

ИНФОРМАЦИОННО-СТАТИСТИЧЕСКИЙ МЕТОД ОЦЕНИВАНИЯ СОДЕРЖАНИЯ БИОХИМИЧЕСКИХ КОМПОНЕНТОВ В РАСТИТЕЛЬНОСТИ

П.А. ХАНДРИГА, В.А. ЯЦЕНКО

Описывается новый подход к дистанционному определению концентрации биохимических компонентов в растительности. Их концентрация — важная информация, оцениваемая предлагаемым информационно-статистическим методом, который базируется на определении информативных признаков, характеризующих форму спектра отражения растительности в области красного края. Предложено и испытано несколько программных реализаций метода для получения информативных характеристик на основе современных достижений системного анализа, прикладной статистики, обработки данных и объектно-ориентированного программирования.

ВВЕДЕНИЕ

Оценка состояния растительности принадлежит к числу важнейших задач, так как ее решение позволяет создать систему мониторинга различных компонентов окружающей среды, таких как леса, сельскохозяйственные угодья и техногенные объекты повышенной опасности. Для решения такой задачи наиболее приемлемы дистанционные измерения, позволяющие получить информацию об электромагнитных спектрах отражения растительности. Основным показателем состояния растительности, оказывающим влияние на ее спектры отражения, является концентрация биохимических компонентов (БК) в листьях растений, например, воды, азота, хлорофилла и других. Имеется большое количество публикаций, указывающих на изменение концентрации БК при утечках газа на магистральных газопроводах, вирусных заболеваниях, дефиците азотного питания и влаги [1–6].

За последние 30 лет предложены подходы и методы оценивания концентрации БК в растительности, основанные на выделении информативных параметров ее спектров отражения. Были предложены аналитические, статистические и комбинированные модели на основе вегетационных индексов [2, 6, 7]. Другой перспективный подход с использованием спектроскопии высокого разрешения и метода первой производной [8] применяется для анализа формы спектральной кривой в области так называемого красного края (680–750 нм) [2, 5, 8–10]. Он демонстрирует достаточно высокую устойчивость к помехам, вносимым отражением от грунта, однако весьма чувствителен к инструментальным шумам [4]. Можно также выделить работы, посвященные оптимизационному подходу [11].

Однако несмотря на активные исследования в области дистанционного зондирования растительности и полученные результаты, до сих пор не решена проблема системного оценивания состояния растительности на основе анализа концентрации БК в растительности с одновременным учетом таких

факторов, как тип растения, проективное покрытие, тип почвы и влияния шумов.

Поэтому цель данной статьи — описание нового подхода к дистанционному определению концентрации БК в растительности и его тестирование на примере определения содержания хлорофилла. Концентрация БК является важной информацией, оцениваемой предлагаемым информационно-статистическим методом, который базируется на определении информативных признаков, характеризующих форму спектра отражения растительности в области красного края, где наблюдается быстрое возрастание величины отражения [8].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Имеется оптический сенсор L , который дистанционно измеряет зависимость коэффициента отражения листьев растительности $H(\lambda)$ от длины волны с определенной дискретностью в оптическом диапазоне длин волн 550–750 нм. Назовем график такой зависимости спектральной кривой S (рис. 1). Форма этой кривой в целом зависит от типа растения, густоты посевов, а также от отражающих свойств почвы. Предполагается, что спектральные данные подвержены воздействию шумов, включающих отражения от почвы, шумы атмосферы и внутренние шумы датчика. Полагаем, что проведена серия измерений спектральных кривых S , образующих множество M . Каждая кривая из M соответствует растительности с определенным содержанием биохимического компонента. Полагаем также, что набор кривых достаточно представительный, а значения хлорофилла не повторяются. Назовем такое множество M обучающим. Значения хлорофилла (функционала) \hat{F} для кривых из M получены по специальной методике с привлечением биохимического лабораторного анализа.

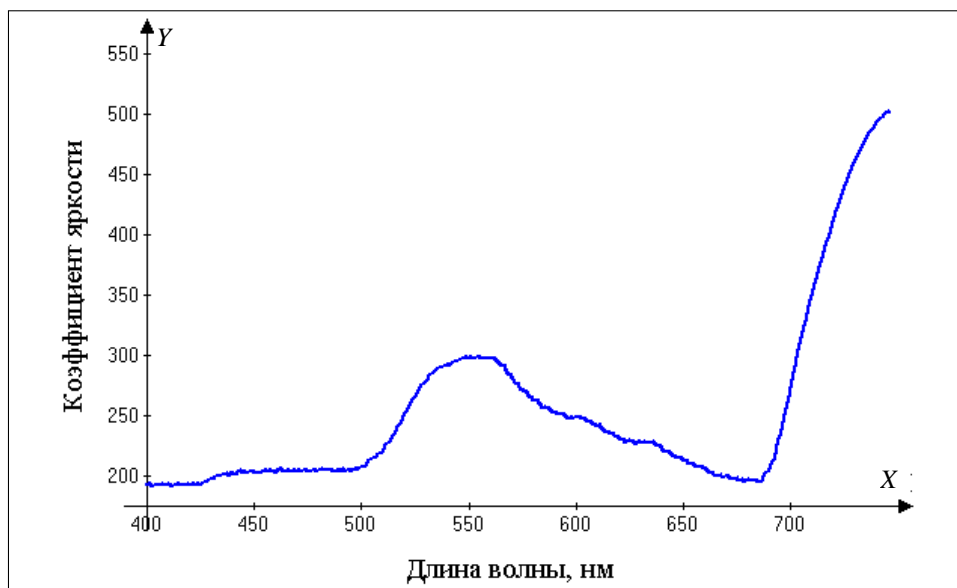


Рис. 1. Спектральная кривая, полученная для озимой пшеницы при 100%-ном проективном покрытии

Используя множества M и \hat{F} , требуется решить следующие задачи:

1. Разработать метод построения математических моделей по множеству M , связывающих форму спектральной кривой S со значением функционала \hat{F} с учетом типа растения, густоты посевов, а также отражающих свойств почвы. Модели должны позволять оценивать значение БК по кривой, измеренной сенсором L .
2. Построить и исследовать конкретные математические модели на примере задачи оценивания концентрации хлорофилла.
3. Разработать алгоритмическое и программное обеспечение датчика.
4. Провести сравнительный анализ с известными методами.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ДАННЫЕ И МЕТОДЫ

Объект исследования

Это — посевы сельскохозяйственных культур (озимой пшеницы, гороха, кукурузы и др.). Образцы брались на различных участках земли с различной степенью проективного покрытия (от 40 до 100%) и разных типах почвы (чернозем, песок). Затем они использовались для определения концентрации хлорофилла лабораторным методом [12].

Экспериментальные данные

Это — спектральные кривые листьев растений и соответствующие значения концентрации хлорофилла. Спектральные кривые получены с помощью спектрофотометра СФ-10, оборудованного интегрирующей сферой и системой регистрации в цифровом виде (рис. 1). Концентрация хлорофилла определялась химическим методом Арнона [12].

Для проверки принадлежности к нормальному закону распределения концентрации хлорофилла использован статистический тест Колмогорова–Смирнова. Значения концентрации хлорофилла использовались на этапе обучения с применением метода главных компонент (МГК). Из набора кривых, из которого были исключены ошибочные наблюдения, использованы 23 кривые.

Статистические методы

Для выявления информативных параметров и их статистического изучения использовались метод опорных векторов и нелинейный компонентный анализ (НКА). Всего — 23 кривые $((x_i), i = 1, 2, \dots, 23)$ в НКА и регрессионном анализе для построения моделей концентрации хлорофилла.

Классификация спектральных кривых

Исходным шагом нашего метода является классификация спектральных кривых с использованием этапа обучения. Алгоритм классификации рассчитан на работу в условиях неизвестного типа растения, проективного покрытия и типа почвы. Рассмотрим спектральные кривые как векторы пространства R^n . Задачу классификации можно сформулировать как поиск функции $F(x)$, принимающей значения < 0 для векторов одного класса и > 0 — для

другого. В качестве исходных данных для определения классифицирующей функции $F(x)$ использован тренировочный набор спектральных кривых M , для которых известна их принадлежность к одному из классов. Семейство классифицирующих функций описывается как $F(x, a)$, где a — обобщенный параметр, задающий конкретную функцию семейства. Наилучшей функцией классификации является функция с минимальным ожидаемым риском, оценить который можно с помощью *эмпирического* риска на тренировочном наборе M . Минимизация не всегда приводит к минимизации ожидаемого риска.

В методе использована размерность Вапника–Червоненкиса (ВЧ) семейства функций $F(x, a)$. Эта величина дает оценку «сложности» функций семейства. Для семейства функций классификации с известной размерностью ВЧ можно найти верхнюю оценку ожидаемого риска [13–15]. Оценка риска — это сумма двух слагаемых: эмпирического риска и меры риска использования семейства функций с размерностью ВЧ $\leq h$ (ВЧК). Увеличивая h , можно добиться уменьшения эмпирического риска, однако по мере возрастания h ВЧК также увеличивается, ухудшая оценку ожидаемого риска. Итак, задача сводится к выбору такой функции классификации, которая удовлетворительно разделит обучающий набор и при этом не будет чрезмерно сложной (большая размерность ВЧ). Принцип минимизации структурного риска заключается в поиске семейства функций классификации (и конкретной функции в семействе), минимизирующего верхнюю оценку ожидаемого риска.

Размерность ВЧ для класса функций бинарной классификации равна максимальному количеству точек l в пространстве R^n , которые могут быть разбиты на два класса всеми 2^l способами. Для случая линейной функции разделения $F(x, a)$ в пространстве R^n ВЧ-размерность равна $n + 1$. Как показано в работах [13–15], в ряде случаев для заданного набора тренировочных векторов можно получить верхнюю оценку VC-размерности гиперплоскостей, значительно меньшую $n + 1$. Это особенно важно при работе с пространствами высокой размерности.

Построение классифицирующей функции с помощью опорных векторов заключается в поиске линейной функции, правильно разделяющей тренировочный набор на два класса при минимально возможной для данного набора оценке ВЧ-размерности сверху. Таким образом, для линейно разделяемых спектральных данных получаем функцию классификации, минимизирующую верхнюю оценку ожидаемого риска.

К сожалению, возможности линейного классификатора ограничены. Можно привести примеры классов, в задачах дистанционного зондирования линейно неразделимых в пространстве R^n . Возможности линейного классификатора можно значительно расширить путем нелинейного отображения исходного пространства в пространство потенциально намного более высокой размерности $\Phi: R^n \rightarrow F$ и применения линейного классификатора в пространстве F . Ценным свойством классификации с помощью гиперплоскостей является то, что классифицирующую функцию $F(x)$ можно преобразовать таким образом, что она будет представлять собой линейную ком-

бинацію скалярних произведених тестового вектора x с векторами тренеровочного набору. Лінійний класифікатор, використовуючий тільки скалярні произведения, може оперировать в пространстве F в неявном виде, используя аппарат ядерных функций, не работая с векторами пространства F и даже не зная отображения Φ . Таким образом можно использовать лінійний класифікатор для корректной работы с нелинейно разделяемыми классами без существенного усложнения вычислительных операций.

Использование метода опорных векторов позволяет: а) получить функцию классификации спектральных кривых с минимальной верхней оценкой ожидаемого риска (уровня ошибки классификации); б) использовать лінійний класифікатор для работы с нелинейно разделяемыми данными, сочетая простоту с эффективностью.

Описанный выше алгоритм тестировался на примере озимой пшеницы со 100 и 50%-ным проективным покрытием для числа классов, равного двум, и дал приемлемые результаты по точности, которая составила 98%.

Анализ главных компонент

После классификации спектральных кривых осуществляется выделение главных компонент [16–18]. На этом этапе использовался λ^2 -тест Бартлета [16] с числом степеней свободы $n = 1/2[p(p-1)]$ для проверки применимости принципиального компонентного анализа к экспериментальным данным.

Собственные значения были получены с помощью алгоритма, описанного ниже. Будем понимать под спектральной кривой зависимость коэффициента яркости от длины волны $q(\lambda)$, где λ — длина волны. И далее представим отдельную спектральную кривую в виде вектора $\mathbf{q} = (q_1, \dots, q_M)$, где M — число его компонент. Или в скалярном виде

$$\bar{q}_i = \frac{1}{L} \sum_{i=1}^L q_i^l, \quad i = \overline{1, M},$$

где M — число дискретных отсчетов спектральной кривой, полученных с разрешением $\Delta\lambda$.

Переместим начало системы координат в «центр тяжести», используя следующую формулу:

$$\bar{\mathbf{q}} = \frac{1}{L} \sum_{l=1}^L \mathbf{q}^l, \quad l = \overline{1, L}, \quad (1)$$

где L — число спектральных кривых. Если рассматривать спектральные кривые как непрерывные функции по времени, то можно записать

$$\frac{1}{L} \sum_j \rightarrow \frac{1}{T} \int_0^T \dots dt,$$

где суммирование заменено интегрированием по времени. Тогда (1) будет иметь вид

$$\bar{q}_j = \frac{1}{T} \int_0^T q_j(t) dt, \quad j = \overline{1, M}.$$

Чтобы произвести сдвиг начала координат в «центр тяжести», введем новую переменную \mathbf{h} :

$$\mathbf{h}(t) = \frac{(\mathbf{q}(t) - \bar{\mathbf{q}}(t))}{\bar{N}},$$

где $\bar{N} = \sqrt{\sum_i (q_i - \bar{q})^2}$ — нормировочная постоянная, введенная для того, чтобы вектор \mathbf{h} имел единичную длину. Это достигается также требованием

$$\frac{1}{T} \int_0^T \mathbf{h}(t)^2 dt = 1.$$

Для решения задачи необходимо построить наиболее простое и эффективное приближение зависящего от времени вектора \mathbf{h} .

Введем обозначение

$$R_{jk} = \frac{1}{T} \int_0^T h_j(t) h_k(t) dt. \quad (2)$$

Мы можем записать выражение (2) в виде системы уравнений

$$\sum_{l=1}^L R_{jl} \mathbf{v}_l^{(k)} = \lambda_k \mathbf{v}_j^{(k)}, \quad j = \overline{1, L}, \quad (3)$$

где $\mathbf{v}^{(k)}$ — k -й собственный вектор.

Введем корреляционную матрицу

$$\mathbf{R} = [R_{jk}] = \langle \mathbf{q}_j \mathbf{q}_k \rangle,$$

которая позволяет записать систему (3) в виде матричного уравнения [17].

$$\mathbf{R} \mathbf{v}^{(k)} = \lambda_k \mathbf{v}^{(k)}.$$

Так как \mathbf{R} — действительная симметричная матрица, она обладает действительными собственными значениями, которые неотрицательны, т.е.

$$\lambda_k \geq 0.$$

Покажем [19], что

$$\sum_{k=1}^L \lambda_k = 1.$$

Заметим, что описанный выше вектор \mathbf{h} можно представить в виде

$$\mathbf{h}(t) = \sum_{k=1}^L \xi_k(t) \mathbf{v}^{(k)}.$$

Амплитуды $\xi_k(t)$ можно найти, зная векторы \mathbf{h} и $\mathbf{v}^{(k)}$, из соотношения

$$\xi_k(t) = \mathbf{v}^{(k)} \mathbf{h}(t) = \sum_{j=1}^L v_j^{(k)} h_j(t). \quad (4)$$

Корреляція між $\xi_{k'}$ і ξ_k описується співвідношенням

$$\frac{1}{T} \int_0^T \xi_{k'}(t) \xi_k(t) dt = \lambda_k \delta_{kk'},$$

де $\delta_{kk'}$ — дельта-символ Кронекера.

Визначимо величину помилки, яку ми совершаємо, беручи в розрахунок менше число членів K при максимальному числі членів M . Помилка, визначена квадратом різниці між вектором \mathbf{h} і його наближеним розкладом, визначається за формулою

$$E_k = \frac{1}{T} \int_0^T \left(\mathbf{h}(t) - \sum_{k=1}^K \xi_k(t) \mathbf{v}^{(k)} \right)^2 dt, \quad N \leq M. \quad (5)$$

Можно показати [19], що

$$E_k = 1 - \sum_{k=1}^K \lambda_k. \quad (6)$$

Упорядочив власні вектори в порядку зменшення їх власних значень, ми бачимо, що швидше всього помилку можна мінімізувати, якщо першими включити в (6) або, відповідно, в (5) найбільші власні значення. Таким чином, визначив власні значення, отримуємо можливість оцінити якість нашого наближення. Для аналізу спектральних кривих можна обмежитися першими членами розкладу (4).

Для визначення концентрації хлорофілла використовуємо перші M членів розкладу, на основі яких по поточним еталонним спектральним кривим будемо будувати регресійну криву. Наприклад, при $N = 2$ кубічне регресійне рівняння визначається співвідношенням

$$Z(x, y) = a + bx + cy + dxy + d_1xy^2 + d_2x^2y + e_1x^2 + e_2x^3 + f_1y^2 + f_2y^3, \quad (7)$$

де x і y — перша ξ_1 і друга ξ_2 головні компоненти; $a, b, c, d, d_1, d_2, e_1, e_2, f_1, f_2$ — параметри, визначаються з допомогою відповідної оптимізаційної процедури.

В разі кількості компонент більше двох використовується рівняння багатовимірної регресії. При п'яти змінних формула багатовимірної регресії має вигляд

$$\text{Chl}(Y) = a + b_1s_1 + b_2s_2 + b_3s_3 + b_4s_4 + b_5s_5 + l, \quad (8)$$

де s_i — головні компоненти розкладу; a, b_i, l — параметри, визначаються з допомогою відповідної оптимізаційної процедури з використанням псевдообернення матриці.

ІНФОРМАЦІЙНИЙ АНАЛІЗ СПЕКТРАЛЬНИХ КРИВИХ

Для визначення необхідного числа головних компонент проводився інформаційний аналіз спектральних кривих. Припустимо, що функція розподілення векторів має вигляд

$$P(\xi) = N \exp(-\xi^E \tilde{\Lambda} \xi).$$

Учитывая, что $\tilde{\Lambda}$ — диагональная матрица, запишем функцию распределения в виде

$$\tilde{P}(\xi) = N \exp\left(-\sum_j \tilde{\lambda}_j \xi_j^2\right). \quad (9)$$

Правую часть можно разложить в произведение

$$\tilde{P}(\xi) = \prod p_j(\xi_j), \quad (10)$$

где каждый сомножитель определяется выражением

$$p_j(\xi_j) = N_j \exp\left(-\tilde{\lambda}_j \xi_j^2\right), \quad (11)$$

а нормировочный коэффициент N_j выбирается так, чтобы показатель p_j был нормирован на единицу. Функция распределения (10) порождает корреляционную функцию

$$\langle \xi_j \xi_k \rangle = \lambda_j \delta_{jk}.$$

Количество информации определяется выражением

$$I = -\int d^n q P(\vec{q}) \ln P(\vec{q}),$$

которое может быть приведено к виду

$$I = -\int d^n \xi \tilde{P}(\xi) \ln \tilde{P}(\xi). \quad (12)$$

Соотношение (9) позволяет записать выражение (12) как сумму отдельных вкладов

$$I = -\sum_j \int d \xi_j p_j(\xi_j) \ln p_j(\xi_j)$$

или более кратко

$$I = \sum_j I_j.$$

Формула (11) позволяет вычислить информацию, выразив ее через собственные значения

$$I_j = -\frac{1}{2} \ln \tilde{\lambda}_j + \frac{1}{2} \ln \pi + \frac{1}{2}. \quad (13)$$

Так как $\tilde{\lambda}_j = 1 / \lambda_j$, выражение (13) можно представить также в виде

$$I_j = -\frac{1}{2} \ln \lambda_j + \frac{1}{2} \ln \pi + \frac{1}{2}. \quad (14)$$

Из соотношений (13) и (14) можно заключить, что наибольший вклад в информацию дает наибольшее собственное значение λ_j и что полная сумма представима в виде суммы некоррелированных парциальных информаций.

Носителями информации, позволяющей дискриминировать спектральные кривые (образы), являются коэффициенты ξ_j разложения. Причем наибольшее количество информации соответствует небольшим значениям этих

коефициентов ξ_j . Чем больше дисперсия собственных значений λ_j , тем меньше энтропия ξ_j , тем больше сокращение информации. Наоборот, при равномерно распределенных по величине собственных значениях λ_j имеем сильную неопределенность, большую энтропию, и наблюдение одного коэффициента ξ_j лишь незначительно уменьшает неопределенность и энтропию. Коэффициенты ξ_j с наибольшей дисперсией или наибольшими собственными значениями λ_j соответствуют «параметрам порядка», определяющим образ.

$$I = \sum_{i=1}^k \left(\frac{1}{2} \ln \lambda_j \right) + \left(\frac{1}{2} \ln \pi + \frac{1}{2} \right) k. \quad (15)$$

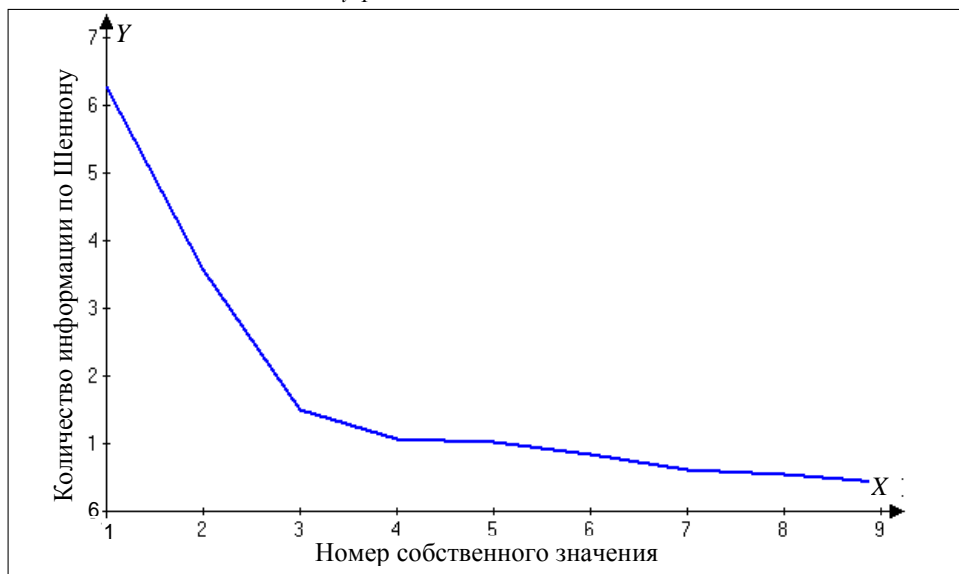


Рис. 2. Зависимость количества информации от номера собственного числа

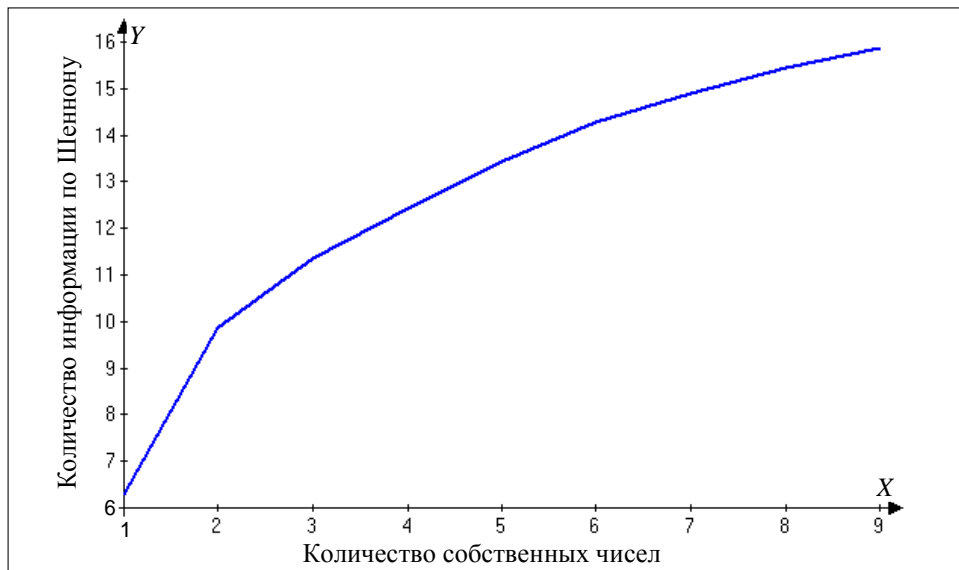


Рис. 3. Зависимость количества информации от количества собственных чисел

Разложение по собственным векторам $\mathbf{v}^{(k)}$ представляет собой разложение Карунена–Лоэва. В этом контексте величина I называется энтропией. На языке теории распознавания образов наш метод допускает следующую интерпретацию: разложение Карунена–Лоэва дает метод синтетического разложения спектральной кривой на некоррелированные компоненты (признаки). Соответствующая система координат u_j — детерминистическая. Коэффициенты с наибольшими собственными значениями содержат наибольшую информацию, необходимую для восстановления образа. На рис. 2 и 3 можно видеть соответствие количества информации по Шеннону собственным числам разложения.

РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДА И ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Опишем программно-алгоритмическую реализацию метода (рис. 4).

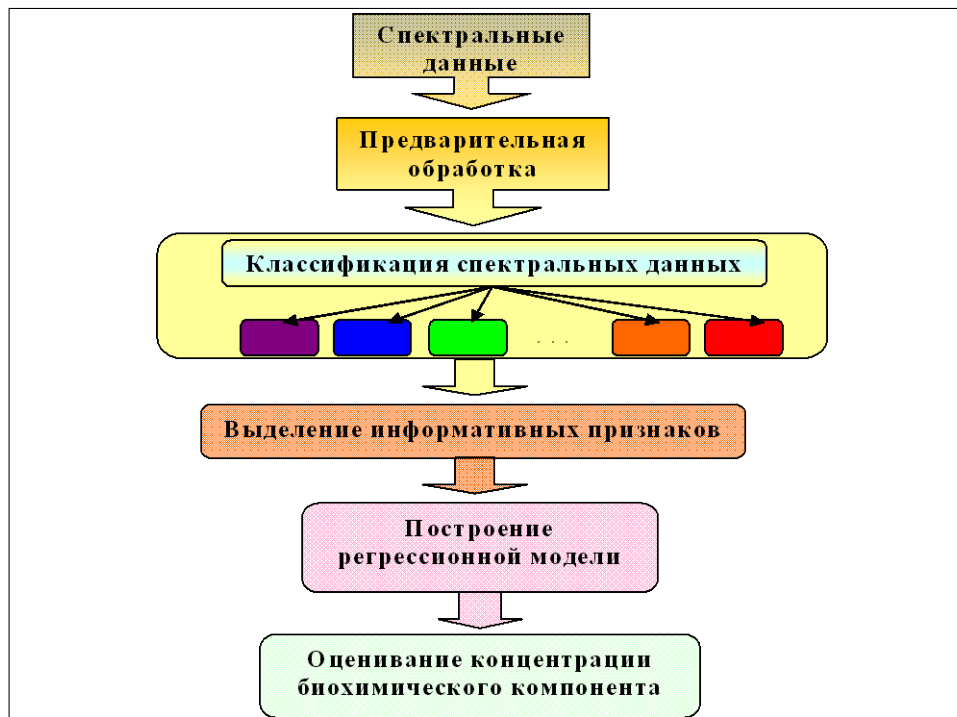


Рис. 4. Функциональная структура информационно-статистического метода

На этапе фильтрации данные обрабатываются фильтром Савитского–Голлая при $k=2$, $f=9$, где k — степень полинома; f — размер окна. Затем определяются принципиальные компоненты, и выполняется классификация. Результатом классификации спектральных кривых является определение типов растения и почвы, проективного покрытия, а также соответствующей регрессионной модели. На рис. 5 показано, что для каждого типа растений с учетом почвы и т.д. определяется набор базисных векторов на этапе обучения алгоритма.

Описанный выше метод использован для разработки численного алгоритма определения концентрации хлорофилла. С этой целью формулы (1)–(6) записывались в дискретной форме. Программная реализация выполнена на языке C++ с использованием математической библиотеки, поставляемой с пакетом Matlab.

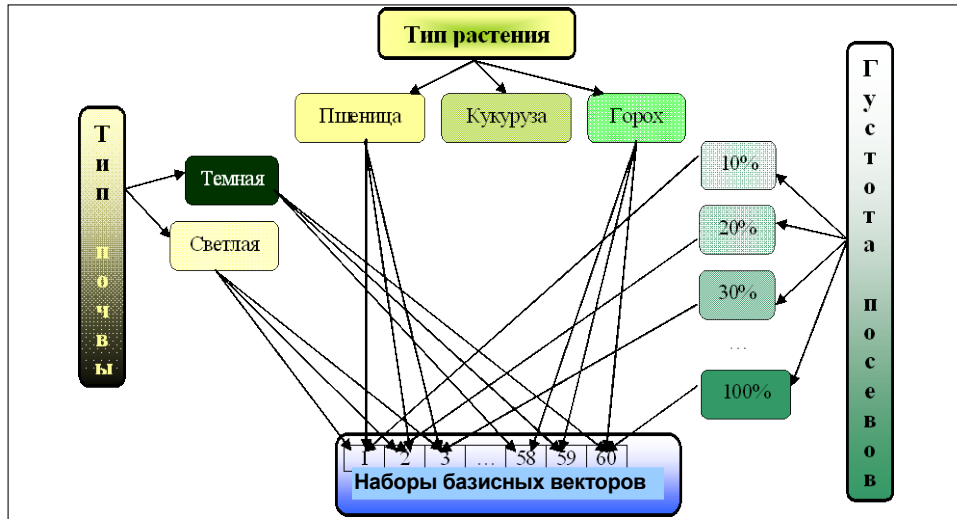


Рис. 5. Результаты классификации спектральных кривых

В результате проведенных расчетов получены собственные векторы, собственные значения и принципиальные компоненты, на основе которых рассчитаны коэффициенты регрессионной модели для вычисления концентрации хлорофилла. Содержание хлорофилла вычислялось на основе регрессионных уравнений. Для их построения были выбраны полиномы 2-й степени, бикубическая формула (7) и формула множественной регрессии (8).

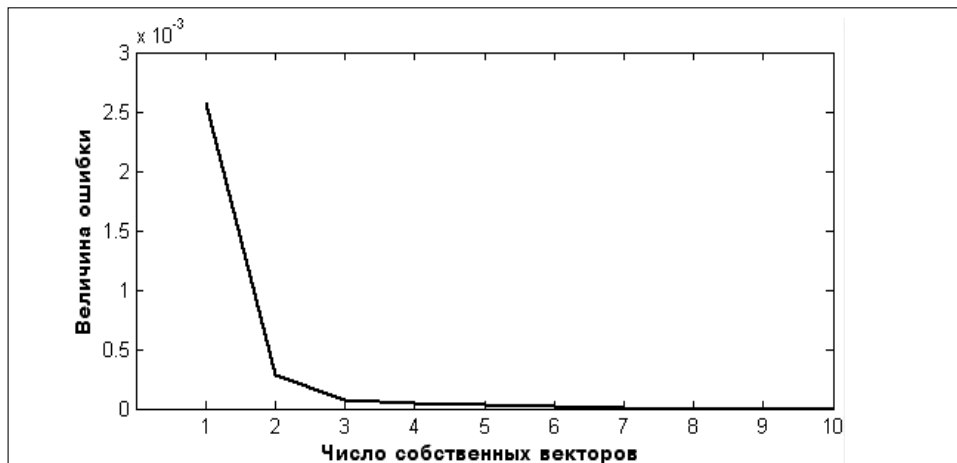


Рис. 6. Зависимость величины ошибки от числа собственных векторов

На рис. 6 показана зависимость величины ошибки E от числа собственных векторов, задействованных в вычислении концентрации хлорофилла. Из графика видно, что при использовании пяти собственных векторов ошибка близка к нулю.

Для оценивания содержания хлорофилла проведено сравнение с результатами химического анализа. Алгоритм был «обучен» на 23 спектральных кривых. Результаты оценивания содержания хлорофилла для девяти экспериментальных кривых приведены на рис. 7. Ошибка составила не более 0,42.

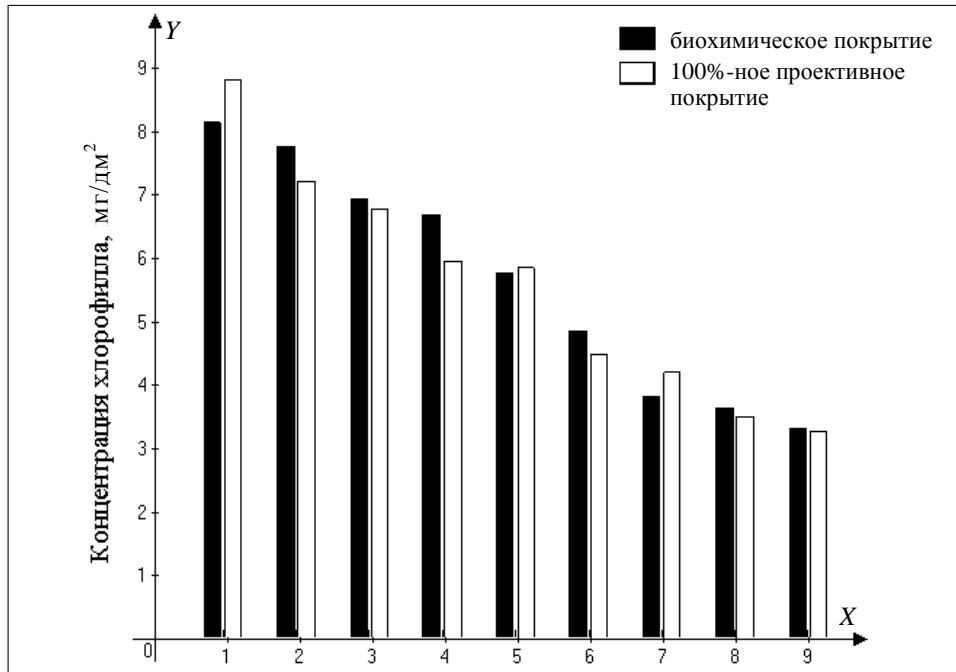


Рис. 7. Сравнение результатов, полученных методом главных компонент и биохимическим анализом

ВЫВОДЫ

1. Предложен и исследован новый информационно-статистический метод оценивания содержания биохимических компонентов в растительности на примере хлорофилла с учетом таких факторов неопределенности, как тип растения, вид почвы и проективное покрытие. Метод оценивания базируется на выделении параметров формы исходной спектральной кривой отражения и «обучении» алгоритма определения концентрации БК по эталонным спектральным кривым, полученным на специально подобранных образцах растения с помощью лабораторного спектрофотометра. На основе предложенного метода и параметров формы спектральной кривой разработаны алгоритмы, которые тестированы по лабораторным кривым. Проведено также тестирование программного обеспечения по спектральным кривым озимой пшеницы и гороха, полученным при полевых испытаниях разработанного спектрометра с двухканальной схемой компенсации шумов. Более детальный анализ результатов испытаний спектрометра приведен на веб-сайте vegetation.kiev.ua.

2. Численным анализом собственных значений корреляционной матрицы установлено, что пять главных компонент спектральной кривой содер-

жат наиболее существенную информацию по Шеннону. В большинстве случаев они могут быть использованы в качестве независимых переменных в регрессионных моделях. Показано, что существует нелинейная зависимость между векторами главных компонент и содержанием хлорофилла, которая с достаточной точностью аппроксимируется полиномиальной, бикубической или множественной регрессионной моделью. Оценивание содержания хлорофилла по этим моделям показало приемлемый по точности результат с точки зрения агротехнических применений.

3. Сравнительный анализ информационно-статистического метода и известного метода первой производной [11] показал сходные по точности результаты при определении содержания хлорофилла в листьях растений при 100%-ном проективном покрытии. При уменьшении степени проективного покрытия информационно-статистический метод показал большую устойчивость к шумам. Разработаны рекомендации по объединению обоих методов для расширения возможностей разработанного программно-аппаратного комплекса.

Работа выполнена в рамках гранта УНТЦ №2614 «Разработка метода и аппаратуры для дистанционного зондирования растительности».

ЛИТЕРАТУРА

1. *Davids C., Tyler A.N.* Detecting contamination-induced tree stress within the Chernobyl exclusion zone // *Remote Sensing of Environment.* — 2003. — **85.** — P. 30–38.
2. *Smith K.L., Steven M.D., Coll J.J.* Use of hiper-spectral derivative ratios in the red-edge region to identify plant stress responses to gas leaks // *Remote Sensing of Environment.* — 2004. — **92.** — P. 207–217.
3. *Changes in reflectance spectrum characteristic of Nicotiana debneyi plant under the influence of viral infection / V.P. Polischuk, T.M. Shadchina, T.I. Kompanetz et al.* // *Archives of Phytopathology and Plant Protection.* — 1997. — **31(1).** — P. 115–119.
4. *Кочубей С.М., Кобец Н.И., Шадчина Т.М.* Спектральные свойства растений как основа методов дистанционной диагностики. – Киев: Наук. думка, 1990. — 136 с.
5. *Estimating leaf nitrogen concentration in ryegrass (Lolium spp.) pasture using the chlorophyll red-edge: theoretical modelling and experimental observations / D.W. Lamb, M. Steyn-Ross, P. Schaare et al.* // *International Journal of Remote Sensing.* — 2002. — № 23. — P. 3619–3648.
6. *Ceccato P., Flasse S., Gregoire J.M.* Designing a spectral index to estimate vegetation water content from remote sensing data // *Remote Sensing of Environment.* — 2002. — **82.** — P. 198–207.
7. *Imaging Spectrometry / L. Kumar, K. Schmidt., S. Dury, A. Skidmore.* — Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. — 2001. — P. 111–155.
8. *Red edge measurements for remotely sensing plant chlorophyll content / D.N.H. Horler, M. Dockray, J. Barber, A.R. Barringer* // *Advances in Space Research.* — 1983. — **3.** — P. 273–277.
9. *Shape of the red edge as vitality indicator for plants / F. Booch, K. Dockter, G. Kupfer, W. Kuhbauch* // *International Journal of Remote Sensing.* — 1990. — **11.** — P. 1741–1754.

10. *Gitelson A.A., Merzlyak M.N., Lichtenthaler H.K.* Detection of red edge position and chlorophyll content by reflectance measurements near 700 nm // *Journal of Plant Physiology*. — 1996. — **148**. — P. 501–508.
11. *Yatsenko V.A., Kochubey S.M., Zhan L.* Estimation of chlorophyll concentration in vegetation using global optimization approach // SPIE Conference «AeroSense. Technologies and Systems for Defence & Security», 21–25 April 2003, Orlando USA, Proc. of SPIE. — 2003. — **5071**. — P. 50–59.
12. *Arnon D.J.* Copper enzymes in isolated chloroplasts: Polyphenoloxidase in *Beta vulgaris* // *Plant Physiology*. — 1949. — **24**. — P. 1–15.
13. *Вапник В.Н., Червоненкис А.Я.* Теория распознавания образов. — М.: Наука, 1974. — 415 с.
14. *Вапник В.Н.* Восстановление зависимостей по эмпирическим данным. — М.: Наука, 1979. — 448 с.
15. *Алгоритмы и программы восстановления зависимостей* / В.Н. Вапник, Т.Г. Глазкова, В.А. Кашеев и др. — М.: Наука, 1984. — 816 с.
16. *Snedecor G. and Cochran W.* *Statistical Methods*. Eighth Edition. — Iowa State University Press. — 1989. — 511 p.
17. *Больч Б., Хуань К.Дж.* Многомерные статистические методы для экономики/ Пер. с англ. — М.: Статистика, 1979. — 317 с.
18. *Браверман Э.М., Мучник И.Б.* Структурные методы обработки эмпирических данных. — М.: Наука, 1983. — 431 с.
19. *Фаддеев Д.К., Фаддеева В.Н.* Вычислительные методы линейной алгебры. — М.: Лань, 2002. — 736 с.

Поступила 18.07.2005