

УДК 620.179.14

ПОБУДОВА ЗВОРотної ФУНКЦІЇ ПЕРЕТВОРЕННЯ ПРИЛАДІВ ВИХРОСТРУМОВОГО БАГАТОПАРАМЕТРОВОГО КОНТРОЛЮ

А. Я. ТЕТЕРКО, В. І. ГУТНИК

Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів

Розроблено метод побудови нелінійної багатопараметрової моделі зворотної функції перетворення вихрострумівих приладів неруйнівного контролю. Нові засоби багатопараметрового вихрострумівого контролю, створені на основі нелінійної обробки відгуку вихрострумівого первинного перетворювача за зворотною функцією перетворення системи, принципово спрощують їх апаратне, програмне та метрологічне забезпечення, одночасно підвищуючи точність оцінки параметрів об'єкта контролю.

Ключові слова: *вихрострумівий багатопараметровий контроль; нелінійна модель системи; зворотна функція перетворення; контроль товщини оболонки, захисного покриття та питомої електричної провідності.*

Поліпшення точності оцінок параметрів об'єкта контролю (ОК) – важливий фактор підвищення достовірності результатів технічної діагностики. Проте у вихрострумівому (ВС) контролі зменшення похибки оцінок параметрів ОК проблематичне, що обумовлено взаємозалежним нелінійним впливом множини параметрів ОК на відгук вихрострумівого первинного перетворювача (ВСПП). Контрольованими величинами, що характеризують якість таких важливих ОК, як обшивка планера літака, стінка труб парогенераторів та теплообмінників тощо, є товщина оболонок; товщина захисного діелектричного покриття, питома електрична провідність (ПЕП) матеріалу, особливо її приповерхневого шару, який може пошкодити корозія.

Сучасні засоби ВС контролю реалізують лінійні методи обробки відгуку ВСПП, похибки яких для найбільш розроблених двопараметрових задач контролю ПЕП матеріалу, товщин оболонок або різного виду захисних покриттів з відлаштуванням від впливу зазору становлять не менше 3...5% [1, 2]. Якщо на формування відгуку ВСПП впливає зміна трьох і більше параметрів, приміром, товщина, ПЕП і зазор, то похибки контролю суттєво зростають і необхідно вживати спеціальні заходи для стабілізації окремих характеристик, щоб звести задачу контролю до двопараметрової. Проте для моніторингу стану оболонок, зокрема, швидкості корозійного зношування, пошкодження суцільності та деградації матеріалу за результатами ВС контролю в авіації та енергетиці необхідні засоби селективних вимірювань за одночасної зміни щонайменше двох–трьох параметрів ОК. Водночас важливо зменшити похибки оцінки параметрів до десятих часток відсотка. Розв'язати такі задачі методами лінійної обробки відгуку ВСПП неможливо і потрібні нові підходи.

Мета дослідження – створити ефективний за точністю, продуктивністю, апаратною та програмною реалізацією метод нелінійної обробки багатовимірного відгуку ВСПП для селективних вимірювань заданих складників вектора параметрів контрольованого об'єкта.

Формулювання задачі контролю. Загальний підхід до розв'язання оберненої задачі селективного контролю параметрів ОК базується на побудові прямої (ПФП)

Контактна особа: А. Я. ТЕТЕРКО, e-mail: ayateterkowi@yahoo.com

та зворотної (ЗФП) нелінійних функцій перетворення системи ВСПП–ОК та обробці відгуку ВСПП за ЗФП [3].

Моделі ПФП та ЗВП системи будують за єдиним підходом наближення функції багатьох змінних, що задається масивом $\{x_k, y_k\}$, $k = 1, \dots, M$ значень вектора $x_k = (x_{1k}, \dots, x_{nk})^T$ параметрів ОК та відповідних значень вектора $y_k = (y_{1k}, \dots, y_{nk})^T$ інформаційних параметрів у точках області зміни характеристик ОК [3]. Для i -го складника за M точками модель ФП має такий загальний вигляд:

$$G_{iN}(v) = w_i^T \cdot g(v), \quad i = 1, \dots, n, \quad (1)$$

де N – розмірність моделі; $w_i^T = (w_{0i}, w_{1i}, \dots, w_{Ni})$ – вектор з $(N+1)$ невідомих коефіцієнтів; $g(v) = (1, g_1(v), \dots, g_N(v))^T$ – вектор параметрів ОК ($v = x$) за ПФП або вектор інформаційних параметрів ($v = y$) за ЗФП моделей; $g_r(v), r = 1, \dots, N$ – ортогональні функції.

Єдиний підхід до побудови моделей прямої та зворотної функцій перетворення підсистеми ВСПП–ОК заснований на існуванні взаємно однозначного відображення множини $X_0 \subset X \subset R^n$ параметрів ОК на множини $Y_0 \subset Y \subset R^m$, $m \geq n$ інформаційних параметрів підсистеми (тут множини X_0 і Y_0 – компакт). Загальнофункціональні вимоги знаходження вектора параметрів ОК $x \in X_0 \subset X$ оберненої задачі селективного вихрострумове контролю визначає лема [3–5] про неперервне і однозначне зворотне відображення $Y_0 \rightarrow X_0$, якщо відображення $X_0 \rightarrow Y_0$ компакта X_0 на множини Y_0 однозначне і неперервне. Вихрострумове методу властиве значне згасання електромагнетної хвилі в металевих структурах ОК, що забезпечує формування взаємно однозначного неперервного відображення множини $X_0 \subset X$ параметрів ОК на множини $Y_0 \subset Y$ інформаційних параметрів.

ЗФП для визначення параметрів ОК у приладах селективного ВС контролю має принципові переваги проти ПФП, оскільки безпосередньо ставить у відповідність кожному з параметрів ОК їх функціональну залежність від компонент вектора інформаційних параметрів:

$$x_{ik} = \varphi_i(y_k), \quad i = 1, \dots, n. \quad (2)$$

Водночас розробка моделей ФП за масивом даних $\{x_k, y_k\}$, $k = 1, \dots, M$, одержаних за результатами обчислень відповідної прямої задачі [2], не має обмежень щодо точності параметрів ОК, а також інформаційних параметрів. Їх можна вважати “точними” або задавати з певною точністю, досліджуючи похибки оцінок параметрів ОК за деякою моделлю ФП залежно від похибок вимірів контрольних зразків та похибки вимірювань інформаційних параметрів.

Побудова та дослідження ПФП та ЗФП систем і приладів багатопараметрового ВС контролю за результатами обчислень прямої задачі є важливий етап, під час якого вдається оптимізувати режим формування та обробки багатовимірного вектора інформаційних параметрів. Остаточну номінальну функцію перетворення будують за експериментальними даними.

Побудова зворотної функції перетворення засобів багатопараметрового ВС контролю. Згідно з виразами (1) та (2) запишемо для компоненти вектора параметрів ОК модель ЗФП багатовимірним поліномом у базисі інформаційних параметрів:

$$x_i^* = b_{i0} + \sum_{j=1}^n b_{ij} y_j + \sum_{j=1}^n b_{ij2} y_j^2 + \sum_{j=1}^n b_{ij3} y_j^3 + \dots + \sum_{\substack{j,k=1 \\ (k \neq j)}}^n b_{ijk} y_j y_k + \sum_{\substack{j,k=1 \\ (k \neq j)}}^n b_{ij2k} y_j^2 y_k +$$

$$+ \sum_{\substack{j,k=1 \\ (k \neq j)}}^n b_{ijk} y_j y_k^2 + \sum_{\substack{j,k,l=1 \\ (j \neq k \neq l)}}^n b_{ijkl} y_j y_k y_l + \dots, \quad (3)$$

де $x_i^*, i=1, \dots, n, \dots$ – модельне зображення компоненти вектора параметрів ОК;
 $j, k, l, \dots = 1, \dots, n$ – складники вектора інформаційних параметрів; $Q_i = (b_{i0}, b_{i1}, b_{i2}, \dots, b_{iN})^T$ – вектор невідомих коефіцієнтів моделі.

Модель (3) лінійна відносно вектора невідомих коефіцієнтів. Побудуємо за розв'язком відповідної прямої задачі масив $\{x_k, y_k\}$, $k=1, \dots, M$, за M точками у заданій області X зміни параметрів ОК:

$$y_k = (x_k); \quad x_k \in x \subset X \subset X_0; \quad k=1, \dots, M. \quad (4)$$

Система рівнянь для знаходження вектора невідомих коефіцієнтів моделі ЗФП (3) у матричній формі має такий вид:

$$x = Y \cdot Q; \quad x = (x_1, \dots, x_M)^T. \quad (5)$$

Матриця інформаційних параметрів Y згідно з виразом (3) така:

$$Y = \begin{pmatrix} 1; y_{11}; y_{21}; y_{31}; \dots; y_{11}^2; y_{21}^2; y_{31}^2; \dots; y_{11} \cdot y_{21}; \dots; y_{11}^2 \cdot y_{21}; \dots; y_{11} \cdot y_{21}^2; \dots; y_{11} \cdot y_{21} \cdot y_{31}; \dots \\ \dots \\ 1; y_{1M}; y_{2M}; y_{3M}; \dots; y_{1M}^2; y_{2M}^2; y_{3M}^2; \dots; y_{1M} \cdot y_{2M}; \dots; y_{1M}^2 \cdot y_{2M}; \dots; y_{1M} \cdot y_{2M} \cdot y_{3M}; \dots \end{pmatrix}. \quad (6)$$

Вектор Q невідомих коефіцієнтів визначаємо з рівняння [6]

$$Q = (Y^T \cdot Y)^{-1} \cdot Y^T \cdot x = P^{-1} \cdot Y^T \cdot x, \quad (7)$$

що є єдиним розв'язком системи нормальних рівнянь методу найменших квадратів, за яким мінімізуємо вираз

$$(x - Y \cdot Q)^T \cdot (x - Y \cdot Q) = x^T \cdot x - 2 \cdot Q^T \cdot Y^T \cdot x + Q^T \cdot Y^T \cdot Q \cdot Y. \quad (8)$$

Матриця $Y^T \cdot Y$ інформаційних параметрів неособлива та додатно означена [3, 6]. Її ранг дорівнює кількості N невідомих коефіцієнтів моделі. Лінійну незалежність рядків і стовпців матриці забезпечуємо моделюванням за $M \geq N$ різними точками багатовимірного простору зміни інформаційних параметрів підсистеми ВСПП–ОК.

Розглянемо задачу побудови ЗФП підсистеми ВСПП–ОК на прикладі контролю компонент вектора $x = (x_1, x_2, x_3)^T = (\beta, T, \alpha)^T$ параметрів оболонки. Вважатимемо, що задача контролю полягає у визначенні відхилення вимірних значень параметрів ОК від їх номінального значення.

Задамо в загальному виді область зміни параметрів ОК:

$$x_{0i \min} < x_{0i} < x_{0i \max}, \quad i=1, 2, 3, \quad (9)$$

де $x_{0i} = (x_i - x_{\text{ном}})$ – зміна значення x_i від номінального $x_{\text{ном}}$.

Відповідно у просторі $Y_0 \subset Y \subset R^m$, $m = n$ інформаційних параметрів компоненти вектора $y = (y_1, y_2, y_3)^T$ змінюватимуться в деяких інтервалах:

$$y_{0i \min} < y_{0i} < y_{0i \max}, \quad i=1, 2, 3, \quad (10)$$

де $y_{0i} = (y_i - y_{\text{ном}})$ – зміна значення y_i відносно номінального $y_{\text{ном}}$.

Компонентами вектора $y = (y_1, y_2, y_3)^T$ інформаційних параметрів є дійсні значення множини ортогональних складників (Re, Im) відгуку ВСПП, які, як відомо [2, 3], формують на різних частотах збудження ВСПП або змінюючи розміри обмоток ВСПП.

Локальна обробка первинної інформації полягає у реєстрації змін багатовимірного відгуку ВСПП (10), зумовлених зміною параметрів ОК (9). Згідно з формулою (10) компоненти вектора інформаційних параметрів оболонки запишемо так:

$$y_1 = \Delta \text{Re}1; \quad y_2 = \Delta \text{Im}1; \quad y_3 = \Delta \text{Re}2 (\text{або} \Delta \text{Im}2); \quad (11)$$

$$\Delta \text{Re}1, \Delta \text{Im}1, \Delta \text{Re}2, \Delta \text{Im}2 = 0, \quad \text{якщо} \quad x_i = x_{\text{ном}}, \quad i = 1, 2, 3. \quad (12)$$

Умова (12) відповідає компенсації відгуку ВСПП на контрольному зразку оболонки з номінальними значеннями параметрів ОК. Вектор інформаційних параметрів подано у вигляді

$$y_0 = (\Delta \text{Re}1, \Delta \text{Im}1, \Delta \text{Re}2)^T. \quad (13)$$

За моделлю ПФП підсистеми ВСПП–ОК, побудованою за результатами обчислень відповідної прямої задачі, вдається на основі аналізу тензора чутливості за n параметрами ОК [3] оптимізувати режим контролю, щоб сформувати вектор інформаційних параметрів системи, зокрема, вибрати спосіб формування відгуку ВСПП та компонент вектора y_0 за формулою (13).

Використовуючи модель (3), зобразимо ЗФП для визначення параметрів оболонки через прирости компонент вектора інформаційних параметрів (13) у k -му експерименті:

$$\begin{aligned} \beta_i; T_i; \alpha_i \Rightarrow x_{ik}(\text{Re}1_k, \text{Im}1_k, \text{Re}2_k) = \\ = x_{in}(\text{Re}1_n, \text{Im}1_n, \text{Re}2_n) + \Delta x_{ik}(\Delta \text{Re}1_k, \Delta \text{Im}1_k, \Delta \text{Re}2_k), \end{aligned} \quad (14a)$$

де $\beta = R_{\text{eq}} \sqrt{\omega \sigma \mu_0}$ – безрозмірний параметр, що характеризує ПЕП [2]; $T = t/R_{\text{eq}}$ – відносна товщина; $\alpha = h/R_{\text{eq}}$ – відносна відстань між ВСПП та поверхнею ОК.

Зобразимо приріст Δx_{ji} параметрів ОК кубічним поліномом. Індекси i, j для спрощення опустимо:

$$\begin{aligned} \Delta x(\Delta \text{Re}1, \Delta \text{Im}1, \Delta \text{Re}2) = & b_{11} \cdot \Delta \text{Re}1 + b_{12} \cdot \Delta \text{Re}1^2 + b_{13} \cdot \Delta \text{Re}1^3 + \\ & + b_{21} \cdot \Delta \text{Im}1 + b_{22} \cdot \Delta \text{Im}1^2 + b_{23} \cdot \Delta \text{Im}1^3 + b_{31} \cdot \Delta \text{Re}2 + b_{32} \cdot \Delta \text{Re}2^2 + b_{33} \cdot \Delta \text{Re}2^3 + \\ & + b_{11,21} \cdot \Delta \text{Re}1 \cdot \Delta \text{Im}1 + b_{12,21} \cdot \Delta \text{Re}1^2 \cdot \Delta \text{Im}1 + b_{11,22} \cdot \Delta \text{Re}1 \cdot \Delta \text{Im}1^2 + \\ & + b_{11,31} \cdot \Delta \text{Re}1 \cdot \Delta \text{Re}2 + b_{12,31} \cdot \Delta \text{Re}1^2 \cdot \Delta \text{Re}2 + b_{11,32} \cdot \Delta \text{Re}1 \cdot \Delta \text{Re}2^2 + \\ & + b_{21,31} \cdot \Delta \text{Im}1 \cdot \Delta \text{Re}2 + b_{22,31} \cdot \Delta \text{Im}1^2 \cdot \Delta \text{Re}2 + b_{21,32} \cdot \Delta \text{Im}1 \cdot \Delta \text{Re}2^2 + \\ & + b_{11,21,31} \cdot \Delta \text{Re}1 \cdot \Delta \text{Im}1 \cdot \Delta \text{Re}2. \end{aligned} \quad (14б)$$

Вектор невідомих коефіцієнтів моделі ЗФП визначаємо за формулами (5)–(7). Масив даних $\{\Delta x_k, \Delta y_k\}, k = 1, \dots, M$ будемо для приростів вектора $\Delta x_k = (\Delta x_{1k}, \Delta x_{2k}, \Delta x_{3k})^T$ параметрів ОК і вектора $y_k = (\Delta y_{1k}, \Delta y_{2k}, \Delta y_{3k})^T$ інформаційних параметрів.

Похибку моделей ПФП та ЗФП системи ВСПП–ОК найзручніше оцінювати за коефіцієнтом множинної кореляції між “істинним” значенням v та одержаним v^* за моделлю ФП [7,8]:

$$\rho_{vv^*} = \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{\Delta}}{\sigma_v}\right)^2} \approx \sqrt{1 - \left(\frac{\sigma_{\Delta}}{\sigma_v}\right)^2} \quad (15)$$

де σ_{Δ} – середнє квадратичне відхилення моделі ФП від “істинного” значення в області моделювання, а σ_v – середнє квадратичне відхилення тих самих точок від середнього значення ($\bar{v} = M(v)$), що характеризує діапазон зміни параметра v .

Аналогом приведеної похибки наближено вважають [7]

$$\gamma \approx \sigma_{\Delta} / 2\sigma_v.$$

Тоді співвідношення між коефіцієнтом кореляції та приведеною похибкою має вид

$$\gamma \approx 0,5 \cdot \sqrt{1 - \rho^2} . \quad (16)$$

За формулюванням обернена задача багатопараметрового ВС контролю відповідає умові коректності за А. М. Тихоновим [5], за якою для точного значення $y = y_T$ існує єдиний розв'язок x_T , який належить компактному X_0 . При цьому існує наближений розв'язок $x_\delta = A^{-1} \cdot y_\delta$, який зі зменшенням похибки вхідних даних $\rho(y_\delta, y) \leq \delta \rightarrow 0$ прямує до точного значення $x_\delta \rightarrow x_T$. Таким чином, похибку оцінки параметрів ОК визначають похибки вхідних даних під час побудови моделі ФП, що задаються масивом $\{x_k, y_k\}$, $k = 1, \dots, M$.

Розглянемо задачу контролю ПЕП матеріалу та зазору, яку широко застосовують на практиці для оцінки ступеня деградації матеріалу. Модель ЗФП побудовано за розв'язком задачі про електромагнетне поле витка зі змінним струмом над електропровідним півпростором [2]. Параметр β для області моделювання, що охоплює матеріали від латуні, алюмінієвих сплавів і алюмінію до срібла і міді з ПЕП $\sigma = 10 \div 60$ MS/m, становив 3(1)7, а для зазору відносна відстань $\alpha = 0,05(0,05)0,3$. Оцінка приведеної похибки по β становила 0,57% і по зазору 0,58%. Ці оцінки сумірні з похибкою інформаційних параметрів, що вводились до масиву $\{x_k, y_k\}$, $k = 1, \dots, M$, і відповідають вказаній умові коректності за А. М. Тихоновим. Точність оцінок можна поліпшити зменшенням похибки інформаційних параметрів, а також локалізацією області їх зміни відповідно до умов контролю конкретного об'єкта.

Слід зауважити, що, використовуючи ортогональні складники відгуку ВСПП як інформаційні параметри у задачах контролю товщини оболонок, ПЕП матеріалу чи товщину покриття, можна суттєво спростити калібрування відповідних засобів контролю. За різними способами фазового методу ВС контролю деякого придушення такої завади, як зміна зазору між ВСПП та поверхнею ОК під час контролю, що обумовлює похибку на рівні 3÷5%, досягають введенням додаткових операцій з відгуком ВСПП, таких, щоб фаза вектора інформаційного сигналу мінімально залежала від зазору. Реалізація засобів контролю за ЗФП передбачає під час калібрування тільки компенсацію відгуку ВСПП на контрольному зразку з номінальними значеннями параметрів ОК. Недоліком фазового методу є також малі, в межах 10÷15°, зміни фазового кута інформаційного вектора і пов'язані з цим проблеми вимірювань, що обмежує чутливість методу.

Загалом з підвищенням точності моделі ЗФП через збільшення ступеня полінома або кількості складників вектора параметрів ОК зростає розмірність моделі та підвищується ранг матриці (6) інформаційних параметрів. Похибки вимірювання інформаційних параметрів у реальних системах ВС контролю через погіршення обумовленості матриці інформаційних параметрів можуть збільшити похибку моделі ЗФП і, відповідно, похибку оцінки параметрів ОК.

Зауважимо, що за певних обставин розмірність моделі ЗФП системи можна зменшити. Приміром, якщо в зображенні (14б) за специфікою умов відбору первинної інформації одна зі компонент вектора інформаційних параметрів дорівнюватиме нулю

$$\Delta \text{Re}1 = 0, \quad \Delta \text{Im}1 = 0 \quad \text{або} \quad \Delta \text{Re}2 = 0, \quad (17)$$

то в правій частині десять членів з дев'ятнадцяти також дорівнюватимуть нулю. Відповідно зменшується ранг матриці інформаційних параметрів. При цьому для реалізації умови (17) необхідно враховувати фізичний зміст формування первинної інформації.

Відгук ВСПП є наслідком дії множини параметрів ОК, що є незалежні змінні. Це дало можливість обґрунтувати зображення моделі ПФП підсистеми ВСПП–ОК

композиційною моделлю [3], що принципово спростило фізичне трактування моделі ПФП та підхід до її побудови. Застосувати на практиці аналогічний підхід, щоб полегшити побудову зображення ЗФП, проблематично. Між компонентами вектора інформаційних параметрів існує кореляційний зв'язок, тому можливість спрощення зображення ЗФП (14б) слід досліджувати для конкретної задачі контролю.

ВИСНОВКИ

Застосування зворотної функції перетворення системи ВСПП–ОК має суттєві переваги під час створення апаратури багатопараметрового вихрострумовеого контролю. На відміну від розв'язання системи нелінійних рівнянь за ПФП тут для визначення параметрів ОК безпосередньо ставиться у відповідність заданому параметру ОК нелінійна залежність від компонент вектора інформаційних параметрів ВСПП, що обумовлює економію програмного ресурсу, зростання продуктивності контролю, а також спрощення апаратурної реалізації засобів контролю.

Під час побудови ЗФП для контролю тільки одного з параметрів оболонки, приміром, її товщини t , значення ПЕП матеріалу $\beta(\sigma)$ та зазору α не вводять. При цьому, щоб за моделлю (2) враховувати їх вплив як завад на зменшення методичної похибки вимірювань, необхідно забезпечити задану точність вимірювання вектора інформаційних параметрів та товщини тестових зразків за різних значень ПЕП матеріалу σ та зазору h у межах їх зміни, що залежить від конкретного технологічного процесу. Під час побудови моделі ЗФП за результатами фізичного чи натурального експериментів принципово спрощується задача виготовлення та атестації контрольних зразків у заданому інтервалі зміни контрольованого параметра ОК. При цьому особливих вимог до точності вимірювань інших параметрів ОК не висувається, що є обов'язковою умовою за побудови прямої функції перетворення.

РЕЗЮМЕ. Разработан метод построения модели нелинейной многопараметровой обратной функции преобразования вихретоковых приборов для селективных измерений параметров контролируемых объектов. Создание средств вихретокового многопараметрового контроля на основе нелинейной обработки первичной информации с использованием обратной функции преобразования системы принципиально упрощает задачу их программного, аппаратного и метрологического обеспечения при одновременном увеличении точности оценки контролируемых параметров.

SUMMARY. The method of construction of the model of nonlinear multivariable inverse transformation function of eddy current devices for nondestructive measuring of the test object characteristics is developed. In comparison with the present-day situation in eddy current techniques, progress in the development of new eddy current devices with use of the mentioned inverse function makes the problem of primary information processing less complicated, simplifies requirements to the preparation of test object samples that are needed for calibration of the devices and simultaneously ensures increasing of estimation accuracy of the tested object characteristics.

1. *Неразрушающий контроль.* Россия. 1900–2000 гг.: Справ. / В. В. Клюев, Ф. Р. Соснин, С. В. Румянцев и др. – М.: Машиностроение, 2001. – 616 с.
2. *Неразрушающий контроль и диагностика:* Справ. / Под ред. В. В. Клюева. – М.: Машиностроение, 1995. – 254 с.
3. *Тетерко А. Я., Назарчук З. Т.* Селективна вихрострумова дефектоскопія. – Львів: НАН України, Фіз.-мех. ін-т ім. Г. В. Карпенка, 2004. – 248 с.
4. *Колмогоров А. Н., Фомин С. В.* Элементы теории функций и функционального анализа. – М.: Наука, 1981. – 544 с.
5. *Тихонов А. И., Арсенин В. Я.* Методы решения некорректных задач. – М.: Наука, 1986. – 287 с.
6. *Лоусон Ч., Хенсон Р.* Численное решение задач метода наименьших квадратов. – М.: Наука, 1986. – 232 с.
7. *Новицкий П. В., Зограф И. А.* Оценка погрешностей результатов измерений. – Л.: Энергоатомиздат, 1991. – 302 с.
8. *Кендалл М., Стьюарт А.* Многомерный статистический анализ и временные ряды. – М.: Наука, 1976. – 736 с.

Одержано 16.07.2010