Физика низких температур, 1999, т. 25, № 8/9, с. 868–875

Неквантовые осцилляции, обусловленные динамикой электрона в сверхрешетке

А. М. Косевич

Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины, Украина, 310164, г. Харьков, пр. Ленина, 47
E-mail: kosevich@ilt.kharkov.ua

И. Д. Вагнер

Grenoble High Magnetic Field Laboratory MPI-FRF and CNRS, BP 166 F-38042 Grenoble Cedex 09, France

Статья поступила в редакцию 1 марта 1999 г.

Обсуждены осцилляции, порожденные классическим движением блоховского электрона в пространственно периодической структуре, период которой значительно превышает межатомное расстояние: 1) так называемые блоховские колебания, т.е. колебательное движение электрона в постоянном однородном электрическом поле; 2) осцилляционная зависимость магнитосопротивления металла от постоянного магнитного поля, связанная с геометрическим резонансом, при котором диаметр орбиты электрона в магнитном поле соизмерим с периодом сверхрешетки.

Обговорено осциляції, породжені класичним рухом блохівського электрона в просторово періодичній структурі, період якої значно перевищує міжатомну відстань: 1) так звані блохівські коливання, тобто коливальний рух электрона у постійному однорідному электричному полі; 2) осциляційна залежність магнітоопору метала від постійного магнітного поля, пов'язана з геометричним резонансом, при цьому діаметр орбіти электрона в магнітному полі є сумірним із періодом надгратки.

PACS: 73.20.Dx

Введение

Исследования Б. Веркина, посвященные экспериментальному изучению эффекта де Гааза—ван Альфена, вошли в фундамент современной теории квантовых осцилляций в металлах. Они широко цитируются и высоко оцениваются в известной монографии Шенберга [1]. Одним из замечательных результатов этих исследований было установление зависимости периодов квантовых осцилляций от формы поверхности Ферми. Форма поверхности Ферми, как известно, определяется законом дисперсии электрона в металле и отражает периодичность кристаллической решетки [2]. Но поскольку для описания квантовых магнитных осцилляций в металле обычно используется длинноволновое квазиклассическое приближение, пространственная периодичность кристаллической решетки мало проявляется при движении электронов в координатном пространстве.

Однако в последнее время созданы полупроводниковые периодические структуры с периодом, значительно превышающим период кристаллической решетки (межатомное расстояние). Такие проводящие сверхрешетки стали плацдармом для изучения особенностей классического движения электронов в координатном пространстве периодических структур [3]. В результате стала актуальной проблема динамики электрона в условиях, когда размеры его циклотронной орбиты в магнитном поле соизмеримы с периодом сверхрешетки. Одновременно выработался новый взгляд на старую, казавшуюся академической и абстрактной, проблему блоховских колебаний электрона в однородном и постоянном электрическом поле.

Мы обсудим эти две разные проблемы, формально объединенные только словом «осцилляции».

Статья начинается с обсуждения последней проблемы как наиболее простой в формальной записи математических соотношений, иллюстрирующих закономерности блоховских колебаний электрона (блоховских осцилляций), так и более далекую от исследований осцилляционной зависимости термодинамических и кинетических характеристик электронного газа от магнитного поля, которые обычно всплывают в памяти при упоминании магнитных осцилляций. Явление блоховских колебаний связано с динамикой отдельного электрона и всецело обусловлено спецификой закона дисперсии электрона в металле или полупроводнике, а именно, периодической зависимостью энергии и скорости электрона от его квазиимпульса. Если под действием внешнего электрического поля импульс электрона монотонно нарастает со временем (это может происходить на интервалах времени, значительно меньших времени релаксации электронного движения в кристалле), то его скорость периодически меняет знак, и «классическое» (без учета межзонных переходов) движение электрона приобретает характер колебаний [2]. Частота колебаний, которая должна быть значительно больше обратного времени релаксации, в отсутствие магнитного поля прямо пропорциональна электрическому полю и пространственному периоду изучаемой проводящей структуры.

Хотя частота блоховских колебаний оказывается зависящей от пространственного периода, при расчете периодичность слоистой структуры учитывается неявно — посредством формулировки специфического закона дисперсии. Немонотонность зависимости энергии электрона от импульса является основным моментом в описании обсуждаемого эффекта, поэтому нам хотелось бы учесть ее не только в оценках, но непосредственно в расчетах и в виде окончательных формул. В связи с этим мы ограничились простейшим, но часто используемым видом периодической зависимости, — синусоидальной зависимостью энергии от квазиимпульса.

В скрещенных электрическом и магнитном полях блоховские осцилляции могут конкурировать с циклотронным движением электрона в однородном магнитном поле. «Соревнование» двух видов колебательного движения описывается уравнением, эквивалентным уравнению колебаний математического маятника, которое легко анализируется в предельных случаях. В частности, выяснено, что в достаточно сильных магнитных и слабых электрических полях блоховские осцилляции электрона практически не заметны на фоне его циклотронного движения.

Во второй части статьи рассматривается только циклотронное движение электронов в сильном магнитном поле в предположении, что проводящая среда обладает слоистой периодической структурой с макроскопическим периодом. В условиях, отвечающих экспериментальной реализации такой ситуации, периодическое возмущение с макроскопическим периодом накладывается на периодическое кристаллическое поле с атомарным периодом. Тогда в общем случае невозмущенное движение электрона управляется неким, вообще говоря, сложным законом дисперсии. Учет возмущения в динамике электрона с произвольным законом дисперсии является сложной задачей, решением которой авторы не планируют заниматься. Мы исходим из того, что если макроскопический период значительно превосходит межатомное расстояние, то выяснение роли особенностей «затравочного» произвольного закона дисперсии и дополнительной макроскопической пространственной периодичности может быть рассмотрено независимо. Поэтому предполагаем невозмущенное движение электрона подчиняющимся изотропному квадратичному закону дисперсии и основное внимание уделяем учету влияния периодического потенциала с макроскопическим периодом на свойства электронного газа. Для получения результатов в явном виде мы ограничились анализом движения электрона в пространственно периодическом потенциале малой амплитуды, когда можно воспользоваться теорией возмущений, применение которой завершается простыми формулами.

Мы нашли энергетический спектр электрона с квадратичным законом дисперсии в присутствии однородного магнитного поля и слабого периодического потенциала с одномерной периодичностью в направлении, перпендикулярном магнитному полю. Другими словами, мы построили квазиклассический закон дисперсии электрона в периодической структуре с одномерной периодичностью в присутствии однородного магнитного поля.

В заключительном разделе статьи вычислена электропроводность электронного газа с найденным законом дисперсии в приближении времени релаксации и описаны классические осцилляции магнитосопротивления при изменении магнитного поля. Как и в эффекте Шубникова—де Гааза, эти осцилляции могут наблюдаться только при низких температурах. Но параметр, определяющий температурный спад амплитуды, в полученных формулах в отношении d/a (d — период решетки, a — межатомное расстояние) меньше такового в эффекте Шубникова—де Гааза, поэтому описанное явление более «высокотемпературное».

1. Блоховские осцилляции электрона в сверхрешетке

Особенности динамики электрона в сверхрешетке связаны со спецификой его энергии при движении в периодическом поле. Состояние электрона в периодической структуре определяется квазиимпульсом $\mathbf{p}$, и его энергия $\varepsilon(\mathbf{p})$ есть периодическая функция квазиимпульса (в дальнейшем для сокращения — импульса). Такая зависимость электронной энергии имеет сугубо квантовую природу [2]. Не вдаваясь в детали обоснования процедуры и ограничиваясь квазиклассическим приближением, мы будем следовать методу эффективного гамильтониана, рассматривая $\varepsilon(\mathbf{p})$ как кинетическую энергию свободной частицы и формулируя механику электрона по аналогии с классической механикой. В соответствии с классической механикой гамильтониан электрона во внешних электрическом и магнитном полях имеет вид

$$\mathcal{H} = \varepsilon\left(\boldsymbol{\mathcal{p}} - \frac{e}{c}\,\mathbf{A}(\mathbf{r})\right) - e\varphi(\mathbf{r}) \ , \tag{1}$$

где $\boldsymbol{\mathcal{p}}$ — канонический импульс электрона, а $\mathbf{p} = \boldsymbol{\mathcal{p}} - (e/c)\mathbf{A}$ — его кинематический импульс; $\mathbf{A}$ и φ — векторный и скалярный потенциалы внешних полей. Уравнение свободного движения электрона имеет обычную форму:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = e\mathbf{E} + \frac{e}{c}\,[\mathbf{v},\, \mathbf{H}] \ , \tag{2}$$

где $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ — напряженности электрического и магнитного полей.

Ограничимся наиболее интересным случаем слоистой структуры, считая ее сверхрешеточные свойства одномерными. Пусть ось $0x$ перпендикулярна слоям. Тогда в простейшем случае (приближение сильной связи) электрон имеет такой закон дисперсии в отсутствие магнитного поля:

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{p_\perp^2}{2m_0} + \Delta \sin^2 \frac{p_x d}{2\hbar} \ , \tag{3}$$

где $p_\perp^2 = p_y^2 + p_z^2$; m_0 — эффективная масса в плоскости слоев сверхрешетки; d — период сверхрешетки; Δ — ширина энергетической зоны, связанной с движением по оси $0x$.

В соответствии с (3)

$$v_\perp = \frac{p_\perp}{m_0}\ ; \quad v_x = A \sin\frac{p_x d}{\hbar}\ ; \quad A = \frac{1}{2}\,\frac{\Delta}{\hbar}\, d = \text{const} \ . \tag{4}$$

Пусть постоянное электрическое поле E приложено вдоль оси $0x$, а магнитное поле отсутствует. Тогда при учете диссипативных процессов (обусловленных столкновениями электрона с другими квазичастицами или примесями в металле) эффективное уравнение движения электрона, качественно описывающее ситуацию, можно представить в виде

$$\frac{d\mathbf{p}_\perp}{dt} = -\frac{1}{\tau_0}\,\mathbf{p}_\perp\ , \quad \frac{dp_x}{dt} = eE - \frac{p_x}{\tau}\ , \tag{5}$$

где τ — время релаксации. Из (5) следует, что при начальном условии $p_x = 0$ $(t = 0)$ имеем $\mathbf{p}_\perp = 0$, а p_x определяется уравнением

$$\frac{dp_x}{dt} + \frac{p_x}{\tau} = eE \ . \tag{6}$$

В обычных проводниках (без сверхструктуры, когда $d \sim a$), а также в сверхрешетках с малым d, при допробойных электрических полях $eEd\tau < \hbar$, поэтому при $t >> \tau$ уравнение (6) имеет стационарное решение $p_x = p_0 = eE\tau$, соответствующее движению электрона с постоянной скоростью $v_x = A \sin\,(eEd\tau/\hbar)$.

Если $eEd\tau << \hbar$, то такое решение определяет обычно изучаемую подвижность электрона в полупроводнике:

$$\frac{v_x}{E} = eA\tau d = \frac{e\tau}{m^*} \ . \tag{7}$$

Если же $eEd\tau >> \hbar$, то на малых временах $\tau << t$ имеем

$$p_x = eEt, \tag{8}$$

и в основном приближении по малому параметру $\hbar/(eE\tau d)$ скорость электрона

$$v_x = A \sin \omega_b t , \qquad (9)$$

где $\omega_b = eEd/\hbar$ — блоховская частота (иногда ее называют частотой Штарка), характеризующая колебания электрона в сверхрешетке под действием постоянного электрического поля. Это и есть блоховские осцилляции.

Если электрон движется в скрещенных электрическом и магнитном полях, то блоховские осцилляции конкурируют с циклотронным колебательным движением электрона. Хотя этот вопрос обсужден в литературе (см., например, [3]), уместно изложить его в простейшем варианте, считая циклотронный и блоховский периоды осцилляций значительно меньшими времени релаксации (формально $\tau = \infty$). Считая магнитное поле B направленным по оси $0z$, перепишем уравнения (4)–(6) в виде

$$\frac{dp_x}{dt} = \frac{eB}{c} v_y + eE ; \quad v_x = A \sin \frac{p_x d}{\hbar} ;$$
$$\frac{dp_y}{dt} = -\frac{eB}{c} v_x ; \quad v_y = \frac{p_y}{m} . \qquad (10)$$

Систему (10) можно свести к одному дифференциальному уравнению второго порядка

$$\frac{d^2 p_x}{dt^2} + mA\omega_c^2 \sin \frac{dp_x}{\hbar} = 0 \qquad (11)$$

с начальным условием (при $t = 0$)

$$p_x = 0 , \quad \frac{dp_x}{dt} = eE + m\omega_c V_0 , \qquad (12)$$

где $\omega_c = eB/mc$, а V_0 — начальная скорость электрона вдоль оси $0y$. Постоянная A связана с эффективной массой m^* движения электрона с малым импульсом вдоль оси x: $m^* = \hbar/(Ad)$.

Введем безразмерную переменную $z = p_x d/\hbar$. Тогда

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + \Omega_0^2 \sin z = 0 , \qquad (13)$$

где

$$\Omega_0^2 = \left(\frac{mAd}{\hbar}\right) \omega_c^2 = \frac{m}{m^*} \omega_c^2 = \frac{1}{mm^*} \left(\frac{eB}{c}\right)^2 . \qquad (14)$$

Вид решения уравнения математического маятника (13) зависит от величины первого интеграла

$$\mathcal{J} = \frac{1}{2}\left(\frac{dz}{dt}\right)^2 + \Omega_0^2 (1 - \cos z) . \qquad (15)$$

Существует критическое (граничное) значение $\mathcal{J} = \mathcal{J}_0 \equiv 2\Omega_0^2$, разделяющее траектории электрона на две группы:

1. Если $\mathcal{J} < \mathcal{J}_0$, то электрон совершает вдоль оси x колебательное движение с частотой $\omega = \pi\Omega_0 /[2\mathcal{K}(k)]$, где $\mathcal{K}(k)$ — полный эллиптический интеграл первого рода, а параметр $k = \sqrt{\mathcal{J}/\mathcal{J}_0}$. В пределе $\mathcal{J} << \mathcal{J}_0$ электрон совершает циклотронное колебательное движение с частотой $\omega = \Omega_0$.

2. Если $\mathcal{J} > \mathcal{J}_0$, то движение электрона вдоль оси x остается финитным, однако происходят колебания с частотой $\omega = \pi\Omega_0 /[k\mathcal{K}(k)]$, где $k = \sqrt{\mathcal{J}_0 /\mathcal{J}}$. В пределе $\mathcal{J} >> \mathcal{J}_0$ электрон совершает блоховские колебания с частотой $\omega = \omega_B \equiv \equiv eEd/\hbar$.

2. Классические осцилляции магнитосопротивления в периодическом потенциале

Новый всплеск интереса к магнитным осцилляциям в металлах был связан с новым объектом, появившимся в экспериментальной физике, — двумерными электронными системами. В этих системах был обнаружен новый осцилляционный эффект, присущий пространственно периодически модулированному двумерному электронному газу [4,5]. Обнаруженное явление отличается от эффекта Шубникова—де Гааза и имеет характер геометрического резонанса: оно отражает соизмеримость диаметра циклотронной орбиты электрона в магнитном поле с периодом пространственной модуляции кристаллического поля. В связи с этим следует говорить об аналогии наблюдаемого эффекта с геометрическим резонансом при поглощении ультразвука в металлах в магнитном поле. Звуковая волна создает в образце пространственную модуляцию, период которой может быть соизмерим с диаметром электронной орбиты, приводя к резонансным эффектам (см., например, с. 221, 222 в [6]).

В настоящей работе предлагается теория подобного эффекта в трехмерном электронном газе, модулированном периодическим потенциалом, зависящим только от одной пространственной координаты вдоль направления, перпендикулярного внешнему магнитному полю. Такая модуляция может быть реализована созданием сверхрешетки с субмикронным периодом. Соответствующие магнитные осцилляции в сверхрешетке, по-видимому, впервые наблюдали авторы исследования [7], на что было обращено внимание в работе [8].

Рассматривается идеальный электронный газ во внешнем периодическом потенциальном поле, зависящем от одной пространственной координаты. Например, это может быть сверхрешетка типа слоистой структуры с периодом d, намного превышающим межатомное расстояние a. Если внешнее магнитное поле B направлено параллельно слоям, то невозмущенное движение электрона происходит по траектории, проекция которой на плоскость, перпендикулярную B, имеет вид замкнутой орбиты (в простейшем случае — окружности). Предполагается, что диаметр циклотронной орбиты D, отвечающей фермиевской энергии, может превышать d. Поскольку диаметр электронной орбиты обратно пропорционален магнитному полю ($D \sim 1/B$), то при изменении $1/B$ на величину, соответствующую приращению $\delta D = d$, должно наблюдаться резонансное изменение кинетических характеристик электронного газа. Естественно, что осцилляции с изменением $1/B$ будут наблюдаться при условии, что длина свободного пробега электронов l превышает длину циклотронной орбиты ($l > \pi D$). Кроме того, как и в эффекте Шубникова—де Гааза, температура должна быть достаточно низкой. Но оказывается, что температурная зависимость определяется в данном случае параметром $(T/\hbar\omega_c)(\hbar p_F d)$, который в отношении $\hbar p_F d$ меньше соответствующего параметра в эффекте Шубникова—де Гааза (ω_c — циклотронная частота, p_F — фермиевский импульс электронного газа).

Поскольку с ростом указанного параметра осцилляции ослабляются, обсуждаемый эффект наблюдается как более «высокотемпературный». Связано это с тем, что эффект является классическим и не имеет отношения к квантованию уровней энергии в магнитном поле.

2.1. Энергетический спектр электрона

Для получения явных количественных соотношений и простых зависимостей возьмем периодический потенциал в простейшем виде

$$V(x) = V_0 \cos\left(2\pi \frac{x}{d}\right) \tag{16}$$

и допустим, что период d значительно превышает межатомное расстояние $d >> a_0$.

Предположим, что вектор напряженности магнитного поля параллелен слоям сверхрешетки и направлен по оси z. Выберем подходящую калибровку вектор-потенциала $\mathbf{A}(0, Bx, 0)$ и запишем функцию Гамильтона для электрона в магнитном поле B и поле периодического потенциала (16):

$$\mathcal{H} = \frac{p_x^2}{2m} + \frac{p_z^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega_c^2 (x - x_0)^2 + V(x) \ , \tag{17}$$

где $\omega_c = eB/mc$ (циклотронная частота); $x_0 = -cp_y/eB$ (центр электронной орбиты; $p_y = \text{const}$). Ясно, что движение электрона происходит при условии $p_z = \text{const}$ и описывается уравнениями

$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_c^2 (x - x_0) = -\frac{1}{m}\frac{dV}{dx} \equiv \frac{2\pi V_0}{md} \sin 2\pi \frac{x}{d} \ , \tag{18}$$

$$\frac{dy}{dt} = \omega_c\,(x - x_0) \ . \tag{19}$$

В отсутствие периодического потенциала ($V(x) \equiv 0$) решение уравнений (18), (19) удобно записать в форме

$$x = x_0 + R \sin \omega_c\,(t - t_0) \ , \tag{20}$$

$$x_0 = \text{const} \ , \quad t_0 = \text{const} \ ,$$

где R — циклотронный радиус электронной орбиты, связанный с электронной энергией E_0 движения в плоскости xy выражением

$$E_0 \equiv \frac{p_x^2}{2m} + \frac{1}{2} m\omega_c^2 (x - x_0)^2 = \frac{1}{2} m\omega_c^2 R^2 \ . \tag{21}$$

Именно запись (20) позволяет выполнить предельный переход к динамике электрона в отсутствие магнитного поля ($B \to 0$), когда

$$x = x_0 + R_0 \sin \omega_c (t - t_0) \to x_1 + v_0\, t \ ,$$

где $v_0 = \sqrt{2E_0/m} = \text{const}$, $x_1 = x_0 - v_0\, t_0 = \text{const}$. Считая периодический потенциал малым, воспользуемся теорией возмущения, определяя порядок приближения степенью амплитуды потенциала V_0 . Тогда в первом порядке теории возмущений полная энергия электрона может быть представлена в виде

$$E = \frac{p_x^2}{2m} + E_0 + \langle V(x_0 + R \sin \phi)\rangle \ , \tag{22}$$

где фаза $\phi = \omega_c\,(t - t_0)$, а скобки $\langle\ldots\rangle$ означают временное усреднение по периоду $2\pi/\omega_c$.

Простые вычисления, подробно изложенные в [9], приводят к следующему окончательному выражению для энергии движения электрона в плоскости xy:

$$E_\perp \equiv E - \frac{p_z^2}{2m} = E_0 + V_0\, \mathcal{J}_0\left(2\pi\,\frac{R}{d}\right)\cos\left(2\pi\,\frac{x_0}{d}\right), \tag{23}$$

где $\mathcal{J}_n(x)$ — функция Бесселя первого рода порядка n, и в правой части следует воспользоваться соотношением (21), а именно $R = (2E_0/m\omega_c^2)^{1/2}$.

Заметим, что последний член в (23) отличается своей записью от квантового выражения, приведенного в работе [5] для энергии двухмерного движения электрона в магнитном поле и одномерном периодическом потенциале, хотя оба выражения должны описывать один и тот же энергетический спектр электрона при условии $2\pi R >> d$. Кажущееся различие исчезает, если учтем, что асимптотически при больших аргументах

$$\mathcal{L}_n(x) = e^{x/2}\, \mathcal{J}_0(\sqrt{2nx}), \quad x \to \infty, \tag{24}$$

где $\mathcal{L}_n(x)$ — полином Лагера n-го порядка. Кроме того, знаем, что квазиклассическое квантование энергии гармонического осциллятора приводит нас к выводу

$$E_0 \equiv \frac{1}{2}\, m\omega^2 R^2 = n\hbar\omega, \quad n >> 1.$$

Итак, при движении электрона в периодическом поле вырождение по положению центра орбиты снимается:

$$E = \frac{p_z^2}{2m} + E_\perp(E_0, x_0). \tag{25}$$

Очень важно, что в состоянии с фиксированными E_0, p_z и x_0 во внешнем периодическом потенциальном поле электрон обладает компонентой скорости

$$v_y = \frac{\partial E}{\partial p_y} = -\frac{1}{m\omega_c}\frac{\partial E}{\partial x_0} =$$

$$= \frac{2\pi V_0}{m\omega_c d}\, \mathcal{J}_0\left(2\pi\,\frac{R}{d}\right)\sin\left(2\pi\,\frac{x_0}{d}\right). \tag{26}$$

Поскольку периодический потенциал $V(x)$ зависит от координаты x, он порождает силу, действующую на электрон вдоль оси y, поэтому скорость (26) есть аналог скорости холловского дрейфа в скрещенных электрическом и магнитном полях.

Вычислим плотность состояний, отвечающую спектру (22) и (23). Число электронных состояний, приходящееся на единицу объема и отвечающее энергиям, меньшим E,

$$N(E) = \frac{2}{(2\pi\hbar)^3}\int dx\,dp_x\,dp_y\,dp_z =$$

$$= \frac{2(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^2\hbar d}\int \sqrt{E - E_\perp}\, dE_0\, dx_0, \tag{27}$$

где интегрирование по x_0 должно проводиться по одному периоду внешнего потенциала d. Учтем (23) и выделим в подынтегральном выражении в (27) линейное по V_0 слагаемое

$$N(E) = \frac{2(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^2\hbar d}\left\{\int_{-V_0}^{E}\sqrt{E - E_0}\, dE_0 \int dx_0 - \right.$$

$$\left. -\frac{1}{2}\, V_0 \int_0^E \frac{\mathcal{J}_0(2\pi R/d)}{\sqrt{E - E_0}}\, dE_0 \int_0^d \cos(2\pi x_0/d)\, dx_0\right\}. \tag{28}$$

Видим, что последнее слагаемое в правой части (28) обращается в нуль за счет интеграла от косинуса по полному периоду. Таким образом, зависимость числа состояний $N(E)$ от периодического потенциала $V(x)$, а следовательно, от магнитного поля в принятом приближении отсутствует:

$$N(E) = N_0(E) = \frac{8\pi(2mE)^{3/2}}{3(2\pi\hbar)^3}, \tag{29}$$

где $N_0(E)$ — число электронных состоянии свободного электронного газа.

Из этого следует, что термодинамические свойства электронного газа в изучаемой сверхрешетке также не зависят от магнитного поля. Подчеркнем, что мы анализировали классическое движение электрона в периодическом потенциале в присутствии магнитного поля. Поэтому полученный результат, естественно, согласуется с общефизическим утверждением, что зависимость термодинамических свойств вещества от магнитного поля есть чисто квантовый эффект.

Однако при расчете кинетических характеристик электронного газа с использованием вероятности переходов между различными состояниями электрона (в частности, между состояниями с разными x_0) возникает зависимость от магнитного поля.

2.2. Осцилляции поперечного магнитосопротивления электронного газа в сверхрешетке

Вычислим низкотемпературную электропроводность идеального газа электронов с законом дисперсии (25), рассеивающихся на примесях. Для выяснения качественных особенностей зависимости электропроводности от магнитного поля, ограничимся приближением времени релаксации (так называемым τ-приближением). В этом приближении без учета слабого периодического потенциала $V(x)$ получим следующие поперечные компоненты тензора электропроводности:

$$\sigma^0_{xx} = \sigma^0_{yy} = \sigma_0 /[1 + (\omega_c \tau)^2] ,$$

$$\sigma^0_{xy} = \sigma^0_{yx} = \tau\omega_c \sigma^0_{xx} , \quad \sigma_0 = e^2\tau N_0 /m ,$$

где N_0 — полное число электронов проводимости в единице объема.

Примем теперь во внимание слабый периодический потенциал $V(x)$. Наличие стационарной скорости (26) приводит к следующему дополнительному вкладу в компоненту электропроводности при $\omega_c\tau >> 1$:

$$\delta\sigma_{yy} = -2e \int \tau v_y^2 \frac{df}{dE} \frac{dx d^3p}{d(2\pi\hbar)^3} - \\ - \frac{e^2(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^2\hbar d} \int \tau v_y^2 \frac{df}{dE} \frac{dE\, dE_0\, dx_0}{\sqrt{E - E_0}} , \qquad (30)$$

где $f(E)$ — фермиевская функция распределения, а интегрирование по x_0 производится по одному периоду d.

Прежде всего заметим, что, поскольку $df/dE < 0$, добавка к электропроводности всегда положительна.

Полагая, что время релаксации зависит от полной энергии электрона, $\tau = \tau(E)$, и учитывая (26), перепишем (30) в форме

$$d\sigma_{yy} = -\frac{\pi e^2(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3} \left(\frac{2\pi c V_0}{edB}\right)^2 \int_0^\infty \tau(E)\Phi(E) \frac{df}{dE}\, dE , \qquad (31)$$

где

$$\Phi(E) = \int_0^E \mathcal{J}_0^2 \left(2\pi \frac{R(E)}{d}\right) \frac{dE_0}{\sqrt{E - E_0}} . \qquad (32)$$

Проанализируем отдельно свойства функции (32), учитывая соотношение (21). Тривиальная замена переменных дает

$$\Phi(E) = \sqrt{E} \int_0^1 \mathcal{J}_0^2 \left(2\pi \frac{R(E)}{d} \sqrt{\xi}\right) \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi}} . \qquad (33)$$

Видим, что при $2\pi R << d$

$$\Phi(E) = \sqrt{E} \int_0^1 \frac{d\xi}{\sqrt{1 - \xi}} = \sqrt{2E} , \quad E \to 0 . \qquad (34)$$

Однако для нас наиболее интересен обратный предельный случай $2\pi R >> d$, когда автоматически

$$\Phi(E) \sim \frac{2d\sqrt{E}}{\pi^2 R(E)} \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{1 - x^2}} \cos^2\left(2\pi \frac{R(E)}{d} x - \frac{x}{4}\right) \sim \\ \sim \frac{d\sqrt{E}}{\pi^2 R(E)} \left[1 + \frac{1}{2}\sqrt{d/D} \sin\left(2\pi \frac{D}{d} - \frac{x}{4}\right)\right] , \qquad (35)$$

где $D = 2R(E)$.

Вернемся к формуле (31). При низких температурах производная от ферми-функции мало отличается от дельта-функции, поэтому при $2\pi R >> d$ в основном приближении можно записать

$$\delta\sigma_{yy} = \frac{e^2 n(\zeta)\tau(\zeta)}{m^2\omega_c^2 R(\zeta) d} V_0 \times \\ \times \left[1 - \frac{1}{2}\left(\frac{d}{D(\zeta)}\right)^{1/2} \int_0^\infty \frac{df}{dE} \sin\left(2\pi \frac{D(E)}{d} - \frac{x}{4}\right) dE\right] , \qquad (36)$$

где ζ — энергия Ферми, не отличающаяся от химического потенциала электронного газа при низких температурах; $n(\zeta)$ — плотность электронных состояний с энергией Ферми

$$n(\zeta) = \frac{4\pi(2m)^{3/2}}{(2\pi\hbar)^3}\sqrt{\zeta}\ .$$

Наконец, убедимся, что при $D(\zeta) >> d$ последнее слагаемое в (36) описывает осциллирующую зависимость σ_{yy} от напряженности магнитного поля. Действительно,

$$-\int_0^\infty \frac{df}{dE}\sin\left(2\pi\frac{D(E)}{d} - \frac{\pi}{4}\right)dE \approx$$

$$\approx \sin\left(2\pi\frac{D(\zeta)}{d} - \frac{\pi}{4}\right)\Psi\left(\pi^2 T\frac{D(\zeta)}{d\zeta}\right), \qquad (37)$$

где T — температура электронного газа; $\Psi(z) = z/\mathrm{sh}\, z$. Таким образом,

$$\delta\sigma_{yy} = \frac{e^2 n(\zeta)\tau(\zeta)}{m^2\omega_c^2 R(\zeta) d}\, V_0^2 \times$$

$$\times\left[1 + \frac{1}{2}\left(\frac{d}{D(\zeta)}\right)^{1/2}\Psi\left(\pi^2 T\frac{D(\zeta)}{d\zeta}\right)\sin\left(2\pi\frac{D(\zeta)}{d}\right)\right]. \qquad (38)$$

Поскольку $D(\zeta) = 2c\sqrt{2m\zeta}/(eB)$, то (38) описывает осцилляционную зависимость электропроводности от напряженности магнитного поля. Относительно переменной $1/B$ эти осцилляции, как и осцилляции Шубникова—де Гааза, обладают постоянным периодом, отвечающим такому изменению магнитного поля, при котором диаметр электронной орбиты $D(\zeta)$ изменяется на величину, равную периоду внешнего потенциала $V(x)$. Следовательно, обсуждаемые осцилляции не связаны с квантованием движения электрона в магнитном поле и могут рассматриваться как проявление геометрического резонанса того же типа, который определяет эффект Пиппарда при поглощении ультразвука в металле в присутствии магнитного поля (см., например, [6]). Температурная зависимость классических осцилляций (38) задается такой же функцией $\Psi(z)$, как в эффекте Шубникова—де Гааза (см. с. 455–463 в [10]). Однако если в эффекте Шубникова—де Гааза эта зависимость определяется безразмерным параметром $T/(\hbar\omega_c)$, с ростом которого осцилляции ослабляются, то в формуле (38) указанный параметр имеет вид

$$(T/\hbar\omega_c)\,(\hbar d p_F) \sim (T/\hbar\omega_c)\,(a/d)\ , \qquad (39)$$

где p_F — фермиевский импульс; a — среднее расстояние между электронами в газе. Так как расстояние a есть микроскопический параметр, а период d — макроскопический, то следует полагать $a << d$. В таком случае классические осцилляции (38) ослабляются с ростом температуры в меньшей степени, чем осцилляции Шубникова—де Гааза (они могут считаться относительно «высокотемпературными»). Однако в полупроводниках или полуметаллах возможна ситуация, когда $a \sim d$. Эксперименты, описанные в работе [7], производились при $\hbar/dp_F \sim 10^{-6}$ см.

Амплитуда осцилляций мала и определяется малостью отношения $(V_0/\zeta)^2$:

$$\delta\sigma_{yy}/\sigma_0 \sim (V_0/\zeta)^2\ .$$

Величина параметра (39) существенно зависит от используемых образцов. В работе [7], например, принято $V_0 \sim 0{,}1\zeta$.

Один из авторов (А. М. К.) благодарит за гостеприимство руководство Лаборатории сильных магнитных полей в Гренобле, во время пребывания в которой возникла идея настоящей работы.

1. D. Shoenberg, *Magnetic Oscillations in Metals*, Cambrige University Press, Cambrige (1984) [Д. Шенберг, *Магнитные осцилляции в металлах*, Москва, Мир (1986)].
2. И. М. Лифшиц, М. Я. Азбель, М. И. Каганов, *Электронная теория металлов*, Москва, Наука (1971).
3. F. G. Bass and A. A. Buldakov, *Kinetic and Electrodynamic Phenomena in Classical and Quantum Semiconductor Superlattices*, Nova Science Publishers, inc., New York (1998).
4. D. Weiss, K. V. Klitzing, K. Plood, and G. Weitmann, *Europhys. Lett.* **8**, 179 (1989).
5. R. R. Gerhardts, D. Weiss, and K. V. Klitzing, *Phys. Rev. Lett.* **62**, 1173 (1989).
6. А. А. Абрикосов, *Введение в теорию нормальных металлов*, Москва, Наука (1972).
7. L. L. Chang, H. Sakaki, C. A. Chang, and L. Esali, *Phys. Rev. Lett.* **38**, 1489 (1977).
8. Р. И. Шехтер, Э. Н. Богачек, И. О. Кулик, *ФТТ* **4**, 1428 (1978).
9. А. М. Косевич, *Классические осцилляции магнитосопротивления электронного газа в периодическом потенциале с макроскопическим периодом*, в кн.: *«Проблемы теоретической физики»*, Киев, Наукова думка (1991).
10. Л. Д. Ландау, Е. М. Лифшиц, *Физическая кинетика*, Москва, Наука (1979).

Non-quantum oscillations caused by dynamics of an electron in superlattice

A. M. Kosevich and I. D. Vagner

Oscillations caused by the classical motion of a Bloch electron in a spatially periodic structure of a period which considerably exceeds the interatomic distance are discussed. Among these phenomena are: (1) so-called Bloch oscillations of an electron in a constant homogeneous electrical field; (2) magnetoresistance oscillations connected with geometrical resonance wherein the diameter of the orbit of an electron in a magnetic field is commensurable with the superlattice period.