

УДК 539.3

НАПРУЖЕНИЙ СТАН ЕЛЕКТРОПРОВІДНОЇ КУЛІ ЗА ЕЛЕКТРОМАГНЕТНОЇ ДІЇ З ІМПУЛЬСНИМ МОДУЛЯЦІЙНИМ СИГНАЛОМ

Р. С. МУСІЙ

Національний університет "Львівська політехніка"

Сформульовано динамічну центрально-симетричну задачу термомеханіки для порожнистої електропровідної кулі за однорідної нестационарної електромагнетної дії. З використанням кубічної апроксимації азимутальної компоненти вектора напруженості магнетного поля і радіальної компоненти тензора напружень за радіальною координатою отримано розв'язок задачі і числово досліджено термонапружений стан і несучу здатність неферромагнетних куль за електромагнетної дії в режимі з імпульсним модуляційним сигналом.

Ключові слова: динамічна центрально-симетрична задача термомеханіки, електропровідна куля, електромагнетна дія, імпульсний модуляційний сигнал.

Конструктивним елементом багатьох технічних пристроїв, які зазнають впливу різних фізичних дій, зокрема імпульсного електромагнетного поля (ЕМП) з модуляцією амплітуди [1, 6, 12, 14], є металева куля. Такі імпульсні ЕМП широко використовують у сучасних технологіях імпульсних обробок елементів конструкцій [1]. Імпульсне ЕМП створює в кульових електропровідних елементах нестационарні температурні поля і напруження, які за відповідних параметрів імпульсного ЕМП можуть досягати суттєвих значень, аж до втрати несучої здатності елементів. Наведено [4, 5, 9, 11] результати динамічної поведінки порожнистої кулі за імпульсних силових і теплових дій. Відомі також дослідження термонапруженого стану порожнистої кулі за дії електромагнетного імпульсу [3]. Але не вивчено термонапружений стан порожнистої кулі за дії імпульсних ЕМП з модуляцією амплітуди.

Нижче проаналізовано динамічну центрально-симетричну задачу термомеханіки для порожнистої електропровідної кулі та досліджено її термомеханічну поведінку і несучу здатність за електромагнетної дії в режимі з імпульсним модуляційним сигналом (РІМС).

Постава задачі. Розглянемо електропровідну порожнисту кулю, віднесено до сферичної системи координат (r, φ, θ) , центр якої збігається з центром кулі. Куля знаходиться під дією імпульсного ЕМП в РІМС, заданого на внутрішній $r = r_0$ і зовнішній $r = r_1$ поверхнях кулі значеннями дотичної азимутальної компоненти $H_\varphi(r, t)$ вектора напруженості магнетного поля $\vec{H} = \{0; 0; H_\varphi(r, t)\}$. Куля перебуває в умовах конвективного теплообміну з довкіллям, а її поверхні вільні від силового навантаження. Матеріал кулі однорідний, ізотропний і неферромагнетний, а його фізико-механічні характеристики вважаємо сталими. Імпульсне ЕМП в РІМС зумовлює в кулі джоулеві тепловиділення Q і пондеромоторні сили \vec{F} , які створюють у кулі нестационарне температурне поле T і динамічні напруження σ_{kk} , $k = r, \varphi, \theta$, що можуть досягати суттєвих значень аж до втрати несучої здатності кулі. Згідно з відомою розрахунковою схемою визначення термонапруженого стану електропровідних тіл за дії імпульсних ЕМП [2, 10], на першому етапі визначаємо

Контактна особа: Р. С. МУСІЙ, e-mail: musiy@polynet.lviv.ua

ЕМП в кулі та зумовлені ним джоулеві тепловиділення Q і пондеромоторні сили \vec{F} . Функцію H_φ згідно зі співвідношеннями Максвелла [13] описуємо рівнянням

$$\frac{\partial^2 H_\varphi}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial H_\varphi}{\partial r} - \sigma\mu \frac{\partial H_\varphi}{\partial t} = 0, \quad (1)$$

крайовими умовами

$$H_\varphi(r_0, t) = H_{0\varphi}^-(t), \quad H_\varphi(r_1, t) = H_{0\varphi}^+(t) \quad (2)$$

і початковою при $t = 0$ умовою $H_\varphi(r, 0) = 0$. Тут $H_{0\varphi}^\pm(t)$ – задані функції; t – час; σ – коефіцієнт електропровідності; μ – магнетна проникливість матеріалу кулі. Питомі густини джоулевих тепловиділень $Q(r, t)$ і пондеромоторної сили \vec{F} через функцію $H_\varphi(r, t)$ виразимо формулами [3, 8]

$$Q = \frac{1}{\sigma} \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial r} + \frac{H_\varphi}{r} \right)^2, \quad \vec{F} = \left\{ F_r(r, t) = -\mu \left(\frac{\partial H_\varphi}{\partial r} + \frac{H_\varphi}{r} \right) H_\varphi; 0; 0 \right\}. \quad (3)$$

На другому етапі зі співвідношень динамічної центрально-симетричної задачі термомеханіки для кулі в напруженнях [7, 8] визначаємо температуру та компоненти тензора напружень, які згідно з виразами (3) подаємо у вигляді суми двох складників $T = T^Q + T^F$, $\sigma_{kk} = \sigma_{kk}^Q + \sigma_{kk}^F$.

Складники температури T^Q і напружень σ_{kk}^Q ($k = r, \varphi, \theta$), зумовлені джоулевым теплом, визначимо зі системи рівнянь [8]

$$T^Q = \frac{\kappa}{\lambda} \int_0^t Q(r, t_0) dt_0, \quad \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{4}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \sigma_{rr}^Q = -\frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{2}{r} \frac{\partial T^Q}{\partial r} + \alpha \rho \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 T^Q}{\partial t^2},$$

$$\frac{\partial^2 \sigma_{\varphi\varphi}^Q}{\partial t^2} + \frac{4c_2^2}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \sigma_{\varphi\varphi}^Q = \frac{4c_2^2}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \frac{\partial (r\sigma_{rr}^Q)}{\partial r} + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 \sigma_{rr}^Q}{\partial t^2} - \frac{\alpha E}{1-\nu} \frac{\partial^2 T^Q}{\partial t^2}, \quad \sigma_{\theta\theta}^Q = \sigma_{\varphi\varphi}^Q \quad (4)$$

за початкових при $t = 0$

$$\sigma_{jj}^Q(r, 0) = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{jj}^Q(r, 0)}{\partial t} = -\frac{\alpha E}{1-2\nu} \frac{\partial T^Q}{\partial t} \quad (j = r, \varphi) \quad (5)$$

і крайових (для вільної від зовнішнього силового навантаження кулі) умов

$$\sigma_{rr}^Q(r_0, t) = 0, \quad \sigma_{rr}^Q(r_1, t) = 0. \quad (6)$$

Компоненти σ_{kk}^F ($k = r, \varphi, \theta$) тензора динамічних напружень і температуру T^F , що зумовлені пондеромоторною силою, визначають співвідношення [8]

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{4}{r} \frac{\partial}{\partial r} - \frac{1}{c_1^2 (1+\varepsilon_*)} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) \sigma_{rr}^F = -\frac{2}{1-\nu} \frac{F_r}{r} - \frac{\partial F_r}{\partial r},$$

$$\frac{\partial^2 \sigma_{\varphi\varphi}^F}{\partial t^2} + \frac{4c_2^2}{1-\nu} \cdot \frac{1}{r^2} \sigma_{\varphi\varphi}^F = \frac{2c_2^2}{1-\nu} \cdot \left(\frac{2}{r^2} \frac{\partial (r\sigma_{rr}^F)}{\partial r} + \frac{F_r}{r} \right) + \frac{\nu}{1-\nu} \frac{\partial^2 \sigma_{rr}^F}{\partial t^2},$$

$$\sigma_{\theta\theta}^F = \sigma_{\varphi\varphi}^F, \quad T^F = T_0 - \varepsilon_* \frac{1-2\nu}{\alpha E} \cdot \frac{1-\nu}{1+\nu} \cdot \frac{\sigma_{rr}^F + 2\sigma_{\varphi\varphi}^F}{1+3\varepsilon_* (1-\nu)/(1+\nu)} \quad (7)$$

за початкових

$$\sigma_{rr}^F(r, 0) = 0, \quad \sigma_{\varphi\varphi}^F(r, 0) = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{rr}^F(r, 0)}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{\varphi\varphi}^F(r, 0)}{\partial t} = 0 \quad (8)$$

і крайових

$$\sigma_{rr}^F(r_0, t) = 0, \quad \sigma_{rr}^F(r_1, t) = 0 \quad (9)$$

умов. Тут c_1, c_2 – швидкості пружних хвиль розширення і формозміни; ε^* – параметр, що характеризує зв'язаність полів напружень і температури; α, ν – коефіцієнти лінійного теплового розширення і Пуассона; E – модуль Юнга; ρ – густина матеріалу кулі.

Методика розв'язування крайових задач. Для побудови їх розв'язків ключові функції $\Phi(r, t) = \{H_\varphi, \sigma_{rr}^Q, \sigma_{rr}^F\}$ шукаємо у вигляді кубічних поліномів [2, 3]

$$\Phi(r, t) = \sum_{i=1}^4 a_{i-1}^\Phi(t) r^{i-1}. \quad (10)$$

Коефіцієнти апроксимаційних поліномів (10) визначаємо через граничні значення $\Phi^\pm(t)$ функцій $\Phi(r, t)$ на поверхнях $r = r_0$ і $r = r_1$ кулі та інтегральні характеристики $\Phi_s(t)$ цих функцій за радіальною координатою

$$\Phi_s(t) = \frac{s+2}{r_1^{s+2} - r_0^{s+2}} \int_{r_0}^{r_1} \Phi(r, t) r^{s+1} dr, \quad s = 1, 2. \quad (11)$$

У результаті вихідні початково-крайові задачі на ключові функції зведено до задач Коші на інтегральні характеристики цих функцій.

Розв'язки задачі за електромагнетної дії в РІМС. За однорідної дії в РІМС функції $H_{0\varphi}^\pm(t)$ в крайових умовах (2) мають вигляд $H_{0\varphi}^\pm(t) = H_0 k (e^{-\beta_1 t} - e^{-\beta_2 t}) \times \cos \omega t$. Тут k – нормувальний множник; β_1 і β_2 – параметри, що характеризують часи фронтів наростання і спадання модуляційного імпульсу; H_0 – максимальне значення напруженості магнетного поля, яке виникає за дії в РІМС на поверхнях кулі; ω – кругова частота несучих електромагнетних коливань. За цією методикою для функції $H_\varphi(r, t)$ отримуємо вираз

$$\frac{H_\varphi(r, t)}{H_0} = k \sum_{i=1}^4 \sum_{m=1}^2 \left\langle e^{-\beta_1 t} (A_{1im} \sin \omega t + A_{2im} \cos \omega t) + e^{-\beta_2 t} (A_{3im} \sin \omega t + A_{4im} \cos \omega t) + A_{5im} e^{p_m t} \right\rangle r^{i-1}. \quad (12)$$

Тут $A_{1im} = B_{im} A_{1m}$; $A_{2im} = B_{im} A_{2m}$; $A_{3im} = B_{im} A_{3m}$; $A_{4im} = B_{im} A_{4m}$; $A_{5im} = B_{im} A_{5m}$;

$$A_{1m} = \omega / \left[(\beta_1 + p_m)^2 + \omega^2 \right]; \quad A_{2m} = c_i - (\beta_1 + p_m) / \left[(\beta_1 + p_m)^2 + \omega^2 \right];$$

$$A_{3m} = \omega / \left[(\beta_2 + p_m)^2 + \omega^2 \right]; \quad A_{4m} = c_i + (\beta_2 + p_m) / \left[(\beta_2 + p_m)^2 + \omega^2 \right];$$

$$A_{5m} = (\beta_1 + p_m) / \left[(\beta_1 + p_m)^2 + \omega^2 \right] + (\beta_2 + p_m) / \left[(\beta_2 + p_m)^2 + \omega^2 \right];$$

$$c_i = a_{i-1,3} + a_{i-1,4}; \quad B_{im} = a_{i-1,1} (\Phi_{11}^m + \Phi_{12}^m) + a_{i-1,2} (\Phi_{21}^m + \Phi_{22}^m).$$

За відомого виразу (12) функції $H_\varphi(r, t)$ на основі формул (3) знаходимо питомі густини джоулевих тепловиділень $Q(r, t)$

$$\frac{Q(r, t)}{H_0^2} = \frac{k^2}{\sigma} \sum_{i=2}^4 \sum_{j=2}^4 \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 ij \varphi_{ijmn}(t) r^{i+j-4} \quad (13)$$

і радіальної компоненти $F_r(r, t)$ пондеромоторної сили

$$\frac{F_r(r, t)}{H_0^2} = -k^2 \mu \sum_{i=2}^4 \sum_{j=2}^4 \sum_{m=1}^4 \sum_{n=1}^4 i \varphi_{ijmn}(t) r^{i+j-3}. \quad (14)$$

$$\begin{aligned}
\text{Тут } \varphi_{ijmn}(t) = & D_{1ijmn}e^{-2\beta_1 t} + D_{2ijmn}e^{-(\beta_1+\beta_2)t} + D_{3ijmn}e^{-2\beta_2 t} + D_{4ijmn}e^{(p_m+p_n)t} + \\
& + \sin 2\omega t \left[D_{5ijmn}e^{-2\beta_1 t} + D_{6ijmn}e^{-(\beta_1+\beta_2)t} + D_{7ijmn}e^{-2\beta_2 t} \right] + \\
& + \cos 2\omega t \left[D_{8ijmn}e^{-2\beta_1 t} + D_{9ijmn}e^{-(\beta_1+\beta_2)t} + D_{10ijmn}e^{-2\beta_2 t} \right] + \sin \omega t \left[D_{11ijmn}e^{(p_m-\beta_1)t} + \right. \\
& + D_{12ijmn}e^{(p_m-\beta_2)t} + D_{13ijmn}e^{(p_n-\beta_1)t} + D_{14ijmn}e^{(p_n-\beta_2)t} \left. \right] + \cos \omega t \left[D_{15ijmn}e^{(p_m-\beta_1)t} + \right. \\
& \left. + D_{16ijmn}e^{(p_m-\beta_2)t} + D_{17ijmn}e^{(p_n-\beta_1)t} + D_{18ijmn}e^{(p_n-\beta_2)t} \right]; \\
D_{1ijmn} = & (A_{1im}A_{1jn} + A_{2im}A_{2jn})/2; \quad D_{2ijmn} = (A_{4im}A_{2jn})/2; \quad D_{3ijmn} = (A_{3im}A_{3jn} + \\
& + A_{4im}A_{4jn})/2; \quad D_{4ijmn} = A_{5im}A_{5jn}; \quad D_{5ijmn} = (A_{1im}A_{2jn} + A_{2im}A_{1jn})/2; \\
D_{6ijmn} = & (A_{3im}A_{2jn} + A_{4im}A_{1jn} + A_{1im}A_{4jn} + A_{2im}A_{3jn})/2; \quad D_{7ijmn} = (A_{3im}A_{4jn} + \\
& + A_{4im}A_{3jn})/2; \quad D_{8ijmn} = (A_{2im}A_{2jn} - A_{1im}A_{1jn})/2; \quad D_{9ijmn} = (A_{4im}A_{2jn} - A_{3im}A_{1jn} - \\
& - A_{1im}A_{3jn} + A_{2im}A_{4jn})/2; \quad D_{10ijmn} = (A_{4im}A_{4jn} - A_{3im}A_{3jn})/2; \quad D_{11ijmn} = A_{5im}A_{1jn}; \\
D_{12ijmn} = & A_{5im}A_{3jn}; \quad D_{13ijmn} = A_{1im}A_{5jn}; \quad D_{14ijmn} = A_{3im}A_{5jn}; \quad D_{15ijmn} = A_{5im}A_{2jn}; \\
D_{16ijmn} = & A_{5im}A_{4jn}; \quad D_{17ijmn} = A_{2im}A_{5jn}; \quad D_{18ijmn} = A_{4im}A_{5jn}.
\end{aligned}$$

Вирази $A_{1jm} \div A_{5jn}$ отримуємо з виразів $A_{1im} \div A_{5im}$ заміною індексів i на j та m на n .

За відомим виразом (13) на основі першого співвідношення (4) записуємо вираз складника температури $T^Q(r, t)$

$$\frac{T^Q(r, t)}{H_0^2} = k^2 \frac{\kappa}{\sigma_0 \lambda} \sum_{i=2}^4 \sum_{j=2}^4 \sum_{m=1}^2 \sum_{n=1}^2 (i-1)(j-1) \varphi_{ijmn}^T(t) r^{i+j-4}, \quad (15)$$

$$\text{де } \varphi_{ijmn}^T(t) = \int_0^t \varphi_{ijmn}(t) dt.$$

За знайденими виразами складника температури T^Q і радіальної компоненти F_r пондеромоторної сили (14) на основі співвідношень (4)–(9) записуємо складники напружень σ_{kk}^Q , σ_{kk}^F ($k = r, \varphi, \theta$) і температуру T^F , а також інтенсивності $\sigma_i = \sqrt{(3I_2(\sigma) - I_1^2(\sigma))/2}$ тензора σ сумарних напружень $\sigma_{kk} = \sigma_{kk}^Q + \sigma_{kk}^F$ [9]. Тут $I_j(\sigma)$ ($j = 1, 2$) – j -ий інваріант тензора сумарних напружень.

Числовий аналіз. Числово аналізували термомеханічну поведінку і несучу здатність неферромагнетних (сталь X18H9T, мідь, алюміній) порожнистих куль з радіусами $r_0 = 8$ mm і $r_1 = 10$ mm. Параметри електромагнетної дії в РІМС такі: тривалість модуляційного імпульсу $t_i = 100$ μ s; $\beta_1 = 69000$; $\beta_2 = 2\beta_1$; $\omega = 628$ kHz.

Показано (рис. 1) зміну в часі пондеромоторної сили F_r і складника температури T^Q , а також азимутальних $\sigma_{\varphi\varphi}$ та інтенсивності σ_i сумарних $\sigma_{kk} = \sigma_{kk}^Q + \sigma_{kk}^F$ напружень. Напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ обчислено при $r = r_0$, а напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^F$ при $r = r_1$, де вони є найбільші. Максимальних значень вони досягають на внутрішній поверхні, а мінімальних – на серединній. Значення величин на зовнішній поверхні кулі на 10...15% менші, ніж на внутрішній. Складник температури T^F нехтовний порівняно зі складником T^Q . Інтенсивності сумарних напружень σ_i набувають максимальних значень на поверхнях кулі.

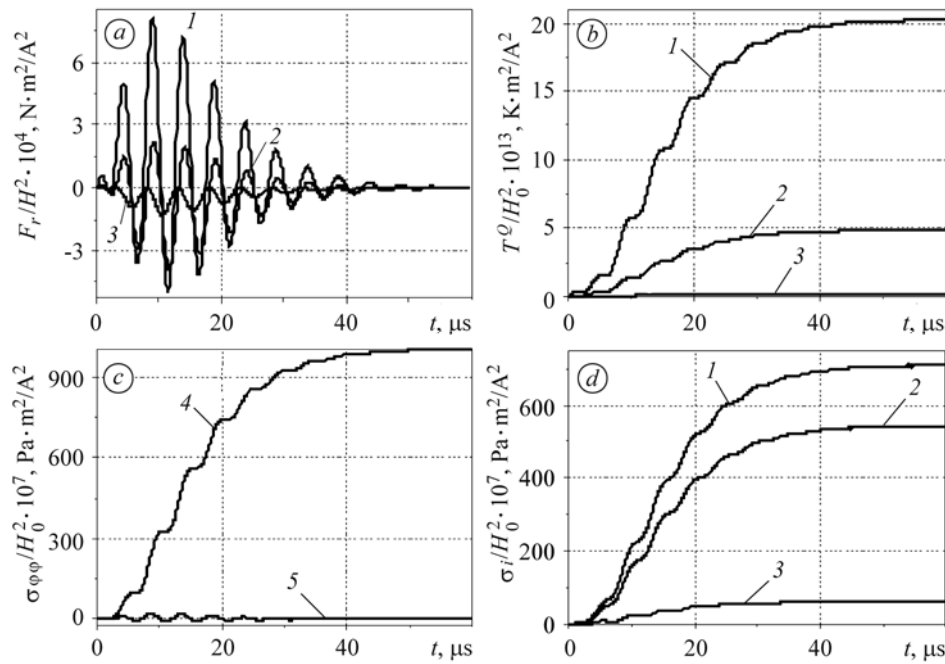


Рис. 1. Зміна в часі пондеромоторної сили F_r (a), складника температури T^Q (b), азимутальних напружень $\sigma_{\varphi\varphi}$ (c) та інтенсивності напружень σ_i (d). Криві 1–3 відповідають значенням $r = r_0; r_0 + h/4; r_0 + h/2$; 4 – напруженню $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$; 5 – $\sigma_{\varphi\varphi}^F$.

Fig. 1. Temporal change of ponderomotive force, F_r , (a), temperature component, T^Q , (b), azimuth stresses, $\sigma_{\varphi\varphi}$, (c) and the intensity of stresses σ_i (d). Curves 1–3 correspond to values $r = r_0; r_0 + h/4; r_0 + h/2$; 4 – to stresses $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$; 5 – to $\sigma_{\varphi\varphi}^F$.

Максимальні розтягальні напруження $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ на два порядки більші, ніж стискальні $\sigma_{\varphi\varphi}^F$, та приблизно у 20 разів перевищують максимальні радіальні розтягальні напруження σ_{rr}^Q . Таким чином, за вибраної частоти ω (поза околom резонансних частот) основний вклад у термонапружений стан кулі за електромагнетної дії в РІМС вносять азимутальні $\sigma_{\varphi\varphi}^Q$ напруження та рівні їм за значенням меридіанні $\sigma_{\theta\theta}^Q$.

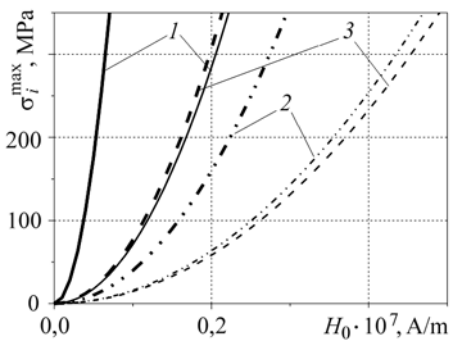


Рис. 2. Залежність інтенсивності сумарних напружень σ_i від величини H_0 в порожнистих кулях за тривалостей модуляційного імпульсу $t_i = 100 \mu\text{s}$ (тонші лінії) та $t_i = 1000 \mu\text{s}$ (грубші): 1 – сталь X18H10T; 2 – мідь; 3 – алюміній.

Fig. 2. Dependence of the intensity of total stresses, σ_i , on H_0 value in hollow spheres under duration of modulation pulse $t_i = 100 \mu\text{s}$ (thin lines) and $t_i = 1000 \mu\text{s}$ (thick): 1 – X18H10T steel; 2 – copper; 3 – aluminium.

Побудовано (рис. 2) залежність максимальних значень інтенсивності напружень σ_i^{\max} від величини H_0 в порожнистих сталевій, мідній та алюмінієвій кулях за частоти $\omega = 628 \text{ kHz}$ та тривалостей модуляційного імпульсу $t_i = 100$ і $1000 \mu\text{s}$. Звідси отримуємо, що межа пружної деформації σ_d (300 МПа – для сталі X18H9T,

70 МПа – для міді, 30 МПа – для алюмінію) за дії в РІМС з даною частотою тривалістю $t_i = 1000 \mu\text{s}$ досягається для сталеві кулі, якщо $H_0 \approx 0,62 \cdot 10^6 \text{ A/m}$, мідної – $H_0 \approx 1,2 \cdot 10^6 \text{ A/m}$, алюмінієвої – $H_0 \approx 0,5 \cdot 10^6 \text{ A/m}$. Отримані залежності можуть бути основою для прогнозування несучої здатності неферромагнетних порожнистих куль за електромагнетної дії в РІМС, коли частота несучих електромагнетних коливань є поза околom резонансних частот.

ВИСНОВКИ

За двосторонньої однорідної електромагнетної дії в РІМС у порожнистій кулі значення пондеромоторної сили і температури максимальні на внутрішній її поверхні $r = r_0$ і перевищують аналогічні на зовнішній $r = r_1$ приблизно на 15...20% за несучих частот поза околom резонансних. Максимальні значення як радіальних, так і азимутальних напружень, зумовлених тепловиділеннями (σ_{rr}^O і $\sigma_{\varphi\varphi}^O$), понад 20 разів більші від аналогічних (σ_{rr}^F і $\sigma_{\varphi\varphi}^F$), спричинених пондеромоторною силою. Інтенсивності сумарних напружень σ_i за відповідних параметрів електромагнетної дії в РІМС можуть досягати межі пружної деформації неферромагнетного матеріалу порожнистої кулі.

РЕЗЮМЕ. Сформулирована динамическая центрально-симметричная задача термомеханики для полого электропроводного шара при однородном нестационарном электромагнитном воздействии. С использованием кубической аппроксимации азимутальной компоненты вектора напряженности магнитного поля и радиальной компоненты тензора напряжений по радиальной координате получено решение задачи и численно исследовано термонапряженное состояние и несущую способность неферромагнитных шаров при электромагнитном воздействии в режиме с импульсным модуляционным сигналом.

SUMMARY. A dynamic central-symmetrical problem of thermomechanics for a hollow electric-conducting sphere under homogeneous electroconductive non-stationary electromagnetic action is formulated. Using a cubic approximation azimuth vector component of magnetic field intensity and radial component of stress tensor on the radial coordinate the problem solution is obtained and the thermal stress state and bearing capacity of non-ferromagnetic spheres under electromagnetic effect with a pulse modulating signal were numerically investigated.

1. Батыгин Ю. В., Лавинский В. И., Хименко Л. Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. – Харьков: МОСТ-Торнадо, 2003. – 288 с.
2. Бурак Я. Й., Гачкевич О. Р., Мусій Р. С. Термопружність електропровідних тіл за умов дії імпульсних електромагнетних полів // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2006. – 49, № 1. – С. 75–84.
3. Гачкевич А. Р., Мусій Р. С., Стацюк Г. Б. Термомеханическое состояние полый электропроводной сферы при импульсном электромагнитном воздействии // Теорет. и прикладная механика. – 2005. – Вып. 40. – С. 9–17.
4. Грибанов В. Ф., Паничкин Н. Г. Связанные и динамические задачи термоупругости. – М.: Машиностроение, 1984. – 184 с.
5. Коваленко А. Д. Основы термоупругости. – К.: Наук. думка, 1970. – 307 с.
6. Кнопфель Г. Сверхсильные импульсные магнитные поля. – М.: Мир, 1972. – 392 с.
7. Мусій Р. С. Ключове рівняння і розв'язок у напруженнях центрально-симетричної динамічної задачі термопружності для сфери // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2002. – 38, № 1. – С. 117–118.
8. Мусій Р. С. Формулювання крайових задач термомеханіки електропровідних тіл канонічної форми // Фіз.-хім. механіка матеріалів. – 2008. – 44, № 5. – С. 126–127.
9. Новацкий В. Теория упругости. – М.: Мир, 1975. – 872 с.
10. Термоупругость электропроводных тел / Я. С. Подстригач, Я. И. Бурак, А. Р. Гачкевич, Л. В. Чернявская. – К.: Наук. думка, 1977. – 247 с.
11. Подстригач Я. С., Коляно Ю. М. Обобщенная термомеханика. – К.: Наук. думка, 1976. – 310 с.
12. Сильные и сверхсильные магнитные поля и их применение / Под ред. Ф. Херлаха. – М.: Мир, 1988. – 456 с.
13. Тамм И. Е. Основы теории электричества. – М.: Наука, 1967. – 787 с.
14. Moon F. O. Problem in magneto-solid mechanics // Mechanics Today. – 1978. – 4. – P. 307–309.

Одержано 09.06.2010