречь эффектом «закручивания» [9,10], т.е. влиянием магнитного поля на падающий электрон, то из формул (5)–(7) получаем

$$Q_0 = m^2 \bar{e}^4 \omega_c \sum_{nn'} \theta(\epsilon + \omega) \omega(n_\omega + 1) [F(\epsilon_{n'}) - F(\epsilon_n)] \times \\ \times \int_0^{2\pi} d\varphi q^{-2} C_{n'n} \left(\frac{q^2 l^2}{2} \right), \quad (8)$$

где ϵ — энергия падающего электрона;

$$q^2 = 4m \left\{ \epsilon + \frac{\omega}{2} - [\epsilon(\epsilon + \omega)]^{1/2} \cos \varphi \right\};$$

φ — угол рассеяния в плоскости $z = 0$; θ — функция Хевисайда. При малых потерях импульса электрона ($ql \ll 1$) можно воспользоваться представлением функции (3) в виде ряда. Тогда главный вклад в функцию потерь (8) равен

$$Q_0 = \begin{cases} 2\pi^2 \bar{e}^4 n_e, & \epsilon > \omega_c, \\ 2\pi^2 \bar{e}^4 n_e n_{\omega_c}, & \epsilon < \omega_c. \end{cases} \quad (9)$$

Когда $\epsilon > \omega_c$, потери энергии электрона (9) обусловлены переходами двумерных электронов $n \rightarrow n + 1$ между соседними уровнями Ландау. Если же $\epsilon < \omega_c$, то энергия падающей частицы увеличивается за счет переходов $n \rightarrow n - 1$. В вырожденном электронном газе такие переходы отсутствуют.

Потери энергии электронов обусловлены как одночастичными, так и коллективными возбуждениями двумерного электронного газа. Рассмотрим их отдельно.

2. Одночастичные возбуждения

Рассматривая вклад одночастичных возбуждений в функцию потерь, будем пренебрегать кулоновским взаимодействием в двумерном электронном газе. Тогда $\Pi = P$, а функция потерь содержит

вклад δQ , обусловленный активацией локализованных на примесях электронов:

$$\delta Q = m \bar{e}^4 \omega_c n_i \sum_{n'} \omega(n_\omega + 1) \int \frac{d^2 q}{q^2} C_{n'n} \left(\frac{q^2 l^2}{2} \right) \times \\ \times \sum_{n_1 n_2 k \sigma} C_{n_1 n_2} \left(\frac{q^2 l^2}{2} \right) \frac{r_{k\sigma}}{(\epsilon_{n_2} - \epsilon_k^l)^2} \times \\ \times \left\{ [f(\epsilon_{k\sigma}^l) - f(\epsilon_{k\sigma}^l + \omega)] \delta(\epsilon_k^l - \epsilon_{n_1} + \omega) + \right. \\ \left. + [f(\epsilon_{k\sigma}^l - \omega) - f(\epsilon_{k\sigma}^l)] \delta(\epsilon_k^l - \epsilon_{n_1} - \omega) \right\}. \quad (10)$$

Первое слагаемое в этой формуле связано с переходами локализованных электронов на уровни Ландау, а второе — с переходами с уровней Ландау на локальные уровни. В рассматриваемом приближении вероятность перехода (2) имеет δ -образные максимумы на частотах переходов $|\epsilon_n - \epsilon_k^l|$. Учет конечной ширины уровней, участвующих в переходах, приводит к размыванию этих максимумов.

Если пренебречь эффектом «закручивания», то потеря энергии (10) оказывается равной

$$\delta Q = \pi \bar{e}^4 l^{-2} r n_i \sum_{s=0}^\infty \theta(\epsilon - \omega_s) \omega_s^{-2} (n_{\omega_s} + 1) \times \\ \times \sum_{k\sigma} [f(\epsilon_{k\sigma}^l) - f(\epsilon_{(k+s)\sigma})] + \pi \bar{e}^4 l^{-2} r n_i \times \\ \times \sum_{p=1}^\infty \theta(\epsilon - \omega_p) \omega_p^{-2} (n_{\omega_p} + 1) \sum_{k\sigma} [f(\epsilon_{(k-p)\sigma}) - f(\epsilon_{k\sigma}^l)], \quad (11)$$

где $\omega_s = s\omega_c + \epsilon_0$ — частоты переходов локализованных электронов на уровни Ландау; $\omega_p = p\omega_c - \epsilon_0$ — частоты переходов электронов с уровней Ландау на локальные уровни; ϵ_0 — расстояние между уровнем Ландау и отщепленным от него локальным уровнем. Здесь мы пренебрегли зависимостью ϵ_0 и вычета r от номера уровня Ландау. Если $\epsilon_0 \ll \omega_c$, то вычет равен $r = 2\pi(l\epsilon_0)^2$ [1]. В формуле (11) \sum_k означает суммирование

по номерам локальных уровней, участвующих в переходах на данной частоте. Разность функций Ферми учитывает принцип Паули. При низких температурах потеря энергии (11) как функция

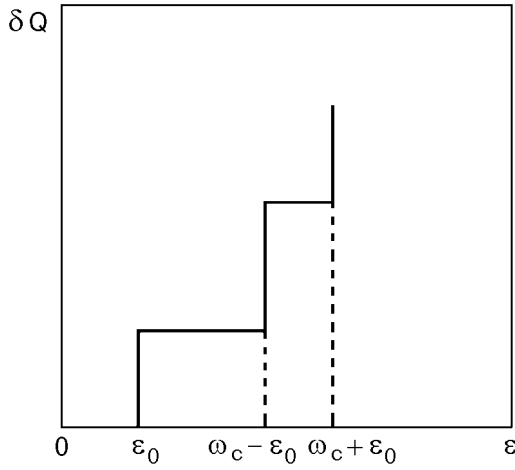


Рис. 1. Схематическая зависимость функции потерь δQ (11), обусловленной одночастичными возбуждениями локализованных электронов, от энергии электрона ϵ .

энергии падающего электрона представляет собой ступенчатую кривую, схематически изображенную на рис. 1. Границами ступенек являются резонансные частоты ω_s и ω_p . Высота первой ступеньки, расположенной между ϵ_0 и $\omega_1 = \omega_c - \epsilon_0$, при нуле градусов равна $\pi e^4 r n_i / (l \epsilon_0)^2$. Отношение этой величины к (9) равно n_i / n_e .

3. Коллективные возбуждения

Характеристические потери энергии электронов в двумерном электронном газе обусловлены возбуждением магнитоплазменных волн. В работе [1] дисперсионное уравнение для магнитоплазмонов решалось численно. Учет вклада (4) в поляризационный оператор, обусловленного локализацией электронов, приводит к усложнению дисперсионного уравнения и появлению новых корней. Они соответствуют новым ветвям в спектре магнитоплазменных волн, слабо затухающих в полосах прозрачности, расположенных вблизи резонансных частот ω_s и ω_p [1].

Рассмотрим окрестность частоты $\omega_r = \omega_c + \epsilon_0$ переходов локализованных электронов на уровень Ландау. Оставляя в (4) вблизи этой частоты лишь резонансное слагаемое, получаем

$$\delta P = \frac{n_i a}{m l^2 \omega_r} \frac{1}{\omega - \omega_r + i \nu_0}, \quad (12)$$

где a — сила осциллятора резонансного перехода; ν_0 — ширина локального уровня. Если $q l \ll 1$, то имеем

$$a = \frac{m}{2\pi \omega_r} \sum_{k\sigma} r_{k\sigma} [f(\epsilon_{k\sigma}^l) - f(\epsilon_{(k+1)\sigma}^l)]. \quad (13)$$

Когда химический потенциал электронов расположен между уровнями ϵ_{N-} и $\epsilon_{(N+)-}^l$ (индексы \pm указывают ориентацию спина электрона), в сумме (13) остается лишь одно слагаемое с $k = N$, где N — номер локального уровня, участвующего в переходах. Учитывая в дисперсионном уравнении вклад (12), получаем кубическое уравнение для спектра магнитоплазмонов

$$x^3 - (1 + b)x^2 - \left(\frac{\omega_q}{\omega_r}\right)^2 x + \left(\frac{\omega_q}{\omega_r}\right)^2 + b \left(\frac{\omega_c}{\omega_r}\right)^2 = 0, \quad (14)$$

где

$$x = \frac{\omega}{\omega_r}, \quad b = a \frac{n_i}{n_e} \left(\frac{\omega_{q0}}{q l \omega_r}\right)^2, \quad \omega_q = (\omega_c^2 + \omega_{q0}^2)^{1/2},$$

ω_{q0} — частота двумерного плазмона в отсутствие локализации и магнитного поля [15]. Положительные корни уравнения (14) равны

$$x_{\pm} = y_{\pm} + \frac{1}{3}(1 + b), \quad (15)$$

где

$$y_{+} = -2R \cos \frac{\Phi}{3}, \quad y_{-} = -2R \cos \frac{\pi + \Phi}{3},$$

$$R = -\frac{1}{3} \left[(1 + b)^2 + 3 \left(\frac{\omega_q}{\omega_r}\right)^2 \right]^{1/2}, \quad \cos \Phi = \frac{g}{2R^3},$$

$$g = -\frac{2}{27} (1 + b)^3 + b \left[\left(\frac{\omega_c}{\omega_r}\right)^2 - \frac{1}{3} \left(\frac{\omega_q}{\omega_r}\right)^2 \right] + \frac{2}{3} \left(\frac{\omega_q}{\omega_r}\right)^2.$$

Дисперсионная кривая ω_q магнитоплазмона пересекается прямой $\omega = \omega_r$ в точке

$$q_0 = \frac{m}{2\pi e^2 n_e} (\omega_r^2 - \omega_c^2).$$

Локализация электронов приводит к кроссовому расщеплению дисперсионной кривой на две ветви $\omega_{\pm} = \omega_r x_{\pm}$. Ветвь ω_{+} расположена выше ω_q , а ω_{-} — ниже. Когда $a \rightarrow 0$, корень ω_{+} приближается к ω_r , а ω_{-} — к ω_q . Декремент затухания для этих ветвей равен

$$\gamma_{\pm} = v \left[1 + b \left(\frac{\omega_r}{\omega_{q0}} \right)^2 \frac{(\omega_{\pm}^2 - \omega_c^2)^2}{\omega_r \omega_{\pm}} \frac{v_0/v}{(\omega_{\pm} - \omega_r)^2 + v_0^2} \right], \quad (16)$$

где v — частота столкновений электронов, обусловленная лишь потенциальным рассеянием примесными атомами. Декремент имеет лоренцевский максимум на резонансной частоте. Ширина этого максимума совпадает с шириной локального уровня.

Для численных оценок используем значения параметров, типичные для слабо легированного инверсионного слоя на границе кремния и двуокиси кремния [15]: $m = 10^{-28}$ г, $n_e = 10^{12}$ см $^{-2}$, $\epsilon_1 + \epsilon_2 = 15$, $n_i/n_e = 10^{-3}$, $\epsilon_0/\omega_c = 0,1$. Тогда в магнитном поле с индукцией 1 Тл получаем $\omega_r = 1,8 \cdot 10^{12}$ с $^{-1}$, $q_0 = 2,8 \cdot 10^2$ см $^{-1}$, а расстояние между ветвями ω_{\pm} в точке q_0 равно $\omega_+ - \omega_- = 8,8 \cdot 10^{13}$ с $^{-1}$.

Энергия, теряемая электроном за единицу времени за счет черенковского излучения магнито-плазмонов, равна

$$Q_e = \frac{1}{2\pi} \sum_{n'} \omega(n_{\omega} + 1) \int d^2 q C_{n'n} \left(\frac{q^2 l^2}{2} \right) \times \\ \times \left[\left[\frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} P(q, \omega) \right]_{\omega=\omega_q} \right]^{-1} \delta(\omega - \omega_q), \quad (17)$$

где ω_q — спектр магнитоплазменных волн; $\omega = \epsilon_n - \epsilon_{n'}$. Если пренебречь эффектом «закручивания», то формула (17) принимает вид

$$Q_e = \frac{1}{2\pi} \int d^2 p' \omega(n_{\omega} + 1) \times \\ \times \left[\left[\frac{\partial}{\partial \omega} \operatorname{Re} P(q, \omega) \right]_{\omega=\omega_q} \right]^{-1} \delta(\omega - \omega_q), \quad (18)$$

где $\mathbf{q} = \mathbf{p} - \mathbf{p}'$; $\omega = \epsilon_p - \epsilon_{p'}$. Ограничиваясь в знаменателе формулы (18) главным вкладом P_0 , находим

$$Q_e = \frac{m}{4\pi n_e} \int_0^{\infty} d\omega \omega(n_{\omega} + 1) \int_0^{\infty} \frac{dq}{q\omega_q} (\omega_q^2 - \omega_c^2)^2 \times \\ \times \delta(\omega - \omega_q) \int_0^{2\pi} d\phi \delta(\Omega_+ - qv \cos \phi). \quad (19)$$

Здесь $\Omega_{\pm} = \omega \pm \epsilon_q$; $\epsilon_q = q^2/2m$; v — скорость падающего электрона. В отсутствие примесных атомов из этой формулы следует

$$Q_e = \frac{2\bar{e}^2}{v} \int_{\omega_c}^{\infty} d\omega \omega(n_{\omega} + 1) \theta \left(1 - \frac{\Omega_+}{qv} \right) \left[1 - \left(\frac{\Omega_+}{qv} \right)^2 \right]^{-1/2}, \quad (20)$$

где $q = \frac{m}{2\pi\bar{e}^2 n_e} (\omega^2 - \omega_c^2)$.

Приращение энергии электрона, обусловленное поглощением магнитоплазмонов, равно

$$Q_a = \frac{2\bar{e}^2}{v} \int_{\omega_c}^{\infty} d\omega \omega n_{\omega} \theta \left(1 - \left| \frac{\Omega_{\pm}}{qv} \right| \right) \left[1 - \left(\frac{\Omega_{\pm}}{qv} \right)^2 \right]^{-1/2}. \quad (21)$$

При нулевой температуре этот вклад отсутствует.

Если

$$v > v_0 = \frac{\omega_c^2}{2\pi\bar{e}^2 n_e} \left[\frac{3}{\omega_c^2} (\pi\bar{e}^2 n_e m^{-1/2})^{4/3} - 1 \right], \quad (22)$$

то неравенство $\Omega_+ < qv$ выполняется в интервале (ω_-, ω_+) , где ω_{\pm} — наибольшие корни алгебраического уравнения четвертого порядка $\Omega_{\pm} = qv$. Циклотронная частота не должна превышать ω_+ . Тогда из формулы (20) находим

$$Q_e = 8\pi\bar{e}^4 n_e \theta(v - v_0) \int_{\omega_m}^{\omega_+} d\omega \omega (\omega^2 - \omega_c^2) (n_{\omega} + 1) \times \\ \times \left[- \prod_{k=1}^8 (\omega - \omega_k) \right]^{-1/2}, \quad (23)$$

где ω_k — корни уравнений $\Omega_{\pm} = \pm qv$; ω_m — большая из частот ω_c , ω_- .

В предельном случае $v \gg v_0$ формула (23) принимает вид

$$Q_e = 4\pi\bar{e}^4 n_e \int_0^1 dx \frac{n_x + 1}{(1 - x^2)^{1/2}}, \quad (24)$$

где

$$n_x = \left\{ \exp \left[\beta \omega_c (1 + (\omega_0^2/\omega_c^2)x)^{1/2} \right] - 1 \right\}^{-1};$$

$\omega_0 = (4\pi\bar{e}^2 n_e v)^{1/2}$; β — обратная температура. Первое слагаемое в (24) связано с вынужденным излучением, а второе — со спонтанным излучением двумерных магнитоплазмонов быстрыми электронами. Если $H \rightarrow 0$, $\beta \rightarrow \infty$, то из формулы (24) получаем выражение $Q_e = 2\pi^2 \bar{e}^4 n_e$, найденное ранее [13]. Отсюда следует, что потеря энергии электрона на единице пути обратно пропорциональна его скорости.

В отсутствие магнитного поля пороговая скорость (22) равна $v_0 = (3/2)(\pi\bar{e}^2 n_e)^{1/3} m^{-2/3}$. В этом случае один из корней уравнения $\Omega_{\pm} = \pm qv$ равен нулю. Остальные корни удовлетворяют кубическому уравнению. Они равны.

$$\begin{aligned}\omega_1 &= -\frac{2\omega_0}{\sqrt{3}} \cos \frac{\varphi_1}{3}, \quad \omega_2 = -\frac{2\omega_0}{\sqrt{3}} \cos \left(\frac{\varphi_1}{3} + \frac{2\pi}{3} \right), \\ \omega_3 &= -\frac{2\omega_0}{\sqrt{3}} \cos \left(\frac{\varphi_1}{3} + \frac{4\pi}{3} \right), \quad \omega_4 = -\frac{2\omega_0}{\sqrt{3}} \operatorname{sh} \frac{\varphi_2}{3}, \\ \omega_5 &= \frac{\omega_0}{\sqrt{3}} \left(\operatorname{sh} \frac{\varphi_2}{3} + i\sqrt{3} \operatorname{ch} \frac{\varphi_2}{3} \right), \\ \omega_6 &= \frac{\omega_0}{\sqrt{3}} \left(\operatorname{sh} \frac{\varphi_2}{3} - i\sqrt{3} \operatorname{ch} \frac{\varphi_2}{3} \right),\end{aligned}\quad (25)$$

где

$$\cos \varphi_1 = \operatorname{sh} \varphi_2 = \frac{3^{3/2} \bar{e} (\pi n_e)^{1/2}}{2mv^{3/2}}.$$

В пределе $v \gg v_0$ величины φ_1 и φ_2 малы, и корни (25) приближенно равны $0, 0, \pm\omega_0, \pm i\omega_0$. Подставляя эти значения в формулу (23), получаем известное выражение для функции потерь [13].

При любой скорости падающего электрона v неравенство $|\Omega_{\pm}| < qv$ выполняется в интервале (ω_-, ω_+) , где ω_{\pm} — положительные корни уравнения $|\Omega_{\pm}| = qv$. Приращение энергии электрона (21), обусловленное поглощением магнитоплазмонов, равно

$$Q_a = 8\pi\bar{e}^4 n_e \int_{x_m}^{x_+} dx x (x^2 - 1) n_x \left[- \prod_{k=1}^8 (x - x_k) \right]^{-1/2}, \quad (26)$$

где $x = \omega/\omega_c$, $x_{\pm} = \omega_{\pm}/\omega_c$, $x_m = \omega_m/\omega_c$, ω_m — большая из частот ω_-, ω_c ; x_k — корни уравнений

$$(x^2 - 1)^2 \pm \frac{q_0 v}{\Omega_0} (x^2 - 1) - \frac{\omega_c}{\Omega_0} x = 0,$$

$$q_0 = \frac{m\omega_c^2}{2\pi\bar{e}^2 n_e}, \quad \Omega_0 = \frac{q_0^2}{2m}, \quad n_x = [\exp(\beta\omega_c x) - 1]^{-1}.$$

При большой скорости падающего электрона корни x_k равны $\pm 1, \pm(1 + q_0 v/\Omega_0)^{1/2}, \pm 1, \pm i(q_0 v/\Omega_0 - 1)^{1/2}$. В этом пределе выражение (26) совпадает с первым слагаемым в (24). Это означает, что потери энергии быстрых электронов связаны лишь со спонтанным излучением магнитоплазмонов.

В отсутствие магнитного поля из формулы (26) находим

$$Q_a = 8\pi\bar{e}^4 n_e \int_{y_-}^{y_+} dy y (y^2 - 1) n_y \left[- \prod_{k=1}^6 (y - y_k) \right]^{-1/2},$$

где

$$y = \frac{\omega}{\omega_0}, \quad n_y = [\exp(\beta\omega_0 y) - 1]^{-1},$$

$$y_{\pm} = \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{sh} \varphi, \quad y_{\pm} = \begin{cases} \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{ch} \frac{\varphi_1}{3}, & v < v_0 \\ \frac{2}{\sqrt{3}} \cos \frac{\varphi_2}{3}, & v > v_0 \end{cases},$$

$$\operatorname{sh} \varphi = \operatorname{ch} \varphi_1 = \cos \varphi_2 = \frac{3^{3/2} \omega_0}{4mv^2},$$

y_k — корни кубических уравнений

$$y^3 \pm y - \frac{\omega_0}{2mv^2} = 0.$$

Если $v \gg v_0$, то последнее слагаемое в этих уравнениях можно опустить. Тогда

$$Q_a = \frac{8\pi\bar{e}^4 n_e}{(\beta\omega_0)^2} \int_0^{\beta\omega_0} dx \frac{x}{e^x - 1} \left[1 - \left(\frac{x}{\beta\omega_0} \right)^4 \right]^{-1/2}. \quad (27)$$

При низких температурах ($\beta\omega_0 \gg 1$) из (27) находим

$$Q_a = \frac{4\pi^3 \bar{e}^4 n_e}{3(\beta\omega_0)^2}.$$

Если же $\beta\omega_0 \ll 1$, из формулы (27) следует

$$Q_a = \frac{\sqrt{2\pi} e^4 n_e}{\beta \omega_0} \left[\Gamma \left(\frac{1}{4} \right) \right]^2.$$

С ростом температуры выражение (27) монотонно возрастает.

Заключение

Задача о потерях энергии заряженных частиц в плазме при наличии магнитного поля решена И. А. Ахиезером [10]. В работе [13] развитый им метод применен для расчета функции потерь энергии частиц в двумерном электронном газе. В статье авторов [14] рассмотрено влияние локализации электронов в поле примесных атомов на функцию потерь в двумерных проводниках в отсутствие магнитного поля. Естественным продолжением этих работ является расчет функции потерь с учетом локализации электронов и квантующего магнитного поля.

Локальные уровни энергии электронов в двумерном электронном газе, находящемся в магнитном поле, существенно влияют на спектр и затухание магнитоплазменных волн. Они обуславливают существование новых ветвей в спектре волн, приводят к кроссовому расщеплению дисперсионной кривой магнитоплазмонов на две ветви. Эти особенности спектра магнитоплазменных волн в двумерном электронном газе можно обнаружить в экспериментах по измерению характеристических потерь энергии электронов.

Потери энергии электронов обусловлены в основном двумя причинами — одночастичными возбуждениями электронов и черенковским излучением магнитоплазмонов. Здесь показано, что функция потерь содержит слагаемые, обусловленные активацией локализованных на примесях электронов полем падающего электрона. Это приводит к появлению ступенек на графике зависимости функции потерь от энергии падающего электрона. Границами ступенек являются частоты переходов электронов между уровнями Ландау и локальными уровнями. Высота ступенек зависит от температуры, концентрации примесных атомов и напряженности магнитного поля.

Потери энергии на черенковское излучение магнитоплазмонов начинаются с некоторой пороговой скорости электронов, зависящей от плотности электронного газа и напряженности магнитного поля. Порог для поглощения магнитоплазмонов отсутствует. Когда скорость падающего электрона существенно превышает пороговую, потери за счет вынужденного излучения и поглощения маг-

нитоплазмонов компенсируются. Остается только вклад спонтанного излучения. Потеря энергии на единице пути электрона убывает обратно пропорционально его скорости. Наблюдение предсказанных здесь особенностей функции потерь позволяет получить сведения о спектре примесных состояний электронов в двумерном электронном газе в магнитном поле, а также спектр и затухание магнитоплазменных волн.

1. Н. В. Глейзер, А. М. Ермолаев, Бабак Хакики, *ФНТ* **23**, 1223 (1997).
2. И. М. Лифшиц, С. А. Гредескул, Л. А. Пастур, *Введение в теорию неупорядоченных систем*, Наука, Москва (1982).
3. А. М. Косевич, Л. В. Танатаров, *ФТТ* **6**, 3423 (1964).
4. Э. П. Батака, А. М. Ермолаев, *Изв. вузов. Физика* **1**, 111 (1983).
5. S. A. Gredeskul, M. Zusman, Y. Avishai, and M. Ya. Azbel, *Phys. Rep.* **288**, 223 (1997).
6. А. М. Косевич, *Теория кристаллической решетки*, Вища школа, Харьков (1988).
7. T. N. Theis, J. P. Kotthaus, and P. J. Stiles, *Solid State Commun.* **24**, 273 (1977).
8. T. Ando, *Solid State Commun.* **27**, 895 (1978).
9. А. И. Ахиезер, И. А. Ахиезер, Р. В. Половин, А. Г. Ситенко, К. Н. Степанов, *Электродинамика плазмы*, Наука, Москва (1974).
10. И. А. Ахиезер, *ЖЭТФ* **40**, 954 (1961).
11. Д. Пайнс, *Элементарные возбуждения в твердых телах*, Мир, Москва (1965).
12. Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Теория квантовых жидкостей*, Мир, Москва (1967).
13. A. Bret and C. Deutsch, *Phys. Rev.* **E48**, 2994 (1993).
14. А. М. Ермолаев, Бабак Хакики, *ФНТ* **25**, 600 (1999).
15. Т. Андо, А. Фаулер, Ф. Стерн, *Электронные свойства двумерных систем*, Мир, Москва (1985).

Characteristic energy losses of electrons in two-dimensional electron gas in a magnetic field

A. M. Ermolaev and Babak Haghighi

In the random phase approximation the loss function of electron energy in two-dimensional electron gas, in a quantizing magnetic field, is calculated. The local states of electrons at the impurity atoms are taken into consideration. The energy losses caused by one-particle and collective excitations of two-dimensional electrons are found. Activation of the electrons, located on impurities, causes steps in the dependence of the loss function on the energy of an incident electron. The Cherenkov losses on the radiation of magnetoplasmons begin with a threshold velocity of the electron. When its velocity essentially exceeds the threshold, the losses are only due to spontaneous radiation of magnetoplasmons. The corresponding loss function decreases in inverse proportion to the velocity of the electron.