

Взаимодействие квантовой холловской системы с волноводными упругими модами

Д. В. Филь

Институт монокристаллов НАН Украины, Украина, 310001, г. Харьков, пр. Ленина, 60
E-mail: fil@isc.kharkov.com

Статья поступила в редакцию 23 ноября 1998 г.

Рассмотрено взаимодействие неоднородных плоских упругих мод волноводного типа с монослойными и двухслойными квантовыми холловскими системами. Показано, что в отличие от случая распространения поверхностных акустических волн для волноводных мод отсутствует ограничение на максимальные значения волновых векторов, при которых величина сдвига фазовой скорости волны экспериментально наблюдаема. При исследовании дробных несжимаемых холловских состояний эффект может быть использован для измерения зависимости эффективной магнитной длины от фактора заполнения и наблюдения фазовых переходов в двухслойных системах при вариации расстояния между слоями.

Розглянуто взаємодію неоднорідних плоских пружних мод хвилеводного типу з моношаровими та двошаровими квантовими холівськими системами. Показано, що на відміну від випадку поширення поверхневих акустичних хвиль для хвилеводних мод відсутні обмеження на максимальне значення хвильових векторів, при яких величина зсуву фазової швидкості хвилі може бути експериментально спостережено. При дослідженні дробових нестисливих холівських станів ефект може бути використано для вимірювання залежності ефективною магнітної довжини від фактора заповнення та спостереження фазових переходів у двошарових системах при варіації відстані між шарами.

PACS: 71.10.Pm, 63.20.Ls, **63.22.+m**

1. Введение

В последнее время взаимодействие поверхностных акустических волн (ПАВ) с квантовой холловской системой интенсивно изучается как экспериментально [1–5], так и теоретически [6–12]. Измерения скорости и затухания ПАВ являются непрямым методом наблюдения динамической проводимости электронного газа. Сравнение полученных этим методом экспериментальных данных с теоретическими зависимостями позволяет провести детальную проверку соответствующих теоретических моделей. В частности, именно эксперименты по распространению ПАВ, наряду с наблюдением эффекта магнитной фокусировки [13,14] и измерениями температурной зависимости статической проводимости [15–17], рассматриваются в настоящее время в качестве доказательства применимости модели композитных фермионов [6,18,19] для описания дробного квантового эффекта Холла.

Поскольку ПАВ локализована на поверхности образца, а двумерный электронный слой расположен на некотором расстоянии d от поверхности (характерные значения $d = 10^3\text{--}5\cdot 10^3 \text{ \AA}$), применение метода ПАВ для измерения импульсной зависимости проводимости электронной подсистемы ограничено волновыми векторами $q \lesssim q_0 \sim d^{-1}$. Выход за границу этого диапазона особенно актуален при исследовании динамических характеристик дробных несжимаемых состояний.

Как показано в работе [20], взаимодействие двумерной электронной системы, находящейся в режиме дробного квантового эффекта Холла, с акустическими фононами приводит к заметной перенормировке фазовой скорости (Δv) последних при конечных волновых векторах. Согласно [20], зависимость $\Delta v(q)$ имеет осцилляционный характер с масштабом осцилляций $\sim \lambda_{\text{eff}}^{-1}$, где λ_{eff} — эффективная магнитная длина в модели композитных фермионов. Следовательно, измерение $\Delta v(q)$ может являться одним из способов непрямого экспериментального наблюдения зависимости

λ_{eff} от фактора заполнения ν . Кроме того, как показано в [21], измерения Δv при конечных q могут быть использованы в качестве метода регистрации фазовых переходов между дробными состояниями с различными квантовыми числами в двухслойных квантовых холловских системах при вариации расстояния между слоями. (Здесь и ниже речь идет об обобщенных лафлиновских состояниях, которые отвечают волновой функции Гальперина [22]. Описание таких состояний в двухслойных системах в рамках подхода композитных фермионов, которого мы придерживаемся в настоящей работе, было развито Лопез и Фрадкниным [23].)

Численные оценки, приведенные в работах [20,21], отвечают случаю объемной акустической волны, распространяющейся в сверхрешетке двумерных электронных слоев. Для проведения измерений на одном слое (либо двойной системе слоев) при достаточно больших q требуется геометрия эксперимента, при которой упругая волна локализована вблизи электронного слоя, а не на поверхности образца, как в случае ПАВ. Такая ситуация возможна в слоистых упругих средах, в которых упругая мода (моды) может локализоваться в слое материала, отличного по своим акустическим свойствам от берегов (это есть частный случай волноводного распространения волн; см. [24]). В настоящей работе мы рассматриваем взаимодействие квантовой холловской системы с неоднородными плоскими поперечными упругими модами, распространяющимися в такой среде. Волновые векторы и векторы поляризации упругих мод лежат в плоскости, параллельной границе раздела сред. Скорость поперечного звука в слое предполагается меньшей, чем в берегах, что является необходимым условием локализации таких волн. Взаимодействие упругой моды с двумерным электронным слоем идет по пьезоэлектрическому механизму.

Гетероструктуры $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}-\text{GaAs}$, которые используются для создания двухслойных холловских систем, фактически представляют собой готовую упругую среду с требуемыми свойствами. Так, в работах [25,26] были использованы структуры А-В-А-В-А (двойная квантовая яма) и А-В-А, где А — $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}$, В — GaAs. Эти структуры с учетом характерных значений волновых векторов, рассматриваемых ниже, и конкретных толщин слоев в [25,26] по своим акустическим свойствам приближенно соответствуют модели, в которой массивный образец AlGaAs содержит слой чистого GaAs, поперечная скорость звука в котором ниже, чем в AlGaAs. В такой системе,

как следует из дальнейшего рассмотрения, величина перенормировки скорости упругой моды, локализованной в слое GaAs, имеет измеримую величину, несмотря на достаточно малую неоднородность упругих свойств системы. Величина эффекта может быть увеличена при использовании структур с большей акустической неоднородностью. В качестве возможной структуры мы предлагаем систему, в которой гетероструктура AlGaAs-GaAs, содержащая двумерный электронный слой, помещается в объемной матрице материала, имеющего существенно большую скорость поперечного звука. В такой системе величина Δv может быть на порядок больше, чем в предыдущем случае.

2. Матричные элементы взаимодействия

Рассмотрение начнем с общих формул, описывающих перенормировку фазовой скорости акустических фононов (v), взаимодействующих с электронами. Гамильтониан фононов запишем в виде

$$H_{\text{ph}} = \sum_{\mathbf{q}} \omega_{\mathbf{q}} (b_{\mathbf{q}}^{\dagger} b_{\mathbf{q}} + 1/2), \quad (1)$$

где $\omega_{\mathbf{q}} = vq$ — спектр фононов; $b^{\dagger}(b)$ — операторы рождения (уничтожения) фононов. Гамильтониан электрон-фононного взаимодействия выберем в форме

$$H_{\text{int}} = \frac{1}{\sqrt{S}} \sum_{\mathbf{q}, k} \int d^2r g_{qk} \Psi_{\mathbf{r}k}^{\dagger} \Psi_{\mathbf{r}k} e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} (b_{\mathbf{q}} + b_{-\mathbf{q}}^{\dagger}), \quad (2)$$

где $\Psi^{\dagger}(\Psi)$ — операторы рождения (уничтожения) электронов; k — номер электронного слоя; S — площадь слоя; g — матричные элементы взаимодействия; векторы \mathbf{q} и \mathbf{r} лежат в плоскости слоя.

При таком выборе H_{ph} и H_{int} величина Δv определяется формулой

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{vq} \sum_{k, k'} g_{qk}^* g_{qk'} D_{kk'}(q, vq), \quad (3)$$

где $D(q, \omega)$ — функции отклика плотность-плотность электронов. Переход к модели композитных фермионов осуществляется введением дополнительного статистического взаимодействия между электронами, что приводит к соответствующей модификации функций D , входящих в (3).

Вычислим матричные элементы g_{qk} . Будем использовать подход [7]. Пьезоэлектрическое взаимодействие упругой волны с электронами определяется гамильтонианом

$$H = \sum_k \int d^2r e\phi_{rk} \Psi_{rk}^+ \Psi_{rk}, \quad (4)$$

где ϕ — скалярный потенциал электрического поля, генерируемого упругой модой (в соответствии с теорией линейного отклика ϕ в (4) есть внешний потенциал, т.е. его величина вычисляется в пренебрежении влиянием электронной подсистемы).

Будем использовать малость константы пьезоэлектрического взаимодействия. (Конкретный вид малого параметра, по которому делается разложение, приведен ниже.) Решим вначале упругую задачу в пренебрежении пьезоэлектрическим взаимодействием. Направим ось x вдоль q , ось z перпендикулярно границам раздела упругих сред. Начало координат выберем таким образом, чтобы координаты границ раздела $z_b = \pm a$. Пусть скорость поперечного звука в слое ($|z| < a$) равна c_l , а в берегах ($|z| > a$) — c_b ($c_b > c_l$). Для определенности будем считать, что обе упругие среды имеют кубическую симметрию и равные упругие модули c_{44} , а различие c_l , c_b определяется различием плотностей ρ (такое соотношение параметров приближенно соответствует параметрам AlGaAs и GaAs). Кристаллографические оси системы направим вдоль осей координат.

Рассмотрим поперечную волну с вектором смещения, направленным вдоль оси y . Волновое уравнение для фурье-компоненты $u_y(q, z, \omega) = u$ имеет вид

$$\frac{\partial^2 u}{\partial z^2} - (c_{l(b)}^2 q^2 - \omega^2)u = 0. \quad (5)$$

Граничные условия есть требование непрерывности $u(z)$ и $\partial u(z)/\partial z$ на границах раздела и зануления u при $z \rightarrow \pm \infty$ (рассматривается локализованная волна). Решение (5) с такими граничными условиями дает

$$u_e(q, z) = A_q^e \begin{cases} \cos(\eta qa) e^{-\lambda q(|z|-a)} & |z| \geq a \\ \cos(\eta qz) & |z| \leq a \end{cases} \quad (6)$$

(четная мода),

$$u_o(q, z) = A_q^o \begin{cases} \sin(\eta qa) e^{-\lambda q(z-a)} & z \geq a \\ \sin(\eta qz) & |z| \leq a \\ -\sin(\eta qa) e^{\lambda q(z+a)} & z \leq -a \end{cases} \quad (7)$$

(нечетная мода). В (6), (7) $\lambda = \sqrt{1 - v^2/c_b^2}$, $\eta = \sqrt{v^2/c_l^2 - 1}$. Скорость v в случае четного решения определяется уравнением

$$\text{tg}(\eta qa) = \lambda/\eta, \quad (8)$$

а в случае нечетного решения —

$$\text{ctg}(\eta qa) = -\lambda/\eta. \quad (9)$$

При $q < \pi/(2a\sqrt{c_b^2/c_l^2 - 1})$ имеется лишь одна (четная) мода. Возрастание q приводит к появлению дополнительных решений уравнений (8), (9) (волноводные моды).

Запишем поперечную компоненту вектора смещения в терминах операторов b

$$u_{e(o)}(\mathbf{r}, z) = \sum_{\mathbf{q}} u_{e(o)}(q, z) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}}(b_{\mathbf{q}} + b_{-\mathbf{q}}^+) \quad (10)$$

и подставим ее в выражение для энергии упругих колебаний

$$E_u = \frac{1}{2} \int d^2r dz \left\{ \rho(z) \left(\frac{\partial u}{\partial t} \right)^2 + c_{44} \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial u}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}. \quad (11)$$

Приравнявая (11) (с подстановкой (10)) и (1), находим значение нормировочного множителя

$$A_q^e = A_q^o = \frac{1}{\alpha} \sqrt{v/2Sc_{44}}, \quad (12)$$

где $\alpha = [qa(1 + \eta^2) + 1/\lambda]^{1/2}$.

Скалярный потенциал определяется решением уравнения Пуассона

$$\Delta\phi = -\frac{4\pi}{\epsilon} \beta_{i,jm} \frac{\partial^2 u_m}{\partial x_i \partial x_j}, \quad (13)$$

где ϵ — диэлектрическая константа; $\beta_{i,jm}$ — пьезоэлектрический тензор. В кристаллах кубической симметрии отличные от нуля компоненты тензора $\beta_{i,jm}$ ($i \neq j \neq m$) имеют одинаковую величину (обозначим ее β).

Решение (13) с учетом (10), (12) можно записать в виде

$$\phi_{rz} = i\chi \sqrt{2\pi v/S\epsilon} \sum_{\mathbf{q}} \gamma_{\mathbf{q}}(z) e^{i\mathbf{q}\mathbf{r}} (b_{\mathbf{q}} + b_{-\mathbf{q}}^+), \quad (14)$$

где $\chi = \beta \sqrt{16\pi/\epsilon c_{44}}$ — безразмерный параметр пьезоэлектрического взаимодействия (величина χ является малым параметром приведенного выше вывода); $\gamma_{\mathbf{q}}$ — структурная функция, определяемая граничными условиями на ϕ и типом упругой моды. Сравнивая (2), (4), (14), имеем

$$g_{qk} = i \sqrt{2\pi/\epsilon} e v^{1/2} \chi \gamma_{\mathbf{q}}(z_k), \quad (15)$$

где z_k — координата двумерного электронного слоя. Значения $\gamma_{\mathbf{q}}(z_k)$ будут приведены в четвертом разделе при анализе конкретных структур.

3. Функции отклика в модели композитных фермионов

Приведем схему вычисления функций отклика D в модели композитных фермионов. Рассмотрим для определенности монослойную систему. В приближении хаотических фаз имеем

$$D = (1 - D_0 V)^{-1} D_0, \quad (16)$$

где $V = 2\pi e^2 / \epsilon q$ — фурье-компонента кулоновского потенциала, а D_0 связана с поляризационным оператором электромагнитного поля $\Pi_{\mu\nu}$ соотношением

$$D_0 = - (1/e^2) \Pi_{00}. \quad (17)$$

$$L = \Psi^* \left(i\partial_t + \mu_F - a_0 - eA_0 - \frac{1}{2m^*} (i\nabla_i + a_i + eA_i + b_i)^2 \right) \Psi + \frac{1}{4\pi\psi} a_0 \epsilon_{ij} \partial_i a_j + \frac{1}{2} \xi b_i^2, \quad (18)$$

где a_μ — потенциал калибровочного поля Черна — Саймонса; A_μ — потенциал электромагнитного поля; ϵ_{ij} — антисимметричный единичный тензор; μ_F — энергия Ферми; ψ — параметр модели, соответствующий числу квантов потока калибровочного поля, переносимых композитной квазичастицей (ψ — четное); b_i — дополнительное поле, которое введено для моделирования фермижидкостного взаимодействия; индексы i, j принимают значения x, y . В (18) использована поперечная калибровка для поля a .

Для определения величины ξ потребуем, чтобы лагранжиан (18) давал значение тока, удовлетворяющее требованию галиллеевой инвариантности [28]:

$$\left\langle \frac{\delta L}{\delta A_i} \right\rangle = \langle j_i \rangle - \frac{en_0}{m^*} \langle b_i \rangle = \frac{m^*}{m_b} \langle j_i \rangle, \quad (19)$$

где $j_i = -(e/m^*)\Psi^*(i\nabla_i + a_i + eA_i)\Psi$; n_0 — средняя концентрация электронов. Среднее значение поля b определяется из условия стационарности лагранжиана

$$\left\langle \frac{\delta L}{\delta b_i} \right\rangle = 0 = \frac{1}{e} \langle j_i \rangle - \frac{n_0}{m^*} \langle b_i \rangle + \xi \langle b_i \rangle. \quad (20)$$

Условие совместности (19) и (20) дает $\xi = \frac{n_0}{m^* - m_b}$.

Условие стационарности L относительно флуктуации a_0 дает значение эффективного магнитного поля $B_{\text{eff}} = B(1 - v\psi)$ (B — внешнее магнитное поле), которое для факторов заполнения $\nu_f =$

Для вычисления Π_{00} используем подход, который является лагранжевой формулировкой модифицированного приближения хаотических фаз для композитных фермионов [27]. Суть приближения [27] заключается в учете фермижидкостного взаимодействия с константой F_1 [28], определяемой эффективной массой композитных фермионов m^* и зонной массой электронов m_b . Как показано в [27], учет этого взаимодействия позволяет построить функции отклика, удовлетворяющие правилу f -сумм.

Запишем лагранжиан системы в следующем виде:

$= N/(N\psi \pm 1)$ (N — целое) равно $B_{\text{eff}}^f = \pm n_0 \Phi_0 / N$, где Φ_0 — квант потока магнитного поля. Поле B_{eff}^f соответствует целому числу N заполненных уровней Ландау в эффективном магнитном поле, откуда видно, что факторы заполнения ν_f отвечают несжимаемым состояниям. Поле B_{eff}^f определяет эффективную циклотронную частоту $\omega_{ce} = 2\pi n_0 / m^* N$ и эффективную магнитную длину $\lambda_{\text{eff}} = (N/2\pi n_0)^{1/2}$.

Для определения величины Π_{00} найдем квадратичную по A часть эффективного действия электромагнитного поля. Для ее вычисления выполним функциональное интегрирование по полям Ψ , а затем функциональное интегрирование по полям a и b (в окрестности седловой точки) в выражении для статистической суммы системы, определяемой лагранжианом (18). Опуская промежуточные выкладки, приведем конечные ответы при $T = 0$:

$$\Pi_{00} = - \frac{e^2 q^2}{2\pi\omega_{ce}} \frac{S_0}{\Delta_1}, \quad (21)$$

где

$$S_0 = \Sigma_0 - p \left(\Sigma_0(\Sigma_2 + N) - \Sigma_1^2 \right), \quad (22)$$

$$\Delta_1 = (1 - \psi \Sigma_1)^2 - \psi^2 \Sigma_0(\Sigma_2 + N) - pF, \quad (23)$$

$$F = \Sigma_2 + N + (\omega/\omega_{ce})^2 S_0 \quad (24)$$

с $p = (m^* - m_b)/m^* N$,

$$\Sigma_j = [\text{sgn}(B_{\text{eff}})]^j e^{-x} \sum_{n=0}^{N-1} \sum_{m=N}^{\infty} \frac{n!}{m!} \frac{x^{m-n-1}(m-n)}{(\omega/\omega_{ce})^2 - (m-n)^2} \left[L_n^{m-n}(x) \right]^{2-j} \left[(m-n-x) L_n^{m-n}(x) + 2x \frac{dL_n^{m-n}(x)}{dx} \right]^j. \quad (25)$$

В (25) $x = (q\lambda_{\text{eff}})^2/2$; $L_n^{m-n}(x)$ — обобщенный полином Лагерра.

С учетом (15)–(17), (21) выражение (3) преобразуется к виду

$$\frac{\Delta v}{v} = \chi^2 \gamma_q^2(z_1) \frac{f_q S_0}{\Delta_1 - f_q S_0}, \quad (26)$$

где $f_q = e^2 q / \epsilon \omega_{ce}$.

Для случая двухслойной холловской системы выполняется аналогичная процедура. При этом вводятся два типа полей Черна–Саймонса и два типа фермионных полей (отвечающих двум электронным слоям). Нетривиальным обобщением модели является включение в свободный лагранжиан полей Черна–Саймонса недиагональных по слоям слагаемых:

$$L_{CS} = \frac{1}{4\pi} \epsilon_{ij} a_{0k} M_{kk'} \partial_i a_{jk'} \quad (27)$$

с

$$M = \frac{1}{\psi^2 - s^2} \begin{pmatrix} \psi & -s \\ -s & \psi \end{pmatrix}, \quad (28)$$

где s (целое) соответствует числу квантов потока сорта 1, переносимого квазичастицей сорта 2, и наоборот (в системе имеется межслойное статистическое взаимодействие). Здесь мы рассматриваем систему двух эквивалентных слоев. При $\psi = s$ в качестве переменной интегрирования рассматривается лишь симметричная по слоям комбинация полей $a_{\mu k}$, так как флуктуации антифазных по слоям колебаний полей a отсутствуют.

Несжимаемым состояниям в двухслойной системе соответствуют факторы заполнения

$$\nu_f = \frac{N}{N(\psi + s) \pm 1} \quad (29)$$

(в пересчете на один слой). Выражения для остальных параметров (B_{eff}^f , ω_{ce} , λ_{eff}^f) совпадают с приведенными ранее. Уравнение (16) приобретает матричную форму с

$$V = \frac{2\pi e^2}{\epsilon q} \begin{pmatrix} 1 & e^{-qd_0} \\ e^{-qd_0} & 1 \end{pmatrix}, \quad (30)$$

где d_0 — расстояние между слоями.

В результате для двухслойной холловской системы для перенормировки скорости имеем выражение

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{1}{2} \chi^2 S_0 f_q \left(\frac{|\gamma_q(z_1) + \gamma_q(z_2)|^2}{\Delta_+ - f_q E_+ S_0} + \frac{|\gamma_q(z_1) - \gamma_q(z_2)|^2}{\Delta_- - f_q E_- S_0} \right), \quad (31)$$

где

$$E_{\pm} = 1 \pm \exp(-qd_0); \quad (32)$$

$$\Delta_{\pm} = [1 - (\psi \pm s) \Sigma_1]^2 - (\psi \pm s)^2 \Sigma_0 (\Sigma_2 + N) - pF.$$

Фаза, в которой находится двухслойная система, определяется квантовыми числами ψ и s . Согласно (29), одному и тому же ν могут соответствовать различные наборы ψ и s , т.е. различные фазы. Если корреляция между слоями слабая (при больших d_0), то реализуется фаза с $s = 0$. При уменьшении d_0 возможен переход в фазу с $s \neq 0$ (см., например, [29]). При таком фазовом переходе, в общем случае, меняется значение выражения (31), т.е. имеет место скачок фазовой скорости.

4. Перенормировка скорости упругой моды

Формулы (26), (31) дают величину Δv относительно фазовой скорости волны в системе, в которой электронный слой (слои) отсутствует. В экспериментах электронные слои из системы не удаляются, а в качестве точки отсчета используют значение скорости в нулевом магнитном поле. В этом случае для сравнения экспериментальных данных с теорией, вообще говоря, требуется знание величины $\sigma_{xx}(q, \omega)$ (продольная компонента тензора проводимости) в нулевом магнитном поле. Обычно полагают $\sigma_{xx} \rightarrow \infty$ при $B = 0$. В данном случае, поскольку нас интересует зависимость $\Delta v(q)$, такое приближение представляется слишком грубым. Мы предлагаем в качестве точки отсчета использовать значение скорости при $\nu = 1$. Случай $\nu = 1$ также описывается формулами (26), (31), если во входящих в них функциях положить $\psi = s = 0$, $N = 1$ и $m^* = m_b$. Таким образом, величина, которую мы будем искать и которую предлагается сравнивать с экспериментальной, определяется выражением

$$\frac{\Delta v_0}{v} = \frac{\Delta v}{v} \Big|_{v=v_f} - \frac{\Delta v}{v} \Big|_{v=1}. \quad (33)$$

Рассмотрим $\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}-\text{GaAs}-\text{Al}_{0,3}\text{Ga}_{0,7}\text{As}$ структуру, в которой два электронных слоя расположены на гетеропереходах ($z_k = \pm a$, $d_0 = 2a$). Примем константы β и ϵ одинаковыми во всей системе. Граничные условия на ϕ сводятся к требованию непрерывности фурье-компоненты $\phi(q, z)$ и производной $\partial\phi(q, z)/\partial z$ на границах раздела и занулению ϕ при $z \rightarrow \infty$.

Рассмотрим для определенности переход из фазы ($\psi = 4$, $s = 0$) в фазу ($\psi = 2$, $s = 2$) при $v = 1/5$. Решение уравнения (13) с подстановкой (6) (четная мода) дает нечетную по z функцию ϕ , а с подстановкой (7) (нечетная мода) — четную по z функцию ϕ . Как следует из (31), при распространении четной моды фазовый переход с изменением квантовых чисел ψ , s будет сопровождаться скачком фазовой скорости упругой моды. В то же время для нечетной моды эффект отсутствует.

Для четной моды величины $\gamma_q(z_k)$ определяются выражением

$$\gamma_q(a) = -\gamma_q(-a) = \alpha^{-1} \frac{\cos(\eta qa)}{1 + \eta^2} \left(\frac{E_-(\eta^2 + \lambda^2)}{2(1 + \lambda)} - \lambda \right). \quad (34)$$

На рис. 1 приведены зависимости $\Delta v_0/v$ от волнового вектора для состояний ($\psi = 4$, $s = 0$) и ($\psi = 2$, $s = 2$). Использованы параметры $\beta = 4,5 \cdot 10^4$ дин^{1/2}/см, $\epsilon = 12,5$, $n_0 = 10^{11}$ см⁻², $m_b = 0,07m_e$ (m_e — масса электрона), $m^* = 4m_b$, $c_{44} = 6 \cdot 10^{11}$ дин/см², $\rho_l = 5,3$ г/см³, $c_b/c_l = 1,05$, $d_0 = 300$ Å. Как видно из приведенных зависимостей, скачок фазовой скорости при конечных

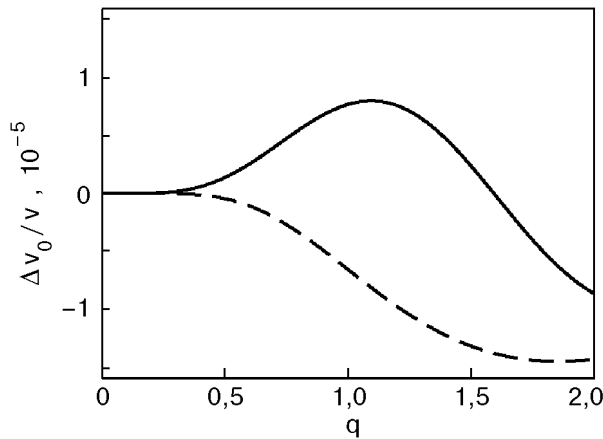


Рис. 1. Относительная перенормировка скорости локализованной упругой моды (нижняя четная гармоника) в двухслойной холловской системе при $c_b/c_l = 1,05$ и $v = 1/5$. Сплошная линия — $\psi = 4$, $s = 0$; штриховая линия — $\psi = 2$, $s = 2$; q — в единицах $\sqrt{4\pi n_0}$.

волновых векторах имеет величину, которая достаточно надежно может быть измерена экспериментально.

Рассмотрим теперь системы, в которых можно достичь значительного роста величины наблюдаемого эффекта. Будем считать, что гетероструктура, содержащая двумерные электронные слои, помещена в матрицу материала с существенно отличными акустическими свойствами. В этом случае саму гетероструктуру будем рассматривать как акустически однородную. Чтобы не конкретизировать диэлектрические и пьезоэлектрические свойства матрицы, будем считать, что границы раздела содержат тонкий экранирующий слой. Тогда граничные условия на ϕ сводятся к требованию $\phi(z = \pm a) = 0$.

Пусть гетероструктура содержит один электронный слой при $z = 0$. Тогда из симметрии $\phi(z)$ следует, что в такой системе будет перенормировываться лишь скорость нечетной упругой моды. Эффект имеет пороговый по q характер (при малых q нечетная локализованная мода отсутствует). Структурная функция, вычисленная из (13) с подстановкой (7), принимает значение

$$\gamma_q(0) = \alpha^{-1} \frac{\eta}{1 + \eta^2} \left(1 - \frac{\cos(\eta qa)}{\text{ch}(qa)} \right). \quad (35)$$

На рис. 2 приведены зависимости $\Delta v_0/v$ от q при $v_f = 2/5, 3/7, 4/9$ ($N = 2, 3, 4$ соответственно) для нижней нечетной упругой моды. Использованы параметры $c_b/c_l = 1,5$, $2a = 1500$ Å (толщина гетероструктуры). Остальные параметры те же, что и в предыдущем случае. Зависимости $\Delta v_0(q)$ существенно различны в разных несжимаемых состояниях и имеют четко выраженную осцилляционную структуру (которая отражает рост эф-

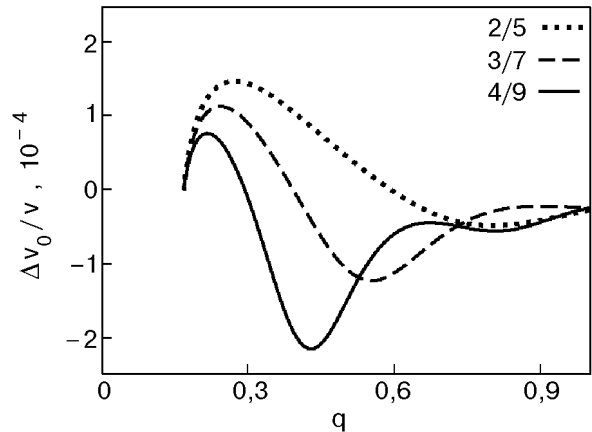


Рис. 2. Относительная перенормировка скорости локализованной упругой моды (нижняя нечетная гармоника) в однослойной холловской системе при $c_b/c_l = 1,5$ и $v = 2/5, 3/7, 4/9$; q — в единицах $\sqrt{4\pi n_0}$.

фективной магнитной длины при стремлении v_f к $v = 1/2$). Величина перенормировки на порядок больше, чем в предыдущем случае. Главным ограничением дальнейшего роста величины эффекта является невозможность создания таких структур со слишком малыми a без нарушения свойств электронного слоя.

Если гетероструктура содержит двойную систему электронных слоев с координатами $z = \pm d_0/2$, то, как и ранее, для наблюдения фазового перехода ($\psi = 4, s = 0$) — ($\psi = 2, s = 2$) при $v = 1/5$ необходимо измерение скорости четной упругой моды. При этом максимальный эффект будет достигаться на одной из высших гармоник (предполагается, что $d_0 \ll 2a$). Расчет структурной функции в последнем случае дает

$$\begin{aligned} \gamma_q(d_0/2) &= -\gamma_q(-d_0/2) = \\ &= \alpha^{-1} \frac{\eta}{1 + \eta^2} \left[\frac{\sin(\eta qa) \operatorname{sh}(qd_0/2)}{\operatorname{ch}(qa)} - \sin(\eta qd_0/2) \right]. \end{aligned} \quad (36)$$

Зависимости $\Delta v_0/v$ от q для третьей четной гармоники при $v_f = 1/5$ для состояний ($\psi = 4, s = 0$) и ($\psi = 2, s = 2$) приведены на рис. 3 ($d_0 = 300 \text{ \AA}$, $2a = 1500 \text{ \AA}$). В этом случае также достигается существенное возрастание величины эффекта по сравнению с первым случаем.

Таким образом, исследование распространения неоднородных плоских упругих мод волноводного типа, локализующихся в слоистых средах, какими являются гетероструктуры AlGaAs–GaAs, может рассматриваться как один из методов изучения электронной структуры монослойных и двухслойных квантовых холловских систем. Осо-

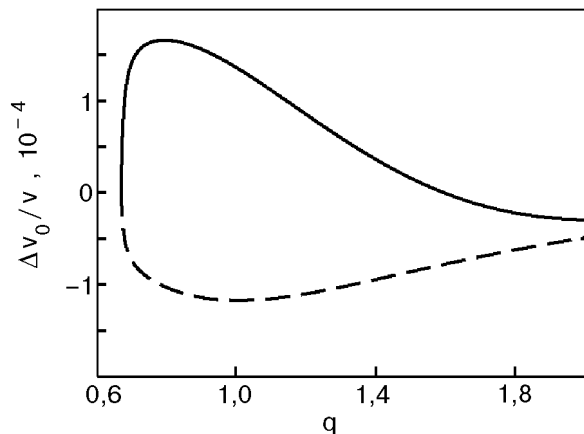


Рис. 3. Относительная перенормировка скорости локализованной упругой моды (третья четная гармоника) в двухслойной холловской системе при $c_b/c_l = 1,5$ и $v = 1/5$. Сплошная линия — $\psi = 4, s = 0$; штриховая линия — $\psi = 2, s = 2$; q — в единицах $\sqrt{4\pi n_0}$.

бый интерес представляет исследование таким методом несжимаемых холловских состояний. Ожидаемые величины перенормировки фазовых скоростей таких мод совпадают с аналогичной величиной для поверхностных акустических волн, взаимодействующих со сжимаемыми холловскими жидкостями.

1. A. Wixforth, J. P. Kotthaus, and G. Weimann, *Phys. Rev. Lett.* **56**, 2104 (1986); A. Wixforth, J. Scriba, M. Wassermeier, J. P. Kotthaus, G. Weimann, and W. Schlapp, *Phys. Rev.* **B40**, 7874 (1989).
2. R. L. Willett, M. A. Paalanen, R. R. Ruel, K. W. West, L. N. Pfeiffer, and D. J. Bishop, *Phys. Rev. Lett.* **65**, 112 (1990); M. A. Paalanen, R. L. Willett, P. B. Littlewood, R. R. Ruel, K. W. West, L. N. Pfeiffer, and D. J. Bishop, *Phys. Rev.* **B45**, 11342 (1992); R. L. Willett, R. R. Ruel, K. W. West, and L. N. Pfeiffer, *Phys. Rev. Lett.* **71**, 3846 (1993); R. L. Willett, R. R. Ruel, M. A. Paalanen, K. W. West, and L. N. Pfeiffer, *Phys. Rev.* **B47**, 7344 (1993).
3. R. L. Willett, K. W. West, and L. N. Pfeiffer, *Phys. Rev. Lett.* **75**, 2988 (1995); *ibid* **78**, 4478 (1997).
4. J. M. Shilton, D. R. Mace, V. I. Talyanskii, M. Pepper, M. Y. Simmons, A. C. Churchill, and D. A. Ritchie, *Phys. Rev.* **B51**, 14770 (1995).
5. G. R. Nash, S. J. Bending, M. Boero, P. Grambow, K. Eberl, and Y. Kershaw, *Phys. Rev.* **B54**, R8337 (1996).
6. B. I. Halperin, P. A. Lee, and N. Read, *Phys. Rev.* **B47**, 7312 (1993).
7. A. Knäbchen, Y. B. Levinson, and O. Entin-Wohlman, *Phys. Rev.* **B54**, 10696 (1996).
8. S. H. Simon, *Phys. Rev.* **B54**, 13878 (1996).
9. A. L. Efros and Yu. M. Halperin, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1959 (1990).
10. A. D. Mirlin and P. Wölfle, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 3717 (1997).
11. F. von Oppen, A. Stern, and B. I. Halperin, *Phys. Rev. Lett.* **80**, 4494 (1998).
12. A. D. Mirlin, P. Wölfle, Y. B. Levinson, and O. Entin-Wohlman, *Phys. Rev. Lett.* **81**, 1070 (1998); Y. B. Levinson, O. Entin-Wohlman, A. D. Mirlin, and P. Wölfle, *Phys. Rev.* **B58**, 7113 (1998).
13. V. J. Goldman, B. Su, and J. K. Jain, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 2065 (1994).
14. J. H. Smet, D. Weiss, R. H. Blick, G. Lutjering, and K. von Klitzing, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 2272 (1996).
15. R. R. Du, H. L. Stormer, D. C. Tsui, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **70**, 2944 (1993); R. R. Du, H. L. Stormer, D. C. Tsui, A. S. Yeh, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3274 (1994).
16. D. R. Leadley, R. J. Nicholas, C. T. Foxon, and J. J. Harris, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 1906 (1994).
17. H. C. Manoharan, M. Shayegan, and S. J. Klepper, *Phys. Rev. Lett.* **73**, 3270 (1994).
18. J. K. Jain, *Phys. Rev. Lett.* **63**, 199 (1989).
19. A. Lopez and E. Fradkin, *Phys. Rev.* **B44**, 5246 (1991).
20. А. Л. Зазунов, Д. В. Филь, *ФНТ* **23**, 1345 (1997).
21. Д. В. Филь, *ФНТ* **24**, 905 (1998).
22. B. I. Halperin, *Helv. Phys. Acta* **56**, 75 (1983).
23. A. Lopez and E. Fradkin, *Phys. Rev.* **B51**, 4347 (1995).
24. А. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, Изд-во АН СССР, Москва (1957); А. М. Бреховских, О. А. Годин, *Акустика слоистых сред*, Наука, Москва (1989).
25. G. S. Boebinger, H. W. Jiang, L. W. Pfeiffer, and W. West, *Phys. Rev. Lett.* **64**, 1793 (1990); J. P. Eisen-

-
- stein, G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer, K. W. West, and S. He, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1383 (1992); S. Q. Murphy, J. P. Eisenstein, G. S. Boebinger, L. N. Pfeiffer, and K. W. West, *Phys. Rev. Lett.* **72**, 728 (1994).
26. Y. W. Suen, L. W. Engel, M. B. Santos, M. Shayegan, and D. C. Tsui, *Phys. Rev. Lett.* **68**, 1379 (1992).
27. S. H. Simon and B. I. Halperin, *Phys. Rev.* **B47**, 17368 (1993).
28. Д. Пайнс, Ф. Нозьер, *Теория квантовых жидкостей*, Мир, Москва (1967).
29. D. Yoshioka, A. H. MacDonald, and S. M. Girvin, *Phys. Rev.* B39, 1932 (1989).

Interaction of quantum Hall system with waveguide elastic modes

D. V. Fil

An interaction of nonuniform plane elastic modes of the waveguide type with the monolayer and double-layer quantum Hall systems is considered. It is shown that, unlike the case of surface acoustic wave propagation, the restriction on maximum values of the wave vectors, for which the value of the velocity shift can be observed experimentally, does not take place for the waveguide modes. In case of incompressible fractional Hall states, the effect can be used for measuring the dependence of the effective magnetic length on the filling factor and for observing phase transitions in the double-layer systems on varying the interlayer distance.