

УДК 622.28.044:622.261.2

Новиков А.О., д-р техн. наук, профессор
(ГВУЗ «ДонНТУ»)
Гладкий С.Ю., инженер
(ООО «DET UA»)

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НАПРЯЖЕННО-
ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ПОРОД КРОВЛИ
МОНТАЖНОГО ХОДКА, АРМИРОВАННЫХ АНКЕРАМИ**

Новіков О.О., д-р. техн. наук, професор,
(ДВНЗ «ДонНТУ»)
Гладкий С.Ю., інженер
(ТОВ «DET UA»)

**МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ НАПРУЖЕННО-
ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ ПОРІД ПОКРІВЛІ
МОНТАЖНОГО ХІДКА, АРМОВАНОГО АНКЕРАМИ**

Novikov A.O., D.Sc. (Tech.), Professor
(SHEI «DonNTU»)
Gladkiy S.Y., M.S (Tech)
(LCL «DET UA»)

**MATHEMATICAL MODE OF DEFORMATION STATE
OF ROOF ROCK IN WORKINGS, TIP BY ANCHORS**

Аннотация. Решение проблемы интенсификации очистных работ неразрывно связано с ускорением монтажно-демонтажных работ в лавах, в том числе и путем внедрения передовых технологий поддержания выработок анкерными креплениями. Целью работы является раскрытие закономерностей изменения напряженно-деформированного состояния закрепленной анкерами непосредственной кровли монтажного ходка при различных параметрах крепи для обеспечения ее устойчивого состояния. Для этого применен теоретический метод исследования напряженно-деформированного состояния (НДС), используемый при решении краевых задач теории анизотропных пластин. Результатами исследований являются: разработанная расчетная схема закрепленной анкерами кровли монтажного ходка; получение зависимости для определения ее перемещений с учетом нагружения, количества анкеров, геометрических параметров и граничных условий. Научная новизна исследований состоит в том, что впервые принята расчетная схема кровли монтажного ходка в виде толстой слоистой анизотропной пластины (плиты) с жестко закрепленными краями, находящейся под действием нормальной распределенной нагрузки; с использованием метода конечных разностей для решения дифференциальных уравнений равновесия в перемещениях раскрыты закономерности напряженно-деформированного состояния пластины. Практическое значение работы состоит в том, что полученные результаты исследований будут использованы при расчете параметров анкерной крепи, обеспечивающих устойчивое состояние кровли монтажного ходка.

Ключевые слова: монтажный ходок, кровля, анкера, расчетная схема, напряженно-деформированное состояние, перемещение, конечно-разностной метод.

Проблема и ее связь с научными и практическими заданиями. По оценкам экспертов Украина владеет 3,5 % мировых запасов каменного угля, что в условиях ограниченной добычи собственной нефти и газа, роста цен на них на мировых рынках, делает уголь основным и долговременным энергоносителем в топливно-энергетическом балансе страны. В настоящее время до 85 % угля добывается подземным способом примерно в 560 механизированных очистных забоях. Причем, до 40 % работающих в них комплексов постоянно монтируются-демонтируются. Трудоемкость и продолжительность монтажа очистного оборудования во многом определяется тем, обеспечены ли необходимые размеры рабочего пространства и устойчивое состояние монтажных камер, и их своевременное проведение. Решение этой проблемы невозможно без широкого внедрения передового опыта эффективного ведения монтажно-демонтажных работ с использованием рациональных технологических схем и нового оборудования, а также внедрения новых технологий проведения и поддержания монтажных камер, в том числе с использованием комбинированных крепей на основе анкерных [1].

Несмотря на имеющийся позитивный опыт в использовании таких конструкций для поддержания монтажных ходков на шахтах («Добропольская», «Покровская», «Краснолиманская», шахты ДТЕК «Павлоградуголь» и др.), широкого внедрения он не нашел.

Последние достижения и публикации. Основная задача горной геомеханики состоит в численной оценке различных проявлений горного давления, развивающихся в породном массиве при ведении горных работ. Попытки ее решения различными методами на протяжении многих десятилетий предпринимались в работах И.В. Баклашова, В.В. Виноградова, Ю.З. Заславского, А.Н. Шашенко, В.И. Шейнина, Ф.П. Глушихина и многих других исследователей. Вместе с тем, проблема, решаемая в них, до сих пор окончательно не решена, о чем свидетельствуют не только значительная доля выработок, находящихся в неудовлетворительном состоянии, но и высокая стоимость и трудоемкость работ по их поддержанию. Опубликованные не многочисленные результаты решения сложных объемных аналитических задач (работы М.Ш. Штейна и И.В. Баклашова), к сожалению, слишком идеализированы и не имеют практического значения, поскольку в них решена осесимметричная задача для однородного, изотропного, линейно деформируемого, не разрушенного массива, вмещающего цилиндрическую выработку в гидростатическом поле напряжений. В настоящее время, при решении сложных задач, в случаях, когда исследуемую математическую модель нельзя преобразовать к конечному виду, а производимые упрощения существенно снижают ее качество, нашли применение численные методы [2-4], эффективность которых в значительной степени обеспечивается быстроедействием вычислительной техники.

Попытки изучения закономерностей изменения напряженно-

деформированного состояния в создаваемых вокруг подготовительных выработок породно-анкерных конструкциях в последние годы предпринимались в работах [5-7]. Так, в работах [5,6] изложены основные положения метода расчета напряженно-деформированного состояния армированной анкерами кровли выработки в виде толстой пластины, состоящей из трансверсально-изотропных слоев пород, находящейся под действием равномерно распределенной нагрузки, два противоположных края которой жестко защемлены, два других – свободные. Рассмотрены две основных схемы крепления анкерами: одиночное и двойное расположение под различными углами. В модели варьируются следующие параметры: количество слоев пород, диаметр анкеров, расстояние между ними, упругие характеристики анкеров и пород (модули упругости и сдвига, коэффициенты Пуассона пород и анкеров), а также приведенные упругие характеристики. В результате решения получены зависимости для определения нормальных перемещений и напряжений в породно-анкерной конструкции с учетом влияния поперечных сил и сдвига, позволяющие обосновано выбрать параметры анкерной системы, обеспечивающие надежность и длительную устойчивость выработки.

В работе [7] приведена в обобщенном виде математическая модель напряженно-деформированного состояния закрепленной анкерами горной выработки, расчетная схема которой представлена как многослойная толстая сферическая армированная оболочка под действием равномерно распределенной нагрузки, два противоположных края которой защемлены, а два других – свободные. При этом горная выработка имеет форму полуокружности или параболы и закреплена анкерами, нормально расположенными к ее поверхности.

В указанных выше работах, при выводе основных уравнений использован вариационный метод решения краевых задач теории упругости. Недостатком использования данного метода является сложность выбора системы координатных функций, которые должны точно удовлетворять граничным условиям по методу Бубнова-Галеркина или частично (геометрическим условиям) по методу Ритца. Особенно это относится к случаю, когда пластина жестко закреплена по всем краям. Поэтому задача состоит в выборе наиболее адекватной расчетной схемы кровли монтажного ходка и метода решения, позволяющего определить ее перемещения непосредственно из уравнения равновесия.

Изложение основного материала. Рассмотрим продольный разрез расположенной под углом лавы, непосредственная кровля которой закреплена анкерами (рис.1), а поперечный разрез приведен на рис.2.

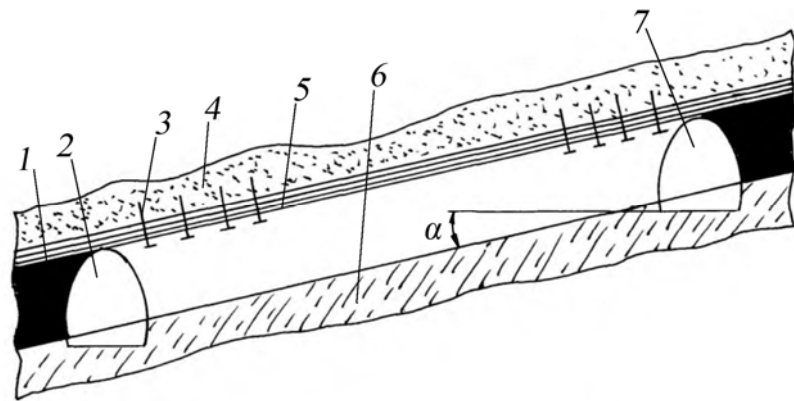


Рисунок 1 – Продольный разрез лавы: 1 – угольный пласт; 2, 7 – откаточный и вентиляционный штреки; 3 – анкерное крепление; 4 – основная кровля; 5 – непосредственная (неустойчивая) кровля; 6 – почва; α – угол залегания пласта

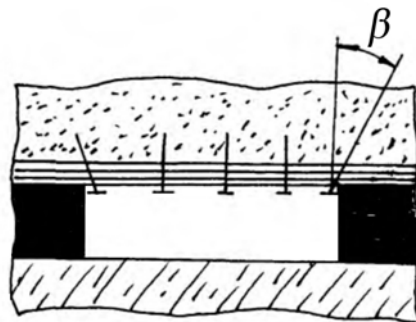


Рисунок 2 – Поперечный разрез лавы: β – угол наклона анкера

Примем расчетную схему кровли монтажного ходка в виде многослойной анизотропной пластины (плиты) с защемленными краями, механические характеристики слоев которой одинаковые в направлении координатной плоскости и отличны по нормали к ней, что характерно для горных пород, под действием равномерно распределенной нагрузки q (рис.3).

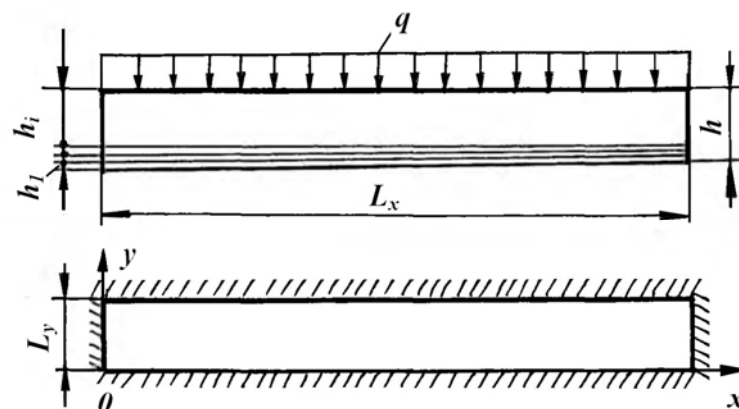


Рисунок 3 – Расчетная схема монтажного ходка: L_x, L_y – длина и ширина кровли; h_1, \dots, h_i и h – толщины слоев непосредственной, основной кровли и общая толщина; q – распределенная нагрузка от массы кровли, закрепленной анкерами

В теориях упругости, пластин и оболочек решения задач на прочность или устойчивость любого тела приведены, как правило, при исследовании его напряженно-деформированного состояния с определением максимальных напряжений или критических сил.

В данном случае задача состоит в том, чтобы определить максимальный прогиб закрепленной анкерами кровли монтажного ходка, не превышающий нормативное значение, т.е. решить обратную задачу – в перемещениях.

Пусть пластина отнесена к триортогональной системе прямолинейных координат так, что координатная плоскость xu совпадает со срединной ее плоскостью, а главные направления упругости материала пластины совпадают с координатными линиями.

При выводе основных уравнений примем следующие предположения [8]:

а) деформации по нормали к срединной плоскости равны нулю, т.е.

$$e_z = 0; \quad (1)$$

б) слои пластины подчиняются закону Кирхгофа-Лява (гипотеза прямых нормалей);

в) поперечные касательные напряжения меняются по квадратичной зависимости, которые представим в виде

$$\tau_{xz} = f_1(z)\varphi(x, y), \quad \tau_{yz} = f_2(z)\psi(x, y), \quad (2)$$

где $\varphi(x, y), \psi(x, y)$ – произвольные искомые функции координат x, y ; $f_i(z)$ – функции, характеризующие законы изменения касательных напряжений τ_{xz}, τ_{yz} по толщине пластины.

Решая уравнения обобщенного закона Гука относительно напряжений $\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{xz}, \tau_{yz}$,

$$\begin{cases} e_x = a_{11}\sigma_x + a_{12}\sigma_y + a_{13}\sigma_z; \\ e_y = a_{12}\sigma_x + a_{22}\sigma_y + a_{23}\sigma_z; \\ e_z = a_{13}\sigma_x + a_{23}\sigma_y + a_{33}\sigma_z; \\ e_{yz} = a_{44}\tau_{yz}; \\ e_{zx} = a_{55}\tau_{zx}; \\ e_{xy} = a_{66}\tau_{xy}. \end{cases}$$

получим

$$\begin{aligned} \sigma_x &= B_{11}e_x + B_{12}e_y - A_1\sigma_z; \\ \sigma_y &= B_{12}e_x + B_{22}e_y - A_2\sigma_z; \\ \tau_{xz} &= B_{55}e_{xz}; \tau_{yz} = B_{44}e_{yz}; \tau_{xy} = B_{66}e_{xy}, \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned}
 B_{11} &= \frac{a_{22}}{\Omega} = \frac{E_1}{\Delta}; B_{22} = \frac{a_{11}}{\Omega} = \frac{E_2}{\Delta}; \\
 B_{12} &= -\frac{a_{12}}{\Omega} = \frac{\nu_2 E_1}{\Delta} - \frac{\nu_1 E_2}{\Delta}; B_{66} = \frac{1}{a_{66}} = G_{12}; \\
 B_{55} &= \frac{1}{a_{55}} = G_{13}; B_{44} = \frac{1}{a_{44}} = G_{23}; \Omega = a_{11}a_{22} - a_{12}^2 = \frac{\Delta}{E_1 E_2}; \\
 \Delta &= 1 - \nu_1 \nu_2; A_1 = a_{13}B_{11} + a_{23}B_{12}; A_2 = a_{13}B_{12} + a_{23}B_{22},
 \end{aligned} \tag{4}$$

где E_1 , E_2 и G_{12} , G_{13} , G_{23} – модули упругости и сдвига в плоскости xu и по нормали к ней соответственно; ν_1 , ν_2 – коэффициенты Пуассона соответственно в этих направлениях.

Компоненты деформаций и перемещений при $e_z = 0$ имеют вид [9]:

$$e_x = \frac{\partial u_x}{\partial x}; e_y = \frac{\partial u_y}{\partial y}; e_{xy} = \frac{\partial u_x}{\partial y} + \frac{\partial u_y}{\partial x}; \tag{5}$$

$$e_{xz} = \frac{\partial u_x}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial x}; e_{yz} = \frac{\partial u_y}{\partial z} + \frac{\partial u_z}{\partial y}; \tag{6}$$

$$e_z = \frac{\partial u_z}{\partial z} = 0; u_z = u_z(x; y) = w(x; y), \tag{7}$$

Из уравнений (3) с учетом (2) и (4) для деформаций сдвига получим

$$e_{xz} = f_1(z)\Phi_1(x, y), \tag{8}$$

$$e_{yz} = f_2(z)\Phi_2(x, y), \tag{9}$$

где введены следующие обозначения

$$\Phi_1(x, y) = a_{55}\varphi, \Phi_2(x, y) = a_{44}\psi. \tag{10}$$

Подставляя значения e_{xz} , e_{yz} из (8) и (9) во второе и третье соотношения (6), при этом учитывая (7), получим

$$\frac{\partial u_x}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial x} + f_1(z)\Phi_1 \tag{11}$$

$$\frac{\partial u_y}{\partial z} = -\frac{\partial w}{\partial y} + f_2(z)\Phi_2. \tag{12}$$

Интегрируя выражения (11), (12) в пределах от нуля до z , при этом учитывая, что при $z = 0$ $u_x = u = 0$, $u_y = v = 0$, получим следующие значения тангенциальных перемещений какой-либо точки пластины:

$$u_x = -z \frac{\partial w}{\partial x} + I_{01}(z) \Phi_1; \quad (13)$$

$$u_y = -z \frac{\partial w}{\partial y} + I_{02}(z) \Phi_2, \quad (14)$$

где

$$I_{01} = \int_0^z f_1(z) dz; \quad I_{02} = \int_0^z f_2(z) dz. \quad (15)$$

В связи с тем, что при изгибе касательные напряжения τ_{xz} , τ_{yz} по толщине пластины изменяются почти по закону квадратичной параболы, полагаем, что

$$f_1(z) = f_2(z) = \frac{1}{2} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right). \quad (16)$$

Тогда, подставляя (16) в (15), получим

$$I_{01}(z) = I_{02}(z) = I_0(z) = \frac{z}{2} \left(\frac{h^2}{4} - \frac{z^2}{3} \right). \quad (17)$$

Из (13), (14) с учетом (16), (17) и (10) для перемещений получим

$$\begin{cases} u_x = -z \frac{\partial w}{\partial x} + I_0(z) a_{55} \Phi; \\ u_y = -z \frac{\partial w}{\partial y} + I_0(z) a_{44} \Psi. \end{cases} \quad (18)$$

Подставляя значения u_x , u_y из (18) в соотношения (5), для соответствующих составляющих деформаций имеем

$$e_x = -z \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + I_0 a_{55} \frac{\partial \Phi}{\partial x}; \quad (19)$$

$$e_y = -z \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + I_0 a_{44} \frac{\partial \psi}{\partial x}; \quad (20)$$

$$e_{xy} = -2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + I_0 \left(a_{55} \frac{\partial \phi}{\partial x} + a_{44} \frac{\partial \psi}{\partial y} \right). \quad (21)$$

Уравнения равновесия без учета объемных сил имеют вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \sigma_x}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_y}{\partial y} + \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial z} &= 0; \\ \frac{\partial \sigma_z}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{xz}}{\partial x} + \frac{\partial \tau_{yz}}{\partial y} &= 0. \end{aligned} \quad (22)$$

С учетом (4), (10), подставляя значения τ_{xz} , τ_{yz} из (2) в (22) и произведя интегрирование по z , для нормального напряжения σ_z найдем

$$\sigma_z = \chi(x, y) - I(z) \left[B_{55} \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + B_{44} \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} \right], \quad (23)$$

где $\chi(x, y)$ является функцией интегрирования и может быть получена из граничных условий на поверхностях пластины, которые имеют следующий вид:

$$\sigma_z \left(\frac{h}{2} \right) = q; \quad \sigma_z \left(-\frac{h}{2} \right) = 0.$$

Удовлетворяя этим условиям, получим следующее выражение для $\chi(x, y)$:

$$\chi(x, y) = \frac{B_{55}}{2} \left[I_{01} \left(\frac{h}{2} \right) + I_{01} \left(-\frac{h}{2} \right) \right] \frac{\partial \Phi_1}{\partial x} + \frac{B_{44}}{2} \left[I_{02} \left(\frac{h}{2} \right) + I_{02} \left(-\frac{h}{2} \right) \right] \frac{\partial \Phi_2}{\partial y} + \frac{q}{2}, \quad (24)$$

При определении деформаций e_{xz} , e_{yz} считаем, что касательные напряжения τ_{xz} , τ_{yz} не отличаются от соответствующих напряжений (τ_{xz}^0 и τ_{yz}^0), найденных при наличии гипотезы недеформируемых нормалей, т.е. от соответствующих напряжений классической теории изгиба анизотропных пластин.

В силу предположения для касательных напряжений имеем

$$\tau_{xz} = \frac{1}{2} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right) \varphi_0; \quad (25)$$

$$\tau_{yz} = \frac{1}{2} \left(\frac{h^2}{4} - z^2 \right) \psi_0, \quad (26)$$

где

$$\varphi_0 = - \left[B_{11} \frac{\partial^3 w_0}{\partial x^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial x \partial y^2} \right]; \quad (27)$$

$$\psi_0 = - \left[B_{22} \frac{\partial^3 w_0}{\partial y^3} + (B_{12} + 2B_{66}) \frac{\partial^3 w_0}{\partial y \partial x^2} \right], \quad (28)$$

а w_0 – решение уравнения для анизотропной пластины, полученное без учета третьего предположения [10,11]

$$D_1 \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^4} + 2D_3 \frac{\partial^4 w_0}{\partial x^2 \partial y^2} + D_2 \frac{\partial^4 w_0}{\partial y^4} = q. \quad (29)$$

Подставляя в выражения (3) значения e_x , e_y и e_{xy} из (19-21), а также значения σ_z из (23) с учетом (17), (24) и (25) – (28), для основных напряжений σ_x , σ_y и τ_{xy} получим

$$\begin{aligned} \sigma_x = & -z \left(B_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + B_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + I_0 \left(B_{11} a_{55} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} + B_{12} a_{44} \frac{\partial \psi_0}{\partial y} \right) - \\ & - A_1 q \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{3z}{2h} - 2 \frac{z^3}{h^3} \right) \right]; \end{aligned} \quad (30)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y = & -z \left(B_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + B_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + I_0 \left(B_{22} a_{44} \frac{\partial \psi_0}{\partial y} + B_{12} a_{55} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right) - \\ & - A_2 q \left[\frac{1}{2} + \left(\frac{3z}{2h} - 2 \frac{z^3}{h^3} \right) \right]; \end{aligned} \quad (31)$$

$$\tau_{xy} = -B_{66} \left[2z \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + I_0 \left(a_{55} \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} + a_{44} \frac{\partial \psi_0}{\partial x} \right) \right]. \quad (32)$$

С учетом (25), (26), (30) – (32), а также (17) для внутренних сил и моментов получим

$$M_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_x dz = - \left(D_{11} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} \right) + \frac{h^2}{10} \left(D_{11} a_{55} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} + D_{12} a_{44} \frac{\partial \psi_0}{\partial y} \right) - \frac{h^2}{10} A_1 q; \quad (33)$$

$$M_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \sigma_y dz = - \left(D_{22} \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + D_{12} \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} \right) + \frac{h^2}{10} \left(D_{22} a_{44} \frac{\partial \psi_0}{\partial y} + D_{12} a_{55} \frac{\partial \varphi_0}{\partial x} \right) - \frac{h^2}{10} A_2 q; \quad (34)$$

$$H = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xy} z dz = -2D_{66} \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} + \frac{h^2}{10} D_{66} \left(a_{55} \frac{\partial \varphi_0}{\partial y} + a_{44} \frac{\partial \psi_0}{\partial x} \right); \quad (35)$$

$$N_1 = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{xz} dz = \frac{h^3}{12} \varphi_0; \quad (36)$$

$$N_2 = \int_{-h/2}^{h/2} \tau_{yz} dz = \frac{h^3}{12} \psi_0, \quad (37)$$

где $D_{ik} = \frac{h^3}{12} B_{ik}$ – жесткости на изгиб, сдвиг и кручение.

При этом имеем следующие уравнения равновесия

$$\frac{\partial N_1}{\partial x} + \frac{\partial N_2}{\partial y} = -q; \quad (38)$$

$$\frac{\partial H}{\partial y} + \frac{\partial M_1}{\partial x} = N_1; \quad (39)$$

$$\frac{\partial H}{\partial x} + \frac{\partial M_2}{\partial y} = N_2. \quad (40)$$

Исключая из уравнений равновесия (38) – (40) поперечные силы N_1 и N_2 , получим

$$\frac{\partial^2 M_1}{\partial x^2} + 2 \frac{\partial^2 H}{\partial x \partial y} + \frac{\partial^2 M_2}{\partial y^2} = -q. \quad (41)$$

Подставляя значения моментов из (33)–(35) в (41), получим одно разрешающее дифференциальное уравнение относительно искомой функции w

$$\begin{aligned} & D_{11} \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2(D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + D_{22} \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} = \\ & = q + \frac{h^2}{10} \left\{ a_{55} \left[D_{11} \frac{\partial^3 \varphi_0}{\partial x^3} + (D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^3 \varphi_0}{\partial x \partial y^2} \right] + \right. \\ & \left. + a_{44} \left[D_{22} \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial y^3} + (D_{12} + 2D_{66}) \frac{\partial^3 \psi_0}{\partial x^2 \partial y} \right] \right\}. \end{aligned} \quad (42)$$

Переходя к безразмерным величинам, получим уравнение (42) в виде:

$$\begin{aligned} & \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^4} + 2b_1 l^2 \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}^2} + b_2 l^4 \frac{\partial^4 \bar{w}}{\partial \bar{y}^4} = \\ & = \bar{q} + \frac{a_{55} B_{11} \bar{h}^2}{10} \left\{ \frac{\partial^3 \bar{\varphi}_0}{\partial \bar{x}^3} + b_1 l^2 \frac{\partial^3 \bar{\varphi}_0}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}^2} + \bar{a} \left[b_2 l^3 \frac{\partial^3 \bar{\psi}_0}{\partial \bar{y}^3} + b_1 l \frac{\partial^3 \bar{\psi}_0}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}} \right] \right\}, \end{aligned} \quad (43)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{w} &= \frac{w}{h}; \quad \bar{x} = \frac{x}{L_x}; \quad \bar{y} = \frac{y}{L_y}; \quad b_1 = \frac{D_{12} + 2D_{66}}{D_{11}}; \quad b_2 = \frac{D_{22}}{D_{11}}; \quad l = \frac{L_x}{L_y}; \\ \bar{q} &= \frac{q L_x^4}{D_{11} h}; \quad \bar{h} = \frac{h}{L_x}; \quad \bar{\varphi}_0 = \varphi_0 \frac{L_x^3}{h B_{11}}; \quad \bar{\psi}_0 = \psi_0 \frac{L_x^3}{h B_{11}}; \quad \bar{a} = \frac{a_{44}}{a_{55}}. \end{aligned} \quad (44)$$

Аналогично перейдем к безразмерным величинам в выражениях (27)–(29), (30)–(37), в результате чего получим

$$\bar{\varphi}_0 = - \left[\frac{\partial^3 \bar{w}_0}{\partial \bar{x}^3} + b_1 l^2 \frac{\partial^3 \bar{w}_0}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}^2} \right]; \quad (45)$$

$$\bar{\psi}_0 = - \left[b_2 l^3 \frac{\partial^3 \bar{w}_0}{\partial \bar{y}^3} + b_1 l \frac{\partial^3 \bar{w}_0}{\partial \bar{y} \partial \bar{x}^2} \right]; \quad (46)$$

$$\frac{\partial^4 \bar{w}_0}{\partial \bar{x}^4} + 2d_3 l^2 \frac{\partial^4 \bar{w}_0}{\partial \bar{x}^2 \partial \bar{y}^2} + d_2 l^4 \frac{\partial^4 \bar{w}_0}{\partial \bar{y}^4} = \frac{q L_x^4}{D_1 h}; \quad (47)$$

$$\begin{aligned} \sigma_x = B_{11} & \left\{ -\bar{z}\bar{h}^2 \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + b_{12} l^2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} \right) + \right. \\ & \left. + \bar{I}_0 \bar{h} B_{11} a_{55} \left(\frac{\partial \bar{\Phi}_0}{\partial \bar{x}} + \bar{a} b_{12} l \frac{\partial \bar{\Psi}_0}{\partial \bar{y}} \right) - \bar{A}_1 q \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \bar{z} - 2\bar{z}^3 \right) \right\}; \end{aligned} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} \sigma_y = B_{11} & \left[-\bar{z}\bar{h}^2 \left(b_2 l^2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} + b_{12} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} \right) + \right. \\ & \left. + \bar{I}_0 \bar{h} B_{11} a_{55} \left(\bar{a} b_2 l \frac{\partial \bar{\Psi}_0}{\partial \bar{y}} + b_{12} \frac{\partial \bar{\Phi}_0}{\partial \bar{x}} \right) - \bar{A}_2 q \left(\frac{1}{2} + \frac{3}{2} \bar{z} - 2\bar{z}^3 \right) \right] \end{aligned} \quad (49)$$

$$\tau_{xy} = -B_{66} \left[2\bar{z}\bar{h}^2 l \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} + \bar{I}_0 \bar{h} a_{55} B_{11} \left(l \frac{\partial \bar{\Phi}_0}{\partial \bar{y}} + \bar{a} \frac{\partial \bar{\Psi}_0}{\partial \bar{x}} \right) \right]; \quad (50)$$

$$\begin{aligned} M_1 = h^2 B_{11} & \left[-\frac{\bar{h}}{12} \left(\frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} + b_{12} l^2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\bar{h}^4}{120} B_{11} a_{55} \left(\frac{\partial \bar{\Phi}_0}{\partial \bar{x}} + \bar{a} b_{12} l \frac{\partial \bar{\Psi}_0}{\partial \bar{y}} \right) - \frac{1}{10} \bar{A}_1 q \right]; \end{aligned} \quad (51)$$

$$\begin{aligned} M_2 = h^2 B_{11} & \left[-\frac{\bar{h}^2}{12} \left(b_2 l^2 \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{y}^2} + b_{12} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x}^2} \right) + \right. \\ & \left. + \frac{\bar{h}^4}{120} B_{11} a_{55} \left(b_2 \bar{a} l \frac{\partial \bar{\Psi}_0}{\partial \bar{y}} + b_{12} \frac{\partial \bar{\Phi}_0}{\partial \bar{x}} \right) - \frac{1}{10} \bar{A}_2 q \right]; \end{aligned} \quad (52)$$

$$H = \frac{D_{66}}{L_x} \left[-2\bar{h} \frac{\partial^2 \bar{w}}{\partial \bar{x} \partial \bar{y}} + \frac{\bar{h}^3}{10} a_{55} B_{11} \left(l \frac{\partial \bar{\Phi}_0}{\partial \bar{y}} + \bar{a} \frac{\partial \bar{\Psi}_0}{\partial \bar{x}} \right) \right]; \quad (53)$$

$$N_1 = \frac{h B_{11}}{12} \bar{h}^3 \bar{\Phi}_0; \quad (54)$$

$$N_2 = \frac{h B_{11}}{12} \bar{h}^3 \bar{\Psi}_0. \quad (55)$$

где

$$\bar{w}_0 = \frac{w_0}{h}; \quad \bar{z} = \frac{z}{h}; \quad b_{12} = \frac{B_{12}}{B_{11}}; \quad \bar{I}_0 = \frac{I_0}{L_x^3} = \frac{\bar{z}h}{2} \left(\frac{\bar{h}^2}{4} - \frac{\bar{z}^2 \bar{h}^2}{3} \right); \quad d_2 = \frac{D_2}{D_1};$$

$$d_3 = \frac{D_3}{D_1}; \quad \bar{A}_1 = \frac{A_1}{B_{11}} = a_{13} + a_{23}b_{12}; \quad \bar{A}_2 = \frac{A_2}{B_{11}} = a_{13}b_{12} + a_{23}b_2. \quad (56)$$

Для решения уравнения (43) необходимо определить функцию $\bar{w}_0(x, y)$ из уравнения (47). Это дифференциальные уравнения четвертого порядка в частных производных с переменными коэффициентами, точные решения которых отсутствуют. В связи с этим, используем один из основных методов решения краевых задач – конечно-разностный метод.

Будем решать оба уравнения численно в области $D = \{(x, y): 0 \leq x \leq L_x, 0 \leq y \leq L_y\}$. Введем в данной области разностную сетку размером $m \times n$, где m – количество точек разбиения вдоль оси x , а n – вдоль оси y . Таким образом, будем искать множество значений функции $\bar{w}_0(x, y)$ в точках x_i, y_j ($i = \overline{1, m}; j = \overline{1, n}$). Обозначим $\bar{w}_{0,i,j} = \bar{w}_0(x_i, y_j)$, $x_{i+1} - x_i = y_{j+1} - y_j = \Delta x$. Представим уравнение (47) в конечных разностях

$$\frac{\bar{w}_{0,i+2,j} - 4\bar{w}_{0,i+1,j} + 6\bar{w}_{0,i,j} - 4\bar{w}_{0,i-1,j} + \bar{w}_{0,i,j-2}}{\Delta x^4} +$$

$$+ 2d_3 l^2 \frac{\bar{w}_{0,i+1,j+1} + \bar{w}_{0,i-1,j+1} + \bar{w}_{0,i+1,j-1} + \bar{w}_{0,i-1,j-1} - 2(\bar{w}_{0,i+1,j} + \bar{w}_{0,i-1,j} + \bar{w}_{0,i,j+1} + \bar{w}_{0,i,j-1}) + 4\bar{w}_{0,i,j}}{\Delta x^4} + (57)$$

$$+ d_2 l^4 \frac{\bar{w}_{0,i,j+2} - 4\bar{w}_{0,i,j+1} + 6\bar{w}_{0,i,j} - 4\bar{w}_{0,i,j-1} + \bar{w}_{0,i,j-2}}{\Delta x^4} = \frac{qL_x^4}{D_1 h}.$$

Уравнение (43) в конечных разностях имеет вид

$$\frac{\bar{w}_{0,i+2,j} - 4\bar{w}_{0,i+1,j} + 6\bar{w}_{0,i,j} - 4\bar{w}_{0,i-1,j} + \bar{w}_{0,i,j-2}}{\Delta x^4} +$$

$$+ 2b_1 l^2 \frac{\bar{w}_{0,i+1,j+1} + \bar{w}_{0,i-1,j+1} + \bar{w}_{0,i+1,j-1} + \bar{w}_{0,i-1,j-1} - 2(\bar{w}_{0,i+1,j} + \bar{w}_{0,i-1,j} + \bar{w}_{0,i,j+1} + \bar{w}_{0,i,j-1}) + 4\bar{w}_{0,i,j}}{\Delta x^4} +$$

$$+ b_2 l^4 \frac{\bar{w}_{0,i,j+2} - 4\bar{w}_{0,i,j+1} + 6\bar{w}_{0,i,j} - 4\bar{w}_{0,i,j-1} + \bar{w}_{0,i,j-2}}{\Delta x^4} = \bar{q} + \frac{a_{55} B_{11}}{10} \bar{h}^2 \{ \bar{\varphi}_{0,i+2,j} - 2\bar{\varphi}_{0,i+1,j} +$$

$$+ 2\bar{\varphi}_{0,i-1,j} - \bar{\varphi}_{0,i-2,j} + b_1 l^2 (\bar{\varphi}_{0,i+1,j+1} - 2\bar{\varphi}_{0,i+1,j} + \bar{\varphi}_{0,i+1,j-1} - \bar{\varphi}_{0,i-1,j+1} + 2\bar{\varphi}_{0,i-1,j} - \bar{\varphi}_{0,i-1,j-1}) +$$

$$+ \bar{a} [b_2 l^3 (\bar{\psi}_{0,i,j+2} - 2\bar{\psi}_{0,i,j+1} + 2\bar{\psi}_{0,i,j-1} - \bar{\psi}_{0,i,j-2}) +$$

$$+ b_1 l (\bar{\psi}_{0,i+1,j+1} - 2\bar{\psi}_{0,i,j+1} + \bar{\psi}_{0,i-1,j+1} - \bar{\psi}_{0,i+1,j-1} + 2\bar{\psi}_{0,i,j-1} - \bar{\psi}_{0,i-1,j-1}) \} / l, \quad (58)$$

где

$$\begin{aligned} \bar{\Phi}_{0,i,j} = & -[\bar{w}_{0,i+2,j} - 2\bar{w}_{0,i+1,j} + 2\bar{w}_{0,i-1,j} - \bar{w}_{0,i-2,j} + \\ & + b_1 l^2 (\bar{w}_{0,i+1,j+1} - 2\bar{w}_{0,i+1,j} + \bar{w}_{0,i+1,j-1} - \bar{w}_{0,i-1,j+1} + 2\bar{w}_{0,i-1,j} - \bar{w}_{0,i-1,j-1})] /; \end{aligned} \quad (59)$$

$$\begin{aligned} \bar{\Psi}_{0,i,j} = & -[b_2 l^3 (\bar{w}_{0,i,j+2} - 2\bar{w}_{0,i,j+1} + 2\bar{w}_{0,i,j-1} - \bar{w}_{0,i,j-2}) + \\ & + b_1 l (\bar{w}_{0,i+1,j+1} - 2\bar{w}_{0,i,j+1} + \bar{w}_{0,i-1,j+1} - \bar{w}_{0,i+1,j-1} + 2\bar{w}_{0,i,j-1} - \bar{w}_{0,i-1,j-1})] /; \end{aligned} \quad (60)$$

Граничные условия для защемленной по контуру пластины имеют вид

$$\begin{cases} \bar{w}(\Gamma) = 0; \\ \frac{\partial \bar{w}}{\partial n}(\Gamma) = 0, \end{cases} \quad (61)$$

где Γ – граница области D ; n – нормаль к Γ .

Запишем конечно-разностный аналог условий (61):

$$\begin{cases} \bar{w}_{0,j} = 0; \bar{w}_{m+1,j} = 0; \bar{w}_{i,0} = 0; \bar{w}_{i,n+1} = 0; \\ \bar{w}_{-1,j} = \bar{w}_{1,j}; \bar{w}_{m+2,j} = \bar{w}_{m,j}; \bar{w}_{i,-1} = \bar{w}_{i,1}; \bar{w}_{i,n+2} = \bar{w}_{i,n}. \end{cases} \quad (62)$$

В выражениях (62) индексы соответствуют дополнительным законтурным точкам, введенным для корректной аппроксимации граничных условий. Для функции \bar{w}_0 принимаются такие же граничные условия, как и для функции \bar{w} .

Таким образом, полученные методом конечных разностей уравнения позволяют определить перемещения произвольной точки кровли монтажного ходка, закрепленного анкерами и рассчитать параметры анкерной крепи, обеспечивающие ее допустимые прогибы.

Выводы и рекомендации.

1. Расчетная схема к определению НДС пород кровли монтажного ходка представляет собой толстую, слоистую анизотропную пластину (плиту) с жестко закрепленными краями, находящуюся под действием нормально распределенной нагрузки.

2. С использованием конечно-разного метода решения уравнений равновесия в перемещениях получены зависимости, описывающие закономерности изменения НДС в кровле монтажного ходка, закрепленного анкерами.

3. Для окончательного решения задачи необходимо получить зависимости для расчета осредненных модулей упругости, сдвига и коэффициентов Пуассона, а также параметры, характеризующих жесткость пластины, входящие в уравнения, а затем определить параметры анкерной крепи, обеспечивающие ее допустимые прогибы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Булат, А.Ф. Опорно-анкерное крепление горных выработок угольных шахт / А.Ф. Булат, В.В.

Виноградов. – Днепропетровск, 2002. – 372 с.

2. Геомеханика взаимодействия анкерной и рамной крепи горных выработок в единой грузонесущей системе: монография / В.И. Бондаренко, Ю.Я. Чередниченко, И.А. Ковалевская и др. – Днепропетровск: Вид ТОВ «ЛізуновПрес», 2010. – 174с.

3. Комиссаров, С.Н. Управление массивом горных пород вокруг очистных выработок / С.Н. Комиссаров. – М.: Недра, 1983. – 237с.

4. Виноградов, В.В. Породно-анкерные элементы конструкций силового опорно-анкерного крепления / В.В. Виноградов, А.П. Круковский // Геотехническая механика: Сб. научн. тр. / НАН Украины ИГТМ. – Днепропетровск, 2011. – № 93. – С. 3-18.

5. Новиков, А.О. Теоретические основы оценки напряженно-деформированного состояния армированного анкерами массива горных пород выработки / А.О.Новиков // Науковий вісник Національного гірничого університету / Національний гірничий університет – Дніпропетровськ, НГУ, 2009.– С. 31-38.

6. Новиков, А.О. О напряженно-деформированном состоянии породного массива с анкерными пороодоармирующими системами / А.О. Новиков // Вісті Донецького гірничого інституту.– Донецьк, 2010.– №1.– С. 117-123.

7. Новиков, А.О. О напряженно-деформированном состоянии системы «рама-оболочка из укрепленных анкерами пород» / А.О. Новиков, И.Н. Шестопалов // Науковий вісник національного гірничого університету. – Дніпропетровськ, 2012. – №6. – С.66-71.

8. Амбарцумян, С. А. Теория анизотропных оболочек/ С.А. Амбарцумян.– М.: Физматлит, 1961.– 384 с.

9. Методы решений краевых задач в горной геомеханике/ И.А.Ефремов, С.Н.Алесандров, И.Ф.Марийчук, С.В.Подкопаев и др.– Донецк: НОУЛИДЖ, 2013.– 261с.

10. Тимошенко, С.П. Пластины и оболочки/ С.П.Тимошенко.– М-Л.: Гостехтеориздат, 1948.– 460 с.

11. Лехницкий, С.Г.Анизотропные пластины/ С.Г.Лехницкий.–М.: Физматлит,1957.– 352 с.

REFERENCES

1. Bulat A.F. and Vinogradov V.V. (2002), *Oporno-ankernoye krepneniye gornikh vyrabotok ugolnikh shakht* [Support-anchor fastening of mining workings of coal mines], Dnepropetrovsk, Ukraine.

2. V.I. Bondarenko V.I., Cherednichenko Yu.A. and Kovalevskaya I.A. (2010), *Geomekhanika vzaimodeystviya ankernoy I ramnoy krepni rornikh vyrabotok v yedinoy gruzonesushchey sisteme:monografiya* [Geomechanics interworking roof bolting and frame lining of workings in integrated support load system: monograph], Dnepropetrovsk, Ukraine.

3. Komissarov S.N. (1983), *Upravleniye massivom gornikh porod vokrug ochistnikh vyrabonok* [Control of rock massif around of productive workings], Nedra, Moscow, SU.

4. Vinogradov V.V. (2011), «Breed-anchor elements of construction support-anchor fastening», *Geo-Technical Mechanics*, no.93, pp. 3-18.

5. Novikov A.O. (2009), «Theoretical basis estimation the tense-deformed state of rock massif, re-enforce anchors around the workings», *Scientific bulletin of National Mining university*, National Mining university, Dnepropetrovsk, pp. 31-38.

6. Novikov A.O. (2010), «About the tense-deformed state of rock massif with anchors rock-re-enforce systems», *Bulletin of Donetsk Mining institute*, no.1, pp. 117-123.

7. Novikov A.O. (2012), «About the tense-deformed state of system «frame-shell from the rock reinforced by anchors», *Scientific bulletin of National Mining university*, National Mining university, Dnepropetrovsk, no.6, pp. 66-71.

8. Ambartsumyan S.A. (1961), *Teoriya anizotropnikh obolochek* [Theory of anisotropic envelopment], Fizmatlit, Moscow, SU.

9. Efremov I.A., Aleksandrov S.N., Mariychuk I.F. and Podkopayev S.V. (2013), *Metody resheniya krayevikh zadach v gornoy geomekhanike* [Methods of design boundary problem in rock geomechanics], NOULIDG, Donetsk, UA.

10. Tymoshenko S.P. (1948), *Plastiny I obolochki* [Plating's and envelopments], Gostexteorizdat, Moscow-Leningrad, SU.

11. Lexnitskiy S.G. (1957), *Anizotropnye plastiny* [The Anisotropic plating's], Fizmatlit, Moscow, SU.

Об авторах

Новиков Александр Олегович – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры «Разработка месторождений полезных ископаемых» Государственного Высшего учебного заведения «Донецкий Национальный технический университет», Донецк, Украина.

Гладкий Станислав Юрьевич – горный инженер, технический директор ООО «DET UA»

About the authors

Novikov Alexander Olegovich - D. Sc (Tech.), Professor, State Higher Educational Institution "Donetsk National Technical University", Donetsk, Ukraine.

Gladkiy Stanyslav Yurievich – Master of Science, Technical director of LCL «DET UA»

Анотація. Вирішення проблеми інтенсифікації очисних робіт нерозривно пов'язане з прискоренням монтажно-демонтажних робіт в лавах, у тому числі і шляхом впровадження передових технологій підтримки виробок анкерним кріпленням. Метою роботи є розкриття закономірностей зміни напружено-деформованого стану закріпленої анкерами безпосередньої покрівлі монтажного ходка при різних параметрах кріплення для забезпечення її стійкого стану. Для цього застосований теоретичний метод дослідження напружено-деформованого стану (ПДВ), використовуваний при рішенні крайових завдань теорії анізотропних пластин. Результатами досліджень є: розроблена розрахункова схема закріпленої анкерами покрівлі монтажного ходка; отримання залежності для визначення її переміщень з урахуванням вантаження, кількості анкерів, геометричних параметрів і граничних умов. Наукова новизна досліджень полягає в тому, що уперше прийнята розрахункова схема покрівлі монтажного ходка у вигляді товстої шаруватої анізотропної пластини (плити) з жорстко закріпленими краями, нормального розподіленого навантаження, що знаходиться під дією; з використанням методу кінцевих різниць вирішено диференційні рівняння рівноваги в переміщеннях та розкриті закономірності напружено-деформованого стану пластини. Практичне значення роботи полягає в тому, що отримані результати досліджень будуть використані при розрахунку параметрів анкерного кріплення, що забезпечує стійкий стан покрівлі монтажного ходка.

Ключові слова: монтажний ходак, покрівля, анкера, розрахункова схема, напружено-деформований стан, переміщення, кінечно-різничний метод.

Abstract. The decision of problem of intensification of coal-face work is indissolubly related to the acceleration of assembling-breaking-down works in longwall face, including by introduction of front-rank technologies of supporting of mine the roof bolting. The aim of work is opening of conformities to law of change of the tensely-deformed state of the direct roof envisaged by anchors in workings at the different parameters of lining for providing of her stable state. The theoretical method of research of the tensely-deformed state, based on the decision of regional tasks of theory of anisotropic half beam, is applied for this purpose. The results of researches it is been: the worked out calculation chart of the roof envisaged by anchors of working; receipt of dependence for determination of her moving taking into account a parameter of anchor lining, geometrical parameters and border terms. The scientific novelty of researches consists of that the calculation chart of roof is first accepted working as thick stratified anisotropic plate (flags) with the hardly envisaged edges, being under an action normal up-diffused loading; with the use of certainly-different method of decision of differential equalization of equilibrium conformities to law of the tensely-deformed state of plate are exposed in moving. The practical value of work consists of that the got results of researches will be drawn on at the calculation of parameters of the roof bolting, providing the stable state of roof of working.

Keywords: set up entry, roof, anchor, calculation chart, tensely-deformed state, displacement, finite-difference method.

Статья поступила в редакцию 19.09.2014

Рекомендовано к печати д-ром техн. наук А.П. Круковским