

Трехфононные взаимодействия и начальный этап эволюции фононного пучка в He II

M. A. H. Tucker and A. F. G. Wyatt

School of Physics, University of Exeter, Exeter, EX4 4QL, UK
E-mail: a.f.g.wyatt@exeter.ac.uk

И. Н. Адаменко, А. В. Жуков, К. Э. Немченко

Харьковский государственный университет, Украина, 310077 г. Харьков, пл. Свободы 4,
E-mail: adamenko@pem.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 1 февраля 1999 г.

Исходя из гидродинамического гамильтониана Ландау получено выражение для характерной частоты трехфононных процессов в сверхтекучем ^4He , справедливое во всем диапазоне фононных энергий, при которых разрешены трехфононные процессы. Проанализированы возможные предельные случаи и проведено сопоставление с результатами предыдущих исследований. Оказалось, что трехфононные процессы полностью определяют начальную релаксацию фононного пучка, инжектированного в He II нагретым твердым телом, так что за время порядка 10^{-10} с в аномальной области фононной дисперсии устанавливается равновесная форма распределения фононов.

Виходячи з гідродинамічного гамільтоніану Ландау здобуто вираз для характерної частоти трьохфононних процесів у надплинному ^4He , який є справедливим у всьому діапазоні фононних енергій, при яких дозволені трьохфононні процеси. Проаналізовано можливі граничні випадки та проведено порівняння з результатами попередніх досліджень. Виявилось, що трьохфононні процеси повністю визначають початкову релаксацію фононного пучка, інжектваного у He II нагрітим твердим тілом, так що за час порядку 10^{-10} с в аномальній області фононної дисперсії встановлюється рівноважна форма розподілу фононів.

PACS: 67.40.Db, 67.40.Fd, **67.90.+z**

1. Введение

Как хорошо известно, фононный спектр в He II является распадным в области малых энергий вплоть до некоторой критической энергии $\epsilon_c \approx 10$ K [1,2], причем при энергиях $0 < \epsilon < \epsilon_0 \approx 8,5$ K [3] разрешены трехфононные процессы (ЗРП). В области промежуточных энергий $\epsilon_0 < \epsilon < \epsilon_c$ разрешены процессы более высокого порядка с несохраняющимся числом фононов.

Предсказание распадности фононного спектра авторами работы [4], а затем ее экспериментальное подтверждение [1,5] привели к необходимости пересмотреть все имеющиеся к тому времени представления о коллективных процессах в He II. В частности, все диссипативные процессы в сверхтекучем ^4He изучались на основе представлений об определяющей роли времен четырехфононной релаксации [6], в связи с тем, что распад-

ные процессы (в том числе и ЗРП) запрещены в случае нормального спектра законами сохранения импульса и энергии. Следует заметить, что еще до появления работы [4] время жизни фонона, определяемое процессами распада, было получено в [7] в рамках модели слабонеидеального бозе-газа, в котором, как известно, спектр квазичастиц имеет распадную форму в низкочастотной области. Характерная частота ЗРП, полученная в работе [7], оказалась пропорциональной пятой степени энергии фонона. Для реального фононного спектра в He II такая задача впервые решалась, по-видимому, в [8]. В результате авторы получили выражение для характерной частоты ЗРП в виде

$$v_3^{(HL)}(\epsilon) = \frac{(u+1)^2}{240c^5\rho_0} \epsilon^5, \quad (1)$$

где постоянная Грюнайзена $u = (\rho_0/c)(\partial c/\partial \rho_0) \approx 2,84$ при давлении насыщенного пара [9]; ρ_0 — равновесная плотность He II; c — скорость первого звука. Характерно, что формула (1) имеет ту же энергетическую зависимость, что и результат, полученный в [7], однако использованная авторами [8] техника вычислений, к сожалению, не позволила установить условия применимости их результатов. В частности, остается неясным вопрос о зависимости времен трехчастичной релаксации от характерной температуры распределения поля тепловых фононов.

Дальнейший прогресс в изучении ЗРП связан с попытками объяснения экспериментальных данных по исследованию различных диссипативных процессов в He II [10–13]. В работах [10,11] получена характерная частота релаксации за счет ЗРП в следующем виде:

$$v_3^{(M)}(\epsilon) = \frac{\pi^3(u+1)^2}{15c^5\rho_0} T^4 \epsilon, \quad (2)$$

где T — характерная температура фоновых тепловых фононов. Что касается области применимости формулы (2), то из самого способа расчета в [10,11] следует, что она описывает поглощение ультразвукового фонона в газе равновесных тепловых фононов. Из этих соображений ясно, что область применимости результата (2) ограничена энергиями $\epsilon \ll T$.

В работах [14–16] систематически изучались процессы, протекающие в фононных пучках, инжектированных в He II твердотельным нагревателем. В частности, в [14] был открыт эффект рождения высокоэнергетических фононов ($\epsilon \approx 10$ К) холодным фононным пучком с характерной температурой $T \approx 1$ К в процессе его распространения сквозь ванну с He II, находящимся при температуре порядка 10^{-2} К. Для объяснения этого удивительного эффекта необходимо всесторонне изучить все этапы эволюции такого пучка. Так, для описания начальной релаксации инжектированных фононов необходимо знать выражение для характерной частоты ЗРП, справедливое во всем диапазоне допустимых энергий (т.е. в области аномального спектра). Именно такая необходимость инициировала проведение настоящего исследования. В разд. 3 мы вычисляем наиболее общее соотношение для частоты ЗРП методом кинетического уравнения, используя гамильтониан Ландау квантованного поля фононов в He II. Раздел 4 посвящен исследованию различных предельных случаев и сравнению с результатами предыдущих исследований [7,8,10,11]. И, наконец,

начальная релаксация фононного пучка в сверхтекучем ^4He обсуждается в разд. 5.

2. Квантование поля фононов в He II

Для исследования различных процессов, протекающих в фононной подсистеме сверхтекучего ^4He , традиционно рассматривается гамильтониан Ландау [17], пригодный для описания динамики He II в гидродинамическом режиме

$$\mathcal{H}_L = \int_V \left\{ \frac{1}{2} \rho(\mathbf{r}) \mathbf{v}^2(\mathbf{r}) + E(\rho) \right\} d^3r, \quad (3)$$

где $\mathbf{v}(\mathbf{r})$ и $\rho(\mathbf{r})$ — скорость и локальная плотность гелия; $E(\rho)$ — внутренняя энергия единицы объема He II, функционально зависящая от локальной плотности. Явное выражение для $E(\rho)$ может быть получено из простых термодинамических соображений. Действительно, работа, выполняемая при изотермическом сжатии гелия, должна быть равна изменению его внутренней энергии. В дифференциальной форме $d(V E) = -P dV$, откуда после элементарных преобразований следует соотношение

$$E(\rho) = \rho \int \frac{P}{\rho^2} d\rho.$$

Для описания динамики длинноволновых возмущений можно воспользоваться малостью отклонений от состояния равновесия и гамильтониан (3) разложить по степеням флуктуаций плотности и поля скоростей. При этом используется известное соотношение $\partial P/\partial \rho = c^2$. После формальной процедуры квантования гамильтониан с точностью до четвертого члена в разложении имеет вид

$$\hat{\mathcal{H}}_{\text{ph}} = \hat{\mathcal{H}}_0 + \hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}, \quad \hat{\mathcal{H}}_{\text{int}} = \hat{V}_3 + \hat{V}_4. \quad (4)$$

Здесь

$$\hat{\mathcal{H}}_0 = \frac{1}{2} \int_V \left\{ \rho_0 \hat{\mathbf{v}}^2 + \frac{c^2}{\rho_0} (\delta \hat{\rho}(\mathbf{r}))^2 \right\} d^3r \quad (5)$$

— гамильтониан, описывающий газ невзаимодействующих фононов, заключенных в объеме V ; $\delta \hat{\rho} = \hat{\rho}(\mathbf{r}) - \rho_0$ — оператор локального отклонения плотности от ее равновесного значения ρ_0 . В части гамильтониана $\hat{\mathcal{H}}_{\text{int}}$, описывающей взаимодействия в системе фононов, мы оставили слагаемые, содержащие члены третьей

$$\hat{V}_3 = \frac{1}{2} \int_V \left\{ \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{r}) \delta \hat{\rho}(\mathbf{r}) \hat{\mathbf{v}}(\mathbf{r}) + \frac{1}{3} \left(\frac{\partial}{\partial \rho_0} \frac{c^2}{\rho_0} \right) (\delta \hat{\rho}(\mathbf{r}))^3 \right\} d^3 r \quad (6)$$

и четвертой

$$\hat{V}_4 = \frac{1}{24} \left(\frac{\partial^2}{\partial \rho^2} \frac{c^2}{\rho_0} \right) \int_V (\delta \hat{\rho}(\mathbf{r}))^4 d^3 r \quad (7)$$

степеней по малым величинам $\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{r})$ и $\delta \hat{\rho}(\mathbf{r})$.

Квантование поля фононов, описываемого гамильтонианом (4), проводится обычным образом с помощью перехода к операторам рождения $\hat{a}_{\mathbf{p}}^+$ и уничтожения фонона $\hat{a}_{\mathbf{p}}$ в состоянии с импульсом \mathbf{p} :

$$\delta \hat{\rho}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{p}} \left(\frac{\rho_0}{2\varepsilon_{\mathbf{p}} V} \right)^{1/2} p (\hat{a}_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} + \hat{a}_{\mathbf{p}}^+ e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}}), \quad (8)$$

$$\hat{\mathbf{v}}(\mathbf{r}) = \sum_{\mathbf{p}} \left(\frac{\varepsilon_{\mathbf{p}}}{2\rho_0 V} \right)^{1/2} \mathbf{n} (\hat{a}_{\mathbf{p}} e^{i\mathbf{p}\mathbf{r}} + \hat{a}_{\mathbf{p}}^+ e^{-i\mathbf{p}\mathbf{r}}), \quad (9)$$

$\varepsilon_{\mathbf{p}} \simeq c p$ — энергия фонона; $\mathbf{n} = \mathbf{p}/p$ — единичный вектор в направлении импульса фонона. После подстановки уравнений (8) и (9) в (4)–(7) получим гамильтониан фононной подсистемы Не II в представлении вторичного квантования. Часть гамильтониана \hat{V}_3 (6) описывает интересное нас трехфононное взаимодействие, в то время как \hat{V}_4 (7) соответствует четырехфононным процессам [18].

3. Частота трехфононных процессов

Для получения интересующего нас характерного времени ЗРР воспользуемся методом кинетического уравнения. Уравнение, описывающее эволюцию функции распределения фононов $n(\mathbf{p})$ при наличии ЗРР, может быть записано в виде [6,13]

$$\begin{aligned} \frac{dn}{dt} = & \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{p}', \mathbf{p}''} 2\pi \langle \mathbf{p}' \mathbf{p}'' | \hat{V}_3 | \mathbf{p} \rangle^2 \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}'} + \varepsilon_{\mathbf{p}''} - \varepsilon_{\mathbf{p}}) \times \\ & \times [n' n'' (1+n) - n(1+n')(1+n'')] + \\ & + \sum_{\mathbf{p}', \mathbf{p}''} 2\pi \langle \mathbf{p}' | \hat{V}_3 | \mathbf{p} \mathbf{p}'' \rangle^2 \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} + \varepsilon_{\mathbf{p}''} - \varepsilon_{\mathbf{p}'}) \times \\ & \times [n'(1+n'')(1+n) - n n'' (1+n')], \quad (10) \end{aligned}$$

где $n' = n(\mathbf{p}')$ и $n'' = n(\mathbf{p}'')$. Заметим, что в правой части уравнения (10) учтены только ЗРР, т.е. мы не учитываем здесь взаимодействия высших порядков, считая, что ЗРР являются самыми быстрыми в системе. Трехфононные процессы разрешены лишь под углами, малыми в меру малости отклонения фононного спектра от линейного. При этом возникает явление сверхдиффузии в пространстве углов [19,20], которое в настоящей работе не рассматривается.

Используя уравнения (6), (8) и (9), получаем следующее выражение для матричного элемента:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{p}' \mathbf{p}'' | \hat{V}_3 | \mathbf{p} \rangle = & \left(\frac{1}{8\rho_0 V} \right)^{1/2} \left\{ \left(\frac{\varepsilon_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}''}}{\varepsilon_{\mathbf{p}'}} \right)^{1/2} p' n n'' + \left(\frac{\varepsilon_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}'}}{\varepsilon_{\mathbf{p}''}} \right)^{1/2} p'' n n' + \right. \\ & \left. + \left(\frac{\varepsilon_{\mathbf{p}' \mathbf{p}''}}{\varepsilon_{\mathbf{p}}} \right)^{1/2} p n' n'' + c^2 (2u - 1) \frac{p p' p''}{(\varepsilon_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}'} \varepsilon_{\mathbf{p}''})^{1/2}} \right\} \delta_{\mathbf{p}, \mathbf{p}'+\mathbf{p}''}. \quad (11) \end{aligned}$$

Для определения характерной частоты ЗРР положим в уравнении (10)

$$n = n_0 + \delta n, \quad n' = n'_0, \quad n'' = n''_0, \quad (12)$$

где индекс «0» указывает на равновесное распределение; δn — отклонение функции распределения от равновесной. Последнее может, в частности, быть обусловлено фононами, инжектированными внутрь Не II нагревателем. Подставляя соотношения (12) в кинетическое уравнение (10) и переходя от суммирования к интегрированию (теперь

$\varepsilon_{\mathbf{p}} \equiv \varepsilon(\mathbf{p})$ — функция непрерывного аргумента), получаем следующее соотношение:

$$\begin{aligned} & - \frac{d}{dt} \ln(\delta n) = \\ & = \frac{1}{2n_0} \int W(\mathbf{p} | \mathbf{p}' \mathbf{p}'') \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}''}) n'_0 n''_0 d\Gamma + \\ & + \int W(\mathbf{p}' | \mathbf{p} \mathbf{p}'') \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}'} - \varepsilon_{\mathbf{p}} - \varepsilon_{\mathbf{p}''}) \{n''_0 - n'_0\} d\Gamma, \quad (13) \end{aligned}$$

где

$$W(\mathbf{p}|\mathbf{p}'\mathbf{p}'') = 2\pi V |\langle \mathbf{p}'\mathbf{p}'' | \hat{V}_3 | \mathbf{p} \rangle|^2 \quad (14)$$

— плотность вероятности переходов в фазовом пространстве; $d\Gamma = d^3p / (2\pi)^3$ — элемент фазового объема системы.

Как уже отмечалось выше, ЗРР разрешены лишь в малой области углов вблизи нуля. Это позволяет положить в уравнении (11) все скалярные произведения единичных векторов равными единице. В результате для плотности вероятности переходов, входящей в (13), получаем простое выражение

$$W(\mathbf{p}|\mathbf{p}'\mathbf{p}'') = \frac{c\pi}{\rho_0} (u+1)^2 p p' p'' \Delta(\mathbf{p}, \mathbf{p}' + \mathbf{p}''), \quad (15)$$

где $\Delta(\mathbf{p}, \mathbf{p}' + \mathbf{p}'')$ — символ Кронекера непрерывного аргумента.

Далее, характерную частоту ЗРР естественно определить соотношением

$$v_3(\mathbf{p}) = -\frac{d}{dt} \ln(\delta n). \quad (16)$$

Из уравнений (13)–(16) получаем

$$v_3(\mathbf{p}) = \frac{(u+1)^2}{4\pi\rho_0} \left\{ \frac{1}{2} J_1(\mathbf{p}) + J_2(\mathbf{p}) \right\}, \quad (17)$$

где

$$J_1(\mathbf{p}) = \frac{cp}{n_0(p)} \int_0^p dp' \int_{\cos\theta_c}^1 d(\cos\theta') p'^3 |\mathbf{p} - \mathbf{p}'| \times \\ \times n_0(p') n_0(p-p') \delta(\varepsilon(p) - \varepsilon(p') - \varepsilon(|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|)); \quad (18)$$

$$J_2(\mathbf{p}) = cp \int_p^{p_0} dp' \int_{\cos\theta_c}^1 d(\cos\theta') p'^3 |\mathbf{p}' - \mathbf{p}| \times \\ \times \{n_0(p' - p) - n_0(p')\} \delta(\varepsilon(p) - \varepsilon(p') - \varepsilon(|\mathbf{p} - \mathbf{p}'|)). \quad (19)$$

Здесь θ' — угол между векторами \mathbf{p} и \mathbf{p}' ; θ_c — максимальный угол, под которым еще разрешены ЗРР; $p_0 \approx \varepsilon_0/c$ — импульс, выше которого ЗРР запрещены. Заметим, что в связи с асимптотической малостью функции распределения Бозе–Эйнштейна в области импульсов $p > p_0$ интегрирова-

ние по p' в соотношении (19) может быть с экспоненциальной точностью распространено на бесконечность.

Исключая δ -функции в уравнениях (18) и (19) путем интегрирования по углу θ' и вводя безразмерные переменные, получаем для $v_3(\mathbf{p})$ из (16) следующее соотношение:

$$v_3(x) = \frac{(u+1)^2}{4\pi\rho_0} \left(\frac{T}{c} \right)^5 \left\{ \frac{1}{2} \zeta(x) + \beta(x) \right\}, \quad (20)$$

где $x = \varepsilon(p)/T$;

$$\zeta(x) = \int_0^x y^2 (x-y)^2 \frac{n_0(y)}{n_0(x)} n_0(x-y) dy; \quad (21)$$

$$\beta(x) = \int_x^\infty y^2 (y-x)^2 \{n_0(y-x) - n_0(y)\} dy. \quad (22)$$

Выражение (20) с учетом (21) и (22) полностью определяет характерную частоту трехфононной релаксации. Отметим тот факт, что конечный результат (20) не содержит параметров нелинейности фононного спектра в He II, несмотря на то, что ЗРР обязаны своим существованием именно отклонению спектра от линейной зависимости. Математически этот факт выражается в существовании ненулевого объема возможных состояний в пространстве углов θ' (см. уравнения (18) и (19)), что позволило проявиться нулям δ -функций. В следующем разделе проанализируем некоторые предельные результаты, вытекающие из формулы (20).

4. Трехфононные процессы в случае больших и малых энергий

Исходя из нашего способа расчета характерного времени ЗРР, результат (20) следует интерпретировать как обратное время жизни фонона с импульсом $p < p_0$ (энергией $\varepsilon(\mathbf{p}) < \varepsilon_0$), определенное для ЗРР в равновесном поле тепловых фононов с температурой T . Рассмотрим предельные случаи, следующие из общей формулы (20). Прежде всего обратимся к гиперзвуковому пределу. Для этого в формуле (20) необходимо положить $x \gg 1$ ($\varepsilon(\mathbf{p}) \gg T$). При этом

$$\beta(x) \approx 0 \quad (23)$$

и

$$\zeta(x) \approx \int_0^x y^2(x-y)^2 dy = \frac{x^5}{30}. \quad (24)$$

Подстановка соотношений (23) и (24) в (20) дает

$$v_3^{(\infty)}(\mathbf{p}) = v_3^{(HL)}(\mathbf{p}), \quad (25)$$

что совпадает с результатом (1), впервые полученным в работе [8]. Это дает ответ на вопрос, почему формула (1) не содержит температуру окружающего фона. Гиперзвуковой фон просто «не чувствует» разницы между расходом до нулевой и до конечной температуры. Именно этот факт был изначально заложен и в работе [7], что привело, конечно, к той же импульсной зависимости. Из соотношений (23) и (24) видно, что такой предельный результат соответствует чисто распадным процессам типа $\mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}', \mathbf{p}''$. Следует отметить, что формула (25) имеет в действительности довольно ограниченную область применимости. Это связано с тем, что необходимо одновременное выполнение двух условий: $\epsilon(\mathbf{p}) \gg T$, но $\epsilon(\mathbf{p}) < \epsilon_0$; поэтому ее можно использовать для численных оценок фактически лишь при сверхнизких температурах.

Другой предельный случай $x \ll 1$ ($\epsilon(\mathbf{p}) \ll T$) соответствует поглощению акустической звуковой волны равновесным фононным полем с температурой T . Для этого случая

$$\zeta(x) \approx 0 \quad (26)$$

и

$$\beta(x) \approx x \int_0^\infty \frac{y^4 e^y}{(e^y - 1)^2} dy = \frac{4\pi^4}{15} x. \quad (27)$$

При получении соотношения (27) мы использовали разложение

$$n_0(y-x) \approx n_0(y) + xn_0(y)(1+n_0(y)), \quad (28)$$

справедливое в области малых x . Подстановка (26) и (27) в (20) дает

$$v_3^{(0)}(\mathbf{p}) = v_3^{(M)}(\mathbf{p}), \quad (29)$$

то есть мы приходим к результату (2), полученному в работах [10,11]. В противоположность рассмотренному выше поглощению высокоэнергетического фона предельный результат (29), как это видно из соотношений (26), (27), соответствует только процессам захвата $\mathbf{p}', \mathbf{p} \rightarrow \mathbf{p}''$. Формула (29) многократно использовалась для описания

различных релаксационных процессов как в чистом He II, так и в сверхтекучих растворах $^3\text{He}-^4\text{He}$ (см. обзор [21]).

На рис. 1 представлена зависимость частоты ЗРП от импульса фона при температуре 0,8 К. Там же для сравнения приведены кривые, соответствующие предельным случаям (1) и (2). На рис. 1 явно видна ограниченность области применимости формулы (1) при относительно больших температурах.

В заключение данного раздела следует упомянуть о том, что сравнительно недавно проводились измерения времени жизни фононов в He II, определяемого ЗРП [22], методом нейтронного рассеяния. Сравнение с теоретическим результатом (1) дало расхождение более чем в два раза. Это связано, на наш взгляд, с тем, что измерения в [22] проводились при температуре порядка 0,9 К, когда все релаксационные процессы в гелии практически определяются взаимодействиями в ротонном газе. Время жизни фона в этом случае может существенно зависеть как от взаимодействия фоновой и ротонной подсистем, так и от релаксации внутри газа ротоннов. Непосредственная проверка результата (20) возможна в экспериментах по поглощению звука при разных соотношениях между его частотой и температурой гелия. Так, например, поглощение звука с частотой 10^9 Гц при температуре гелия ниже 10 мК определяется формулой (1), в то время как при температурах выше 100 мК — результатом (2). При промежуточных температурах следует использовать соотношение (20).

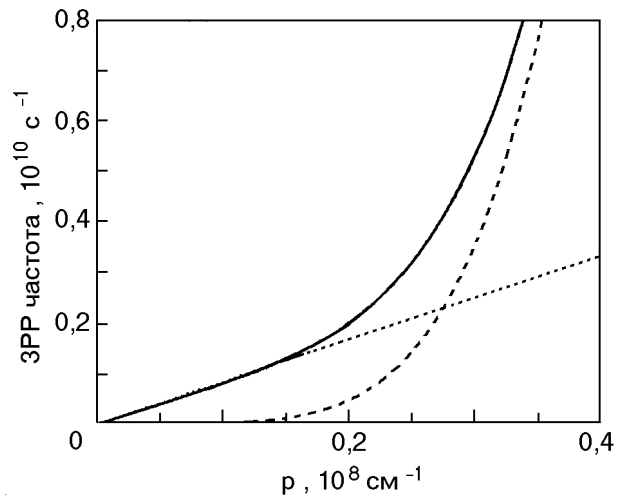


Рис. 1. Зависимость частоты трехфононных процессов от импульса фона (сплошная линия), рассчитанная по формуле (20) для температуры $T = 0,8$ К. Пунктирная и точечная линии соответствуют предельным результатам (1) и (2) соответственно.

5. Начальная эволюция фононного пучка, испущенного твердым телом в He II

Целый ряд исключительно интересных эффектов наблюдался в экспериментах [14–16] по распространению фононных пучков, инжектированных твердотельным нагревателем в сверхтекучий ^4He , находящийся при такой температуре, что взаимодействием фононов пучка с тепловыми фононами можно пренебречь. Для теоретического описания наблюдаемых явлений необходимо последовательно изучить все взаимодействия, определяющие динамику такой системы. Результаты предыдущих разделов позволяют понять, что же происходит с фононным пучком на начальном этапе его распространения в He II.

Фононы, испускаемые нагревателем в сверхтекучий ^4He , разделяются на две группы в зависимости от канала испускания. Во-первых, это фононы, испущенные по упругому каналу и летящие в узком конусе углов Ω_p , ось которого направлена перпендикулярно поверхности нагревателя. Эти фононы как раз и образуют основной пучок, распространяющийся к детектору. Вторая группа фононов испускается практически изотропно во все полупространство. Это так называемые фоновые (background) фононы. Существование первой группы фононов было предсказано теоретически в работе [23] и вскоре подтверждено экспериментально [24]. Возможность существования неупругого канала теоретически исследовалась в работах [25,26]. Этот канал был независимо открыт в [24, 27] в экспериментах по излучению фононов сколотыми кристаллами. Из экспериментов [28] следует, что полная энергия, уносимая фоновыми фононами, на порядок превышает энергию в пучке, однако в связи с малостью телесного угла Ω_p плотность энергии в пучке значительно больше, чем в газе фоновых фононов. Энергия излученных фононов равна или ниже температуры нагревателя в зависимости от того через упругий или неупругий канал они были испущены [29]. В работе [15], в которой в качестве нагревателя использовалась золотая пленка, было обнаружено, что фононы, испущенные через упругий канал, летят в конусе $\Omega_p = 0,115$ ср. Для оценки конечной температуры такого пучка в гелии (после установления бозе-распределения по энергиям) необходимо воспользоваться формулой

$$gW = \frac{\Omega_p \pi T^4}{120c^2}, \quad (30)$$

где g — относительная часть энергии W , подаваемой на нагреватель, уходящая в конус Ω_p ; T —

температура термализованного пучка. При $\Omega_p = 0,115$ ср и $gW = 0,7$ мВт/мм² равенство (30) дает $T = 0,81$ К. Из расчетов по формуле (20) следует, что весь пучок приходит к равновесному распределению за времена порядка 10^{-10} с, что более чем на три порядка меньше времени пульсации $\tau_p = l_p/c$ (l_p — длина пучка) и всех остальных характерных времен экспериментов [14–16]. Это приводит к тому, что начальным физическим объектом в этих экспериментах следует считать уже пучок фононов с бозе-распределением, характеризующимся температурой, определенной в соответствии с соотношением (30).

Заключение

В работе исследованы трехфононные процессы в сверхтекучем ^4He . Для частоты ЗРП, исходя из гидродинамического гамильтониана Ландау (3), получено общее выражение (20), справедливое для любых фононных энергий в области спектра, где ЗРП разрешены. В предельных случаях больших и малых энергий получены выражения (25) и (29), которые согласуются с результатами (1) и (2) более ранних теорий [8,9,11]. Общий подход, используемый в настоящей работе, позволил уточнить области применимости известных ранее предельных формул (1) и (2). Предложен эксперимент, позволяющий непосредственно проверить результаты теории.

Полученное общее выражение (20) позволило описать начальную эволюцию фононного пучка, инжектированного в He II нагретым твердым телом. Оказывается, что за времена, гораздо меньшие характерных времен экспериментов с пучками [14–16], испущенные фононы уже приходят к равновесной форме функции распределения по энергиям.

Часть результатов данной работы была доложена на XXXI совещании по физике низких температур в Москве.

Авторы выражают благодарность за поддержку данного совместного исследования от EPSRC по грантам GR/M/22543 и GR/L/29149, а также от фонда ISEP по грантам QSU082002 (И. Н. А.), PSU082118 (А. В. Ж.) и YSU082037 (К. Э. Н.).

1. R. C. Dynes and V. Narayanamurti, *Phys. Rev.* **B12**, 1720 (1975).
2. Т. Хаавасожа, V. Narayanamurti, and M. A. Shin, *J. Low Temp. Phys.* **57**, 55 (1984).
3. W. Stirling, *Proc. 75th Jubilee Conf. on ^4He* , J. G. M. Armitage (ed.), World Scientific, Singapore (1983), p. 109.

4. H. J. Maris and W. E. Massey, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 220 (1970).
5. N. G. Mills, R. A. Sherlock, and A. F. G. Wyatt, *J. Phys.* **C8**, 2575 (1975).
6. И. М. Халатников, *Теория сверхтекучести*, Наука, Москва (1971).
7. С. Т. Беляев, *ЖЭТФ* **34**, 431 (1958).
8. S. Havlin and M. Luban, *Phys. Lett.* **A42**, 133 (1972).
9. V. M. Abraham, Y. Eckstein, J. B. Ketterson, M. Kuchnir, and P. R. Roach, *Phys. Rev.* **A1**, 250 (1970).
10. H. J. Maris, *Phys. Rev.* **A8**, 1980 (1973).
11. H. J. Maris, *Phys. Rev.* **A9**, 1412 (1974).
12. D. Benin, *Phys. Rev.* **B11**, 145 (1975).
13. C. I. Um, S. Y. Lee, S. K. Yoo, T. F. George, L. N. Pandey, and I. N. Adamenko, *Fiz. Nizk. Temp.* **23**, 537 (1997).
14. M. A. H. Tucker and A. F. G. Wyatt, *J. Phys.: Condensed Matter* **6**, 2813 (1994).
15. M. A. H. Tucker and A. F. G. Wyatt, *J. Phys.: Condensed Matter* **6**, 2825 (1994).
16. M. A. H. Tucker and A. F. G. Wyatt, in: *Proc. of Quantum Fluids and Solids*, Amherst (1998).
17. Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **11**, 592 (1941).
18. I. N. Adamenko, K. E. Nemchenko, M. A. H. Tucker, A. F. G. Wyatt, and A. V. Zhukov, *Материалы XXXI совещ. по физ. низк. температур*, Москва (1998) с. 72.
19. В. Л. Гуревич, Б. Д. Лайхтман, *ЖЭТФ* **69**, 1230 (1975).
20. В. Л. Гуревич, Б. Д. Лайхтман, *ЖЭТФ* **70**, 1907 (1976).
21. И. Н. Адаменко, Э. Я. Рудавский, *ФНТ* **13**, 3 (1987).
22. F. Mezei, C. Lartigue, and B. Farago, in: *Excitations in Two-Dimensional and Three-Dimensional Quantum Fluids*, A. F. G. Wyatt and H. J. Lauter (eds.), Plenum Press, New York (1991), p. 119.
23. И. М. Халатников, *ЖЭТФ* **22**, 687 (1952).
24. R. A. Sherlock, A. F. G. Wyatt, N. G. Mills, and N. A. Lockerbie, *Phys. Rev. Lett.* **29**, 1299 (1972).
25. И. Н. Адаменко, И. М. Фукс, *ЖЭТФ* **59**, 2071 (1970).
26. И. М. Халатников, И. Н. Адаменко, *ЖЭТФ* **63**, 745 (1972).
27. R. A. Sherlock, N. G. Mills, and A. F. G. Wyatt, *J. Phys.* **C8**, 300 (1975).
28. A. F. G. Wyatt and G. J. Page, *J. Phys.* **C11**, 4927 (1978).
29. A. F. G. Wyatt and G. N. Crisp, *J. Phys. (Paris)* **39**, C6-244 (1978).

Three-phonon interactions and initial stage of phonon pulse evolution in He II

M. A. H. Tucker, A. F. G. Wyatt, I. N. Adamenko,
A. V. Zhukov, and K. E. Nemchenko

Starting from the hydrodynamic Landau Hamiltonian we derived an expression for the characteristic rate of three-phonon processes in superfluid ^4He , which is valid in the whole range of phonon energies where these processes are allowed. Possible limiting cases are analyzed and a comparison with the results of previous investigations is done. The three-phonon processes are turned out to govern completely the initial relaxation of a phonon pulse injected into He II by a heated solid. This results in an equilibrium phonon distribution in the anomalous region of phonon dispersion at times of the order 10^{-10}s .