

УДК 539.3

**РОЗРАХУНОК ДЕФОРМОВАНОГО СТАНУ СТІЛЬНИКОВИХ ТРУБ  
У НЕОДНОРІДНОМУ ҐРУНТІ***М. Г. СТАЩУК, М. І. ДОРОШ**Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка НАН України, Львів*

За допомогою рядів Фур'є запропоновано спосіб оцінки деформованого стану стільникової підземної труби з урахуванням змінності коефіцієнта реакції оточувального ґрунту. В результаті у рекурентній формі записані коефіцієнти рядів Фур'є для усереднених компонент вектора переміщень стільникової конструкції. На цій основі розраховано радіальне переміщення полімерної труби уздовж її обода.

**Ключові слова:** полімерна стільникова труба, максимальний прогин, коефіцієнт реакції ґрунту, ряди Фур'є.

Важливість застосувань трубопровідного транспорту з кожним роком стрімко зростає завдяки його продуктивності і економічності. Поряд з традиційними чавунними і сталевими трубами усе частіше використовують полімерні великого і малого діаметрів, надійність яких вища, ніж металевих [1, 2]. При цьому, з одного боку, необхідно економити полімерний матеріал та знизити вартість труб, а з іншого – створити труби з прогнозованою надійністю. Тому останнім часом широко використовують стільникові (пустотілі) поліетиленові труби та ємності зі структурованою будовою стінки. Технологія виробництва тонкостінних конструкційних елементів стільникової структури полягає в неперервному намотуванні на спеціальних пристроях-барабанах звичайних водопровідних поліетиленових трубок діаметром 20...110 mm з їх одночасним екструзійним зварюванням між витками.

Заходи підвищення надійності труб різноманітні: стабілізація несучої здатності; зменшення рівня навантажень під час експлуатації; і, нарешті, створення уточнених методів розрахунку напружено-деформованого стану для конкретних умов їх роботи. Найпоширеніший спосіб відкритого укладання трубопроводів у траншею, де основне навантаження на них створюється від ваги ґрунту засипки (активний тиск). Зазвичай під час розрахунків активний тиск ґрунту приймають як вертикальне навантаження [3, 4]:

$$q = H\rho, \quad (1)$$

де  $H$  – висота від поверхні ґрунту до горизонтального діаметра трубчастого елемента конструкції;  $\rho$  – густина ґрунту.

У результаті труба піддається деформаціям, які залежать від жорсткості конструкції та структури ґрунту. Згідно з працею [5] під час проектування полімерних гнучких трубопроводів укорочення вертикального діаметра не має перевищувати 3% від зовнішнього діаметра конструкції. Тому для розрахунку та проектування підземних гнучких трубопроводів необхідно знати максимальний прогин труби.

Особливістю деформації підземної труби, на відміну від наземної, є те, що вона працює спільно з ґрунтом, який тут відіграє подвійну роль. З одного боку, створює і передає активний тиск  $q$  на трубу; з іншого – є основою, чинячи опір за допомогою реактивного тиску в результаті переміщення труби. Що гнучкіша

труба, то суттєвіший вплив реактивного тиску ґрунту на загальну поведінку конструкції, що є важливим фактором для забезпечення кругової форми стільника.

Найбільш простою та найпоширенішою моделлю взаємодії ґрунту з трубою є модель Фусса–Вінклера [6], згідно з якою ґрунтова основа переміщується тільки в точці прикладення сили. При цьому ґрунт засипки не може сприймати розтягувальне напруження, а отже, на тих ділянках конструкції, які переміщуються від ґрунту, реакція середовища відсутня. Інтенсивність реактивного тиску подають у вигляді компонентів: радіального  $\eta$ , тангенціального  $\eta_2$  та поздовжнього  $\eta_1$ , які пов'язані з переміщеннями серединної поверхні оболонки лінійною залежністю [6]:

$$\eta = \begin{cases} kw, & \text{коли } w \geq 0, \\ 0, & \text{коли } w < 0, \end{cases} \quad \eta_1 = k_1 v \text{ та } \eta_2 = k_2 u, \quad (2)$$

де  $w$ ,  $v$  та  $u$  – відповідно радіальні, тангенціальні та поздовжні переміщення серединної поверхні;  $k$ ,  $k_2$  та  $k_1$  – коефіцієнти реакції ґрунту у відповідних напрямках. У розрахунках вважаємо, що  $k_1$  та  $k_2$  є набагато менші за  $k$ .

Зазвичай, укладаючи трубу в траншею, її оточують ґрунтом зворотної засипки [7], утрамбовуючи його з боків. Також часто умови залягання труби є змінні (щільність, вологість, тип ґрунту, глибина траншеї) [4]. Таким чином, трубу оточує ґрунт, який має відповідно і змінний коефіцієнт реакції по ободу труби. Тому важливо дослідити поведінку стільникових трубних елементів конструкцій у ґрунті зі змінним радіальним коефіцієнтом реакції основи.

Вважаємо, що по довжині стільникової труби навантаження постійне та симетричне відносно вертикальної площини, а труба настільки довга, що поздовжні деформації можна знехтувати. Також допускаємо, що коефіцієнт реакції ґрунту в радіальному напрямку  $k$  змінюється по ободу труби і симетричний відносно вертикальної площини. Визначення деформованого стану такої конструкції зводиться до розв'язання системи диференціальних рівнянь (СДР) [8, 9]

$$\begin{aligned} \frac{B^*}{R^2} \frac{\partial^2 v^*}{\partial \varphi^2} + \frac{B^*}{R^2} \frac{\partial w^*}{\partial \varphi} + \frac{D^*}{R^4} \frac{\partial^2 v^*}{\partial \varphi^2} - \frac{D^*}{R^4} \frac{\partial^3 w^*}{\partial \varphi^3} &= -q_2(\varphi), \\ \frac{D^*}{R^4} \frac{\partial^4 w^*}{\partial \varphi^4} + \frac{B^*}{R^2} w^* - \frac{D^*}{R^4} \frac{\partial^3 v^*}{\partial \varphi^3} + \frac{B^*}{R^2} \frac{\partial v^*}{\partial \varphi} &= q_z(\varphi) - \eta(\varphi), \end{aligned} \quad (3)$$

де  $w^*$ ,  $v^*$  – усереднені по перерізу трубки конструювання радіальні та тангенціальні переміщення;  $R$  – радіус серединної поверхні стільникової труби;  $q_z$  та  $q_2$  – зовнішні навантаження у відповідних напрямках;  $\eta(\varphi)$  – радіальна реакція ґрунту;  $D^*$  та  $B^*$  – відповідно циліндрична жорсткість і жорсткість на розтяг, які визначають співвідношення

$$B^* = \frac{EF}{h(1-\nu^2)}, \quad D^* = \frac{IE}{h(1-\nu^2)}.$$

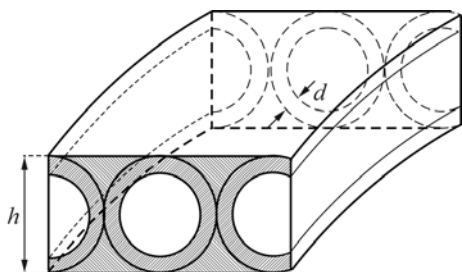


Рис. 1. Схема стінки стільникової оболонки.

Fig. 1. A scheme of a wall of a cellular shell.

Тут  $E$ ,  $\nu$  – модуль Юнга та коефіцієнт Пуассона матеріалу конструкції;  $h$  – діаметр трубки;  $F$  та  $I$  – відповідно площа та момент інерції перерізу трубки-стілки труби з урахуванням зварного шва. Для профілю стінки стільникової оболонки (рис. 1) жорсткості  $D^*$  та  $B^*$  перепишемо у вигляді

$$D^* = \frac{h^3 E}{12(1-\nu^2)} \left[ 1 - 3\pi \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{SDR} \right)^4 \right],$$

$$B^* = \frac{hE}{1-\nu^2} \left[ 1 - \pi \left( \frac{1}{2} - \frac{1}{SDR} \right)^2 \right],$$

де  $SDR = h/d$  – стандартна величина [5], що є основною конструкційною характеристикою труб;  $d$  – товщина трубки. Зазвичай для трубок, з яких формують стінку стільникових конструкцій, приймають  $SDR = 9; 10; 11$ . На основі першого співвідношення (2) допускаємо, що радіальна реакція ґрунту засипки

$$\eta(\varphi) = \tilde{k}(\varphi)w^*(\varphi); \quad \tilde{k}(\varphi) = \begin{cases} k(\varphi), & \text{коли } w^*(\varphi) \geq 0, \\ 0, & \text{коли } w^*(\varphi) < 0. \end{cases} \quad (4)$$

СДР (3) розв'язуємо методом послідовних наближень, де складник  $\eta(\varphi)$  на  $i$ -му кроці ітерації подамо у вигляді

$$\eta^i(\varphi) = Kw^{*i}(\varphi) - (K - \tilde{k}(\varphi))w^{*i-1}(\varphi). \quad (5)$$

Тут  $K = \max_{\varphi} k(\varphi)$ ;  $w^{*i-1}(\varphi)$  – розв'язок СДР (3) на  $(i-1)$ -му кроці,  $w^{*0}(\varphi) = 0$ .

На кожному  $i$ -му кроці розв'язок СДР (3) будуємо у вигляді тригонометричних рядів Фур'є [10], де усереднені компоненти переміщень  $w^*$ ,  $v^*$  та зовнішнє навантаження  $q_z, q_2$  шукаємо за співвідношеннями

$$w^{*i}(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} C_n^i \cos n\varphi, \quad v^{*i}(\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty} B_n^i \sin n\varphi, \quad (6)$$

$$q_z = \begin{cases} -q \cos \varphi, & \varphi \in [-\pi/2, \pi/2] \\ 0, & \varphi \in [\pi/2, 3\pi/2] \end{cases} = \sum_{n=0}^{\infty} q_{zn} \cos n\varphi, \quad (7)$$

$$q_2 = \begin{cases} q \sin \varphi, & \varphi \in [-\pi/2, \pi/2] \\ 0, & \varphi \in [\pi/2, 3\pi/2] \end{cases} = \sum_{n=1}^{\infty} q_{2n} \sin n\varphi.$$

Тут  $q_{zn} = -\frac{a_n}{\pi} \frac{2q \cos(\pi n/2)}{n^2 - 1}$ ;  $a_0 = 1/2$ ;  $a_{n \neq 0} = 1$ ;  $q_{z1} = -\frac{q}{2}$ ;  $q_{2n} = -nq_{zn}$ .

Другий доданок складника  $\eta^i(\varphi)$ , що задає рівність (5), розвинуто у ряд

$$(K - \tilde{k}(\varphi))w^{*i-1}(\varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \gamma_n^i \cos n\varphi, \quad (8)$$

де  $\gamma_n^i = \frac{a_n}{\pi} \int_0^{2\pi} (K - \tilde{k}(\varphi)) \left( \sum_{j=0}^{\infty} C_j^{i-1} \cos j\varphi \right) \cos n\varphi d\varphi$ . Інтеграл у співвідношеннях (8)

обчислюємо за допомогою квадратурних формул Гауса [11].

Підставляючи розвинення (6)–(8) у СДР (3) для  $i$ -го кроку ітерації, отримуємо коефіцієнти розвинення (6) в явному вигляді:

$$C_n^i = \frac{R^2}{n} \frac{n(R^2 B^* + D^*)(q_{zn} + \gamma_n^i) - (R^2 B^* + D^* n^2)q_{2n}}{R^2 D^* K + R^4 B^* K + D^* B^* (n^2 - 1)^2},$$

$$B_n^i = \frac{R^2}{n^2} \frac{n(-R^2 B^* - D^* n^2)(q_{zn} + \gamma_n^i) + (R^2 B^* + D^* n^4 + R^4 K)q_{2n}}{R^2 D^* K + R^4 B^* K + D^* B^* (n^2 - 1)^2}. \quad (9)$$

**Числові результати.** На основі рекурентних формул (9) виконано числовий розрахунок деформованого стану стільникової труби радіуса  $R = 1$  м. Для трубок, з яких формували трубу, приймали  $SDR = 10$ ,  $h = 0,07$  м,  $E = 850$  МПа,  $\nu = 0,3$ ; для ґрунту –  $H = 1,5$  м та  $\rho = 1800$  кг/м<sup>3</sup>.

Під час розв'язання СДР (3) співвідношення (4) взято у вигляді

$$\tilde{k}(\varphi) = \begin{cases} k(\varphi), & \text{коли } \varphi \in [\pi/3 \dots 5\pi/3], \\ 0, & \text{коли } \varphi \in [0 \dots \pi/3] \cup [5\pi/3 \dots 2\pi]. \end{cases}$$

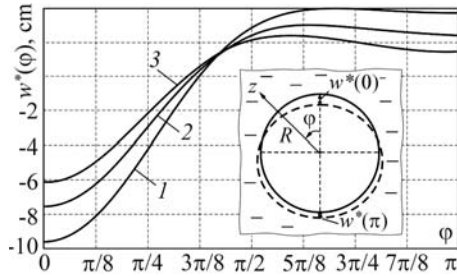


Рис. 2. Зміна усередненого радіального переміщення  $w^*(\varphi)$  по ободу труби:

$$1 - k(\varphi) = k_0; \quad 2 - k_0 + c(\pi - |\varphi - \pi|); \\ 3 - k_0 + c(\pi^2 - (\varphi - \pi)^2).$$

Fig. 2. Change of average radial motion  $w^*(\varphi)$  along a pipe contour: 1 -  $k(\varphi) = k_0$ ;

$$2 - k_0 + c(\pi - |\varphi - \pi|); \quad 3 - k_0 + c(\pi^2 - (\varphi - \pi)^2).$$

2 - жорсткіший грунт; 3 - м'який грунт. Її можна використати також для відповідних розрахунків, що враховують залежність коефіцієнта реакції ґрунту від компонент вектора переміщень труби.

**РЕЗЮМЕ.** С помощью рядов Фурье предложен способ оценки деформированного состояния сотовой подземной трубы с учетом изменяемости коэффициента реакции окружающей почвы. В рекуррентной форме записаны коэффициенты рядов Фурье для усредненных компонент вектора перемещений сотовой конструкции. На этой основе рассчитано радиальное перемещение полимерной трубы вдоль ее обода.

**SUMMARY.** By means of Fourier series the method for estimation of the deformed state of a cellular underground pipe with account of the change of the surrounding soil reaction coefficient is proposed. As a result the Fourier series coefficients are written in a recurrent form for an averaged component of a vector of motion of a cellular structure. On this basis the radial motion of a polymeric pipe along its contour is calculated.

1. Гвоздев И., Швабауэр В. Производство труб большого диаметра из полиэтилена // Полимерные трубы. – 2004. – № 1. – С. 2–5.
2. Сезонов М. Украинский рынок полимерных труб для наружных сетей // Там же. – 2008. – № 4. – С. 36–40.
3. Клейн Г. К. Расчет подземных трубопроводов. – М.: Изд-во лит. по строительству, 1969. – 240 с.
4. Клейн Г. К. Строительная механика сыпучих тел. – М.: Стройиздат, 1977. – 256 с.
5. Швабауэр В. В., Гвоздев И. В. Расчет подземного трубопровода из термопластов // Полимерные трубы. – 2007. – № 3. – С. 52–56.
6. Власов В. З., Леонтьев Н. Н. Балки, плиты и оболочки на упругом основании. – М.: Стройиздат, 1960. – 374 с.
7. СП 40-102-2000. Проектирование и монтаж трубопроводов систем водоснабжения и канализации из полимерных материалов, 2000. – 27 с.
8. Стацук М. Г., Дорош М. І. Визначення деформованого стану підкріпленого стільникового трубопроводу // Тези Міжнар. конф. "Сучасні проблеми механіки та математики", 28 травня 2008 р. – Львів, 2008. – Т. 2. – С. 239–241.
9. Максимук О. В., Стацук М. Г., Дорош М. І. Розрахунок стільникового полімерного трубопроводу, підкріпленого періодичною системою пружних шпангоутів // Мат. методи та фіз.-мех. поля. – 2009. – № 2. – С. 135–143.
10. Тимошенко С. П., Войновский-Кригер С. П. Пластины и оболочки. – М.: Наука, 1966. – 625 с.
11. Бахвалов Н. С. Численные методы. – М.: Наука, 1975. – 638 с.

Одержано 05.05.2010