

# О фазовых переходах в ферми-жидкости

## I. Переход, связанный с нарушением вращательной симметрии в импульсном пространстве

А. С. Пелетминский

*Научно-технический центр электрофизической обработки НАН Украины,  
Украина, 310002, г. Харьков, ул. Чернышевского, 28, а/я 8812*

С. В. Пелетминский, Ю. В. Слюсаренко

*Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт»,  
Украина, 310108, г. Харьков, ул. Академическая, 1  
E-mail: slusarenko@kipt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 2 ноября 1998 г.

Рассмотрен фазовый переход в ферми-жидкости, обусловленный нарушением вращательной симметрии импульсного пространства. Показано, что этот фазовый переход связан с нарушением одного из критериев Померанчука (критерия устойчивости нормального состояния). Найдена структура плотностей потоков аддитивных интегралов движения вблизи точки фазового перехода, а также дана физическая интерпретация изучаемой фазы.

Розглянуто фазовий перехід у фермі-рідині, зумовлений порушенням обертальної симетрії в імпульсному просторі. Показано, що цей фазовий перехід пов'язаний з порушенням одного з критеріїв Померанчука (критерія стійкості нормального стану). Знайдено структуру густин потоків адитивних інтегралів руху поблизу точки фазового переходу, а також надано фізичну інтерпретацію фази, що вивчається.

PACS: 05.20.-y, 05.30.Fk.

### Введение

Феноменологическая теория нормальной ферми-жидкости, основы которой изложены в фундаментальных работах Ландау и Силина [1,2], предполагает выполнение соотношений (так называемых критериев Померанчука [3]), определяющих условия устойчивости состояния статистического равновесия нормальной ферми-жидкости и накладывающих некоторые ограничения на характер взаимодействия квазичастиц. При попытке снятия такого рода ограничений, т.е. при выходе за пределы устойчивости основного состояния нормальной ферми-жидкости, естественно, возникает предположение о спонтанном переходе системы к новому равновесному состоянию. Иными словами, нарушение критериев устойчивости равновесного состояния должно быть связано с раз-

личного рода фазовыми переходами в ферми-жидкости (см., например, [4]).

Описание возникающих в результате таких фазовых переходов новых равновесных состояний требует определенной модификации теории нормальной ферми-жидкости Ландау–Силина. В первую очередь, такая модификация обусловлена необходимостью введения в рассмотрение новых параметров, описывающих равновесное состояние (параметров порядка). Это вызвано тем, что симметрия нового равновесного состояния, возникшего в результате фазового перехода, ниже симметрии гамильтониана (состояние со спонтанно нарушенной симметрией).

В настоящей работе будет исследован фазовый переход, связанный с нарушением вращательной симметрии в импульсном пространстве нормальной ферми-жидкости. Такой фазовый переход,

как будет показано ниже, соответствует нарушению критерия устойчивости Померанчука для какой-либо из гармоник в разложении амплитуды Ландау в ряд по полиномам Лежандра.

При дальнейшем изложении будем отвлекаться от возможности наличия у фермиона электрического заряда, акцентируя внимание на свойствах, общих для заряженных и нейтральных фермижидкостей. Учет явлений, обусловленных наличием у фермионов электрического заряда, существенно усложнил бы выяснение принципиальной возможности такого рода фазовых переходов в различных системах. Одной из основных задач настоящей работы и является демонстрация принципиальной возможности описания таких фазовых переходов.

### 1. Критерий устойчивости нормальной ферми-жидкости

Прежде чем перейти непосредственно к описанию фазового перехода, связанного с нарушением вращательной симметрии импульсного пространства, напомним некоторые положения теории нормальной ферми-жидкости, включая условия устойчивости нормального состояния.

В основе теории нормальной ферми-жидкости лежит предположение о функциональной зависимости энергии системы  $E$  (гамильтониана) от одночастичной матрицы плотности фермионов:

$$f_{\mathbf{p}_1\sigma_1;\mathbf{p}_2\sigma_2} = \text{Sp } \rho(f) a_{\mathbf{p}_2\sigma_2}^+ a_{\mathbf{p}_1\sigma_1} \equiv f_{12},$$

где  $\mathbf{p}$  — импульс квазичастицы, а индекс  $\sigma$  нумерует проекцию спина фермиона. Величина  $\rho(f)$  в этом выражении представляет собой неравновесный статистический оператор идеального газа квазичастиц:

$$\rho(f) = \exp \left[ \Omega - \sum_{1,2} a_1^+ A_{12} a_2 \right], \quad (1.1)$$

в которой величины  $\Omega, A_{12}$  должны находиться из соотношений

$$\text{Sp } \rho(f) = 1, \quad f_{12} = \text{Sp } \rho(f) a_2^+ a_1$$

(шпур берется в пространстве вторичного квантования).

Другим важным понятием при построении теории нормальной ферми-жидкости является общее выражение для энтропии системы:

$$S = -\text{Sp } \rho(f) \ln \rho(f).$$

Вычисление входящего сюда шпура для статистического оператора (1.1) приводит к комбинаторному определению энтропии:

$$S = -\text{tr} [f \ln f + (1 - f) \ln (1 - f)] \quad (1.2)$$

(шпур вычисляется в пространстве одночастичных состояний).

Как известно, равновесная одночастичная матрица плотности  $f_{12}$  находится из условия максимума энтропии при заданных значениях функционала энергии  $E(f)$ , числа частиц  $N = \text{tr } f$  и импульса  $P_i = \text{tr } f p_i$ . Вводя множители Лагранжа  $Y$ , соответствующие величинам  $E, N, \mathbf{P}$ , мы сведем задачу на условный максимум энтропии к задаче на безусловный минимум потенциала  $\Omega(f)$ :

$$\Omega(f) = -S(f) + Y_0 E(f) + Y_i \text{tr } f p_i + Y_4 \text{tr } f \quad (1.3)$$

(так как состояние статистического равновесия предполагается пространственно однородным, то величины  $S, E, P_i, N$  пропорциональны объему системы  $V$  и  $\Omega(f) = V\omega(f)$ , где  $\omega(f)$  — плотность потенциала  $\Omega(f)$ ). Из этого вариационного принципа вытекает следующее уравнение самосогласования:

$$f = \left\{ \exp (Y_0 \hat{\epsilon}(f) + Y_i \hat{p}_i + Y_4) + 1 \right\}^{-1};$$

$$\epsilon_{12}(f) = \partial E(f) / \partial f_{21}. \quad (1.4)$$

Здесь  $Y_0 = T^{-1} \equiv \beta$ ;  $Y_i = -Y_0 v_i$ ;  $Y_4 = -Y_0 \mu$ ;  $T$  — температура;  $v_i$  — скорость ферми-жидкости;  $\mu$  — химический потенциал. Это нелинейное уравнение определяет равновесную одночастичную матрицу плотности ферми-жидкости. Величина  $\epsilon(f)$  представляет собой функционал одночастичной матрицы плотности и является оператором энергии квазичастицы.

Для того чтобы уравнение (1.4) приобрело конкретный физический смысл, необходимо задать энергию системы  $E(f)$ . Этот функционал можно выбрать в виде

$$E(f) = \sum_{1,2} \epsilon_{12} f_{21} + \frac{1}{2} (f_0, F_1 f_0) + \frac{1}{2} (f_i, F_2 f_i),$$

$$(f_0, F_1 f_0) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_4} f_{0\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} F_1(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4) f_{0\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4},$$

$$(f_i, F_2 f_i) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}_1 \dots \mathbf{p}_4} (f_i)_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} F_2(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2; \mathbf{p}_3, \mathbf{p}_4) (f_i)_{\mathbf{p}_3\mathbf{p}_4}, \quad (1.5)$$

где  $f_0 = \text{tr}_\sigma \hat{f}$ ,  $f_i = \text{tr}_\sigma \hat{f} \sigma_i$ ,  $\sigma_i$  — матрицы Паули, а величины  $F_1, F_2$  являются соответственно амплитудами

литудами потенциального и обменного взаимодействия квазичастиц и называются амплитудами Ландау (предполагается инвариантность  $E(f)$  относительно спиновых вращений).

Выясним теперь, при каких условиях решение уравнения самосогласования приводит для нормального состояния к минимуму потенциала  $\omega(f)$ . Для этого необходимо определить вторую вариацию  $\delta^2\omega(f)$ , положительность которой соответствует устойчивости нормального состояния ферми-жидкости (первая вариация обращается в нуль). С этой целью рассмотрим пространственно однородную равновесную одночастичную матрицу плотности нормального состояния

$$f_{\mathbf{p}_1\sigma_1\mathbf{p}_2\sigma_2}^0 = f_{\mathbf{p}_1}^0 \delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} \delta_{\sigma_1\sigma_2}, \quad (1.6)$$

$$f_{\mathbf{p}}^0 = \left\{ \exp(\beta(\varepsilon_{\mathbf{p}}(f^0) - \mu) + 1) \right\}^{-1},$$

а пространственно однородную матрицу плотности, связанную с отклонением от равновесного состояния, определим формулой

$$\delta f_{\mathbf{p}_1\sigma_1;\mathbf{p}_2\sigma_2} = \delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} \delta f_{\mathbf{p}_1\sigma_1\sigma_2}.$$

Заметим, что  $\delta f$  коммутирует с  $f^0$ , поэтому при вычислении второй вариации энтропии матрицы  $\delta f$  и  $f^0$  можно рассматривать как обычные функции. Варьируя (1.2) и представляя  $\delta f_{\mathbf{p}}$  в виде

$$\delta f_{\mathbf{p}} = f_{\mathbf{p}}^0(1 - f_{\mathbf{p}}^0)(\delta\xi_{\mathbf{p}}^0 + \sigma^i \delta\xi_{\mathbf{p}}^i),$$

получаем

$$\delta^2 S = - \frac{V}{(2\pi)^3} \int d^3 p f_{\mathbf{p}}^0(1 - f_{\mathbf{p}}^0) \left\{ (\delta\xi_{\mathbf{p}}^0)^2 + \delta\xi_{\mathbf{p}}^i \delta\xi_{\mathbf{p}}^i \right\}. \quad (1.7)$$

Легко показать также, что вторая вариация функционала энергии (1.5) дает

$$\delta^2 E = 2V \int \frac{d^3 p d^3 p'}{(2\pi)^6} f_{\mathbf{p}}^0(1 - f_{\mathbf{p}}^0) f_{\mathbf{p}'}^0(1 - f_{\mathbf{p}'}^0) \times$$

$$\times \left\{ F_1(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \delta\xi_{\mathbf{p}}^0 \delta\xi_{\mathbf{p}'}^0 + F_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \delta\xi_{\mathbf{p}}^i \delta\xi_{\mathbf{p}'}^i \right\}, \quad (1.8)$$

где  $F_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \equiv F_i(\mathbf{p}, \mathbf{p}; \mathbf{p}', \mathbf{p}')$ ,  $i = 1, 2$ . Таким образом, учитывая соотношения (1.3), (1.7), (1.8) и замечая также, что в области низких температур  $T \ll \mu$  справедливо соотношение  $f_{\mathbf{p}}^0(1 - f_{\mathbf{p}}^0) \simeq T \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \mu)$ , вторую вариацию плотности потенциала  $\omega$  можно представить в виде

$$\delta^2 \omega = \delta^2 \omega_1 + \delta^2 \omega_2, \quad (1.9)$$

где

$$\delta^2 \omega_1 = \frac{v(\mu)T}{2} \int \frac{dO}{4\pi} (\delta\xi^0(\mathbf{n}))^2 +$$

$$+ \frac{v(\mu)^2 T}{2} \int \frac{dO dO'}{(4\pi)^2} F_1(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \delta\xi^0(\mathbf{n}) \delta\xi^0(\mathbf{n}');$$

$$\delta^2 \omega_2 = \frac{v(\mu)T}{2} \int \frac{dO}{4\pi} \delta\xi_i(\mathbf{n}) \delta\xi_i(\mathbf{n}) +$$

$$+ \frac{v(\mu)^2 T}{2} \int \frac{dO dO'}{(4\pi)^2} F_2(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \delta\xi_i(\mathbf{n}) \delta\xi_i(\mathbf{n}');$$

здесь  $\mathbf{n} = \mathbf{p}_F/p_F$ ;  $\mathbf{n}' = \mathbf{p}'_F/p_F$ ;

$$v(\mu) = 2 \int \frac{d^3 p}{(2\pi)^3} \delta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \mu);$$

$$F_{1,2}(\mathbf{n}, \mathbf{n}') \equiv F_{1,2}(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \Big|_{p=p'=p_F}; \quad \delta\xi_i(\mathbf{n}) = \delta\xi_{\mathbf{p}}^i \Big|_{p=p_F}.$$

Из (1.9) следует, что условие положительности второй вариации потенциала  $\Omega = V\omega$  приводит к неравенствам

$$1 + \frac{v(\mu)F_l^{(1)}}{2l+1} > 0, \quad 1 + \frac{v(\mu)F_l^{(2)}}{2l+1} > 0, \quad (1.10)$$

где  $F_l^{(1)}, F_l^{(2)}$  — коэффициенты разложения амплитуд  $F_1(\mathbf{n}, \mathbf{n}')$ ,  $F_2(\mathbf{n}, \mathbf{n}')$  по полиномам Лежандра  $P_l(\cos \theta)$ ,  $\cos \theta = \mathbf{nn}'$ ,

$$F_1(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \theta) F_l^{(1)},$$

$$F_2(\mathbf{n}, \mathbf{n}') = \sum_{l=0}^{\infty} P_l(\cos \theta) F_l^{(2)}.$$

Соотношения (1.10), впервые полученные Померанчуком [3], представляют собой условия устойчивости равновесного состояния нормальной ферми-жидкости при всех  $T > 0$ . Нарушения критериев Померанчука, как уже отмечалось, могут быть связаны с различными фазовыми переходами в нормальной ферми-жидкости. Изучению одного из таких фазовых переходов и посвящена настоящая работа.

Напомним предварительно теорию магнитного фазового перехода, при котором нарушается критерий Померанчука (1.10) для амплитуды Ландау  $F_l^{(2)}$  при  $l = 0$ . Замечая, что

$$\varepsilon_{\sigma\sigma'} = \frac{\partial E(\hat{f})}{\partial f_{\sigma\sigma'}}$$

и представляя величины  $f_{\sigma\sigma'}$  и  $\varepsilon_{\sigma\sigma'}$  в виде

$$f = \frac{1}{2} (f_0 + f_i \sigma_i), \quad \varepsilon = \frac{1}{2} (\varepsilon_0 + \varepsilon_i \sigma_i),$$

получаем

$$\varepsilon_0 = 2 \frac{\partial E}{\partial f_0}, \quad \varepsilon_i = 2 \frac{\partial E}{\partial f_i}.$$

Поэтому, согласно (1.5), уравнение самосогласования (1.4) можно представить в виде

$$\varepsilon_i = \frac{2}{V} \sum_{p'} F_0^{(2)}(p, p') f_i(p'), \quad (1.11)$$

где  $f_i(p')$  определяется, учитывая (1.4), из соотношений

$$f_i(p) = \text{tr} \sigma_i \left\{ \exp \beta(\varepsilon - \mu) + 1 \right\}^{-1}, \quad (1.12)$$

$$\varepsilon = \frac{1}{2} (\varepsilon_0 + \varepsilon_i \sigma_i).$$

В нормальном состоянии  $\varepsilon_i = 0$ . Поэтому функция  $\varepsilon_i(p)$  играет роль параметра порядка. В области малых  $\varepsilon_i$  уравнение (1.11) согласно (1.12), принимает в главном по  $\varepsilon_i$  приближении вид

$$\varepsilon_i(p) = \frac{2}{V} \sum_{p'} F_0^{(2)}(p, p') \frac{\partial f_{p'}^0}{\partial \varepsilon_{p'}^0} \varepsilon_i(p'),$$

$$F_0^{(2)}(p, p') = \frac{1}{4\pi} \int dO F_2(\mathbf{p}, \mathbf{p}'),$$

где

$$f_p^0 = \left\{ \exp \beta_c (\varepsilon^0 - \mu) + 1 \right\}^{-1}.$$

Это однородное уравнение для  $\varepsilon_i(p)$  служит для определения критической температуры  $\beta_c$ . Если амплитуда  $F_0^{(2)}(p, p')$  слабо зависит от  $p$  и  $p'$ , то решение этого уравнения можно представить в виде

$$\varepsilon_i(p) = \frac{F_0^{(2)}(p, p_F)}{F_0^{(2)}(p_F, p_F)} \varepsilon_i,$$

причем критическая температура  $\beta_c$  определяется из уравнения

$$1 = -2F_0^{(2)} \frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu},$$

где

$$F_0^{(2)} = F_0^{(2)}(p_F, p_F),$$

$$n(\beta, \mu) = \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}} \left\{ \exp \beta(\varepsilon_p^0 - \mu) + 1 \right\}^{-1}.$$

Для нахождения функции  $n(\beta, \mu)$  в области малых  $\beta^{-1} \ll \mu$  воспользуемся низкотемпературным разложением:

$$\frac{\partial f_p^0(\beta, \mu)}{\partial \mu} = \delta(\varepsilon - \mu) + \frac{T^2}{6} \pi^2 \delta''(\varepsilon - \mu) + \dots$$

и найдем

$$T_c^2 = \beta_c^{-2} = -\frac{6}{\pi} \frac{1 + F_0^{(2)}v(\mu)}{F_0^{(2)}v''(\mu)}. \quad (1.13)$$

Поскольку  $T_c \ll \mu$  (условие применимости фермижидкостной теории) и  $v''(\mu) \sim v(\mu)\mu^{-2}$ , то  $F_0^{(2)}v(\mu) \approx -1$ . Учитывая, что  $v''(\mu) < 0$ ,  $T_c^2 > 0$ , получаем  $1 + F_0^{(2)}v(\mu) < 0$ , т.е. мы видим, что находимся в условиях нарушения критерия Померанчука, что и приводит к возникновению магнитоупорядоченной фазы. Удерживая в разложении (1.12) по степеням  $\varepsilon_i$  члены пропорциональные  $\varepsilon^3$  ( $\varepsilon = |\mathbf{\varepsilon}|$ ), нетрудно показать, что

$$\varepsilon^2 = -6 \frac{\partial^2 n / \partial \beta \partial \mu}{\partial^3 n / \partial \mu^3} (\beta - \beta_c). \quad (1.14)$$

Из (1.14), используя вышеприведенное низкотемпературное разложение, легко получить

$$\varepsilon^2 = 2T_c(T_c - T). \quad (1.15)$$

Зная выражение для  $\varepsilon$ , можно найти выражение для плотности «намагниченности»:

$$\sigma = \left| \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}} \text{tr} \sigma f \right| = \left| \frac{1}{V} \sum_{\mathbf{p}} f_{\mathbf{p}} \right| = -\frac{\partial n}{\partial \mu} \varepsilon.$$

Из (1.15) находим

$$\sigma = \frac{1}{2} v(\mu) T_c \sqrt{1 - T^2/T_c^2}. \quad (1.16)$$

## 2. Фазовый переход, связанный с нарушением вращательной симметрии в импульсном пространстве

В этом разделе исследуется фазовый переход, обусловленный нарушением вращательной симметрии в импульсном пространстве. Как будет видно из дальнейшего изложения, такой фазовый переход связан с невыполнением критерия Померанчука (1.10) для амплитуды потенциального взаимодействия  $F_1^{(1)}$ .

Рассмотрим равновесное состояние покоящейся ( $v_i = 0$ ) пространственно однородной ферми-жидкости. В отсутствие магнитных полей и в предположении, что фазовый переход не связан с возникновением спонтанной намагниченности, представим величины  $\varepsilon_{\mathbf{p}_1\sigma_1\mathbf{p}_2\sigma_2}$  и  $f_{\mathbf{p}_1\sigma_1\mathbf{p}_2\sigma_2}$  в виде  $\varepsilon_{\mathbf{p}_1\sigma_1\mathbf{p}_2\sigma_2} = \varepsilon_{p_1}^{(0)} \delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} \delta_{\sigma_1\sigma_2}$ ,  $f_{\mathbf{p}_1\sigma_1\mathbf{p}_2\sigma_2} = f_{p_1} \delta_{\mathbf{p}_1\mathbf{p}_2} \delta_{\sigma_1\sigma_2}$ .

Тогда функционал энергии (1.5) будет определяться выражением

$$E(f) = 2 \sum_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}}^{(0)} f_{\mathbf{p}} + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2} f_{\mathbf{p}_1} F(\mathbf{p}_1, \mathbf{p}_2) f_{\mathbf{p}_2},$$

$$f_{\mathbf{p}} \equiv \frac{1}{2} f_{0\mathbf{p}}, \quad F_1 \equiv F, \quad (2.1)$$

а формула (1.2) для комбинаторной энтропии примет вид

$$S = -2 \sum_{\mathbf{p}} (f_{\mathbf{p}} \ln f_{\mathbf{p}} + (1 - f_{\mathbf{p}}) \ln (1 - f_{\mathbf{p}})).$$

Представляя далее энергию квазичастицы как

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \frac{1}{2} \frac{\partial E}{\partial f_{\mathbf{p}}}, \quad (2.2)$$

легко получить из вариационного принципа уравнение самосогласования для равновесной функции распределения  $f_{\mathbf{p}}$ :

$$f_{\mathbf{p}} = \left\{ \exp \beta(\varepsilon(\mathbf{p}) - \mu) + 1 \right\}^{-1}. \quad (2.3)$$

Из формулы (2.2), а также выражений (2.1), (2.3) следует нелинейное интегральное уравнение для определения величины  $\varepsilon(\mathbf{p})$ :

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \varepsilon_{\mathbf{p}}^{(0)} + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} F(\mathbf{p}, \mathbf{p}') \left\{ \exp \beta(\varepsilon(\mathbf{p}') - \mu) + 1 \right\}^{-1}. \quad (2.4)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде

$$\varepsilon(\mathbf{p}) = \underline{\varepsilon}(p) + \tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}),$$

где

$$\underline{\varepsilon}(p) = \varepsilon_0(p), \quad \tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}) = \sum_{l=1}^{\infty} \varepsilon_l(p) P_l(\cos \theta),$$

причем

$$\underline{\varepsilon}(p) = \frac{1}{4\pi} \int dO \varepsilon(\mathbf{p}), \quad \int dO \tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}) = 0.$$

Поскольку выше точки фазового перехода  $T > T_c$  ( $T_c$  — критическая температура)  $\varepsilon = 0$ , вблизи критической точки величина  $\varepsilon$  является малой по сравнению с  $\underline{\varepsilon}(p)$ . Усредняя уравнение (2.4) по углам, найдем

$$\underline{\varepsilon}(p) = \varepsilon_p^{(0)} + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} F_0(p, p') \left\{ \exp \beta(\underline{\varepsilon}' + \tilde{\varepsilon}' - \mu) + 1 \right\}^{-1}$$

(индекс 0 в этой формуле означает нулевую гармонику в разложении по полиномам Лежандра), где введены следующие обозначения:

$$\underline{\varepsilon}' \equiv \underline{\varepsilon}(p'); \quad \tilde{\varepsilon}' \equiv \tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}'); \quad F(\mathbf{p}, \mathbf{p}') = \sum_{l=0}^{\infty} F_l(p, p') P_l(\cos \theta).$$

Разлагая функцию распределения  $f(\underline{\varepsilon}' + \tilde{\varepsilon}') = \left\{ \exp \beta(\underline{\varepsilon}' + \tilde{\varepsilon}' - \mu) + 1 \right\}^{-1}$  в ряд по степеням  $\tilde{\varepsilon}'$ , получаем

$$\underline{\varepsilon}(p) = \varepsilon_p^{(0)} + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} F_0(p, p') \left( f(\underline{\varepsilon}') + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\partial^n f(\underline{\varepsilon}')}{\partial \underline{\varepsilon}'^n} (\tilde{\varepsilon}'^n)_0 \right). \quad (2.5)$$

Выделение  $l$ -й гармоники по полиномам Лежандра в уравнении (2.4) и использование теоремы сложения для полиномов Лежандра дает при  $l \neq 0$

$$(2l+1)\tilde{\varepsilon}_l(p) = \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} F_l(p, p') \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n!} \frac{\partial^n f(\underline{\varepsilon}')}{\partial \underline{\varepsilon}'^n} (\tilde{\varepsilon}'^n)_l = \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}'} F_l(p, p') \left\{ f(\underline{\varepsilon}' + \tilde{\varepsilon}') - f(\underline{\varepsilon}') \right\}_l, \quad (2.6)$$

где  $\tilde{\varepsilon}_l(p) \equiv (\tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}))_l$  и  $f(\underline{\varepsilon}') = \left\{ \exp \beta(\underline{\varepsilon}' - \mu) + 1 \right\}^{-1}$ . Будем предполагать, что функции  $F_l(p, p')$  медленно изменяются по  $p$  и  $p'$ , тогда, согласно уравнению (2.6), величина  $\tilde{\varepsilon}_l(p)$  также будет медленно меняться с изменением  $p$ . Так как при  $T \ll \varepsilon_F$  производные  $\partial^n f(\underline{\varepsilon}') / \partial \underline{\varepsilon}'^n$  отличны от нуля только при  $\underline{\varepsilon}' \approx \varepsilon_F$ , то, пренебрегая производными от величин  $F_l(p, p')$  и  $\varepsilon_l(p')$  по  $p'$ , получаем

$$(2l+1)\tilde{\varepsilon}_l(p) = \frac{2}{V} F_l(p, p_F) \sum_{\mathbf{p}'} \left\{ f(\underline{\varepsilon}' + \tilde{\varepsilon}') - f(\underline{\varepsilon}') \right\}_l. \quad (2.7)$$

В этом выражении, в отличие от (2.6), величина  $\tilde{\varepsilon}'$  определяется формулой  $\tilde{\varepsilon}' = \tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}')_{p'=p_F}$ . Из (2.7)

следует, что параметр порядка  $\tilde{\epsilon}_l \equiv \tilde{\epsilon}_l(p_F)$  удовлетворяет уравнению

$$(2l + 1)\tilde{\epsilon}_l = \frac{2}{V} F_l \sum_{p'} \{f(\underline{\epsilon}' + \tilde{\epsilon}') - f(\underline{\epsilon}')\}_l, \quad (2.8)$$

причем

$$\tilde{\epsilon}_l(p) = \frac{F_l(p, p_F)}{F_l(p_F, p_F)} \tilde{\epsilon}_l, \quad (2.8a)$$

где  $F_l = F_l(p_F, p_F)$ . Вводя в рассмотрение функцию

$$n(\beta, \mu) = \frac{1}{V} \sum_{p'} f(\underline{\epsilon}'), \quad (2.9)$$

перепишем уравнение (2.8):

$$(2l + 1)\tilde{\epsilon}_l = 2F_l n(\beta, \mu - \tilde{\epsilon}_l), \quad l \neq 0. \quad (2.10)$$

Решение этого уравнения будем искать в виде  $\tilde{\epsilon}_l = \tilde{\epsilon}_l^{(0)} + \tilde{\epsilon}_l^{(1)} + \dots$ , причем  $\tilde{\epsilon}_l^{(0)} = \tilde{\epsilon}_l \delta_{ll_0}$ , тогда в главном приближении имеем

$$(2l_0 + 1)\tilde{\epsilon}_{l_0} = -2F_{l_0} \frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu} \tilde{\epsilon}_{l_0}^{(0)}.$$

Таким образом, уравнение для определения температуры фазового перехода  $T_c$  как функции  $l_0$  ( $T_c = T_c(l_0)$ ) имеет вид

$$(2l_0 + 1) = -2F_{l_0} \frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu}. \quad (2.11)$$

Учитывая в разложении правой части уравнения (2.10) члены более высокого порядка по  $\tilde{\epsilon}_l$ , а также уравнение (2.11), перепишем (2.10) при  $l = l_0$ :

$$\begin{aligned} & -\frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \beta_c \partial \mu} (\beta - \beta_c) \tilde{\epsilon}_{l_0} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^2} (\tilde{\epsilon}^2)_{l_0} - \\ & - \frac{1}{6} \frac{\partial^3 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^3} (\tilde{\epsilon}^3)_{l_0} = 0. \end{aligned} \quad (2.12)$$

Очевидно, что для определения  $(\tilde{\epsilon}^2)_{l_0}$  необходимо наряду с (2.12) учесть также уравнение (2.10) при  $l \neq l_0$ :

$$\begin{aligned} (2l + 1)\tilde{\epsilon}_l = 2F_l \left( -\frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu} \tilde{\epsilon}_l - \right. \\ \left. - \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \beta_c \partial \mu} (\beta - \beta_c) \tilde{\epsilon}_l + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^2} (\tilde{\epsilon}^2)_l \right), \end{aligned}$$

$$l \neq l_0,$$

откуда (пренебрегая вторым членом в правой части)

$$\tilde{\epsilon}_l = \frac{F_l}{2l + 1 + 2F_l(\partial n/\partial \mu)} \frac{\partial^2 n}{\partial \mu^2} (\tilde{\epsilon}^2)_l + \dots, \quad l \neq 0, l_0. \quad (2.13)$$

Таким образом, наряду с уравнением (2.11) для температуры фазового перехода мы имеем уравнения (2.12) и (2.13) для определения зависимости параметра порядка  $\tilde{\epsilon}_{l_0}$  от температуры.

Найдем теперь температуру фазового перехода. С этой целью величину  $n(\beta, \mu)$  (см. (2.9)) представим как

$$n(\beta, \mu) = \frac{1}{2} \int_0^\infty d\epsilon v(\epsilon) \{ \exp \beta(\epsilon - \mu) + 1 \}^{-1},$$

где

$$v(\epsilon) = \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^3 p' \delta(\epsilon - \underline{\epsilon}') \quad (2.14)$$

— плотность состояний. Замечая далее, что при  $T \ll \mu$  справедливо разложение

$$n(\beta, \mu) = \frac{1}{2} \left( \int_0^\mu v(\epsilon) d\epsilon + \frac{\pi^2}{6} \beta^{-2} v'(\mu) + \dots \right), \quad (2.15)$$

получаем

$$\frac{\partial n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu} = \frac{1}{2} v(\mu) + \frac{\pi^2}{12} \beta_c^{-2} v''(\mu).$$

Поэтому уравнение (2.11) принимает вид

$$2l_0 + 1 = -F_{l_0} \left( v(\mu) + \frac{\pi^2}{6} \beta_c^{-2} v''(\mu) \right),$$

откуда

$$\beta_c^{-2} \equiv T_c^2 = -\frac{6}{\pi^2} \frac{2l_0 + 1}{v''(\mu) F_{l_0}} \left( 1 + v(\mu) \frac{F_{l_0}}{2l_0 + 1} \right).$$

Поскольку вблизи точки фазового перехода должно выполняться условие  $T_c \ll \mu$ ,

$$T_c^2 \approx \frac{6}{\pi^2} \frac{v(\mu)}{v''(\mu)} \left( 1 + v(\mu) \frac{F_{l_0}}{2l_0 + 1} \right). \quad (2.16)$$

Справедливость этого приближения обусловлена тем, что  $v(\mu)/v''(\mu) \sim \mu^2$  и, следовательно,

$v(\mu)(F_{l_0}/(2l_0 + 1)) \cong -1$  при  $T_c \ll \mu$ . Замечая далее, что  $T_c^2 > 0$  и  $v(\mu) > 0$ ,  $v'(\mu) < 0$ , находим

$$1 + v(\mu) \frac{F_{l_0}}{2l_0 + 1} < 0. \quad (2.17)$$

Условие (2.17) показывает, что критерий Померанчука (1.10) для амплитуды потенциального взаимодействия не выполняется для гармоники  $l_0$ . Поэтому при выполнении условия (2.17) в области температур  $T < T_c$  мы имеем дело с новой фазой, отличной от нормальной.

Для определения температурной зависимости параметра порядка вернемся к уравнениям (2.12), (2.13). Рассмотрим отдельно случаи четных и нечетных  $l_0$ . Представляя с этой целью параметр порядка  $\tilde{\epsilon}$  в виде

$$\tilde{\epsilon} = \sum_{l \neq l_0} \tilde{\epsilon}_l P_l + \tilde{\epsilon}_{l_0} P_{l_0}, \quad (2.18)$$

легко убедиться, что в случае четных  $l_0$  имеем  $(\tilde{\epsilon}^2)_{l_0} \approx (\tilde{\epsilon}_{l_0}^2 P_{l_0}^2)_{l_0} = \tilde{\epsilon}_{l_0}^2 (P_{l_0}^2)_{l_0}$ . Поэтому из уравнения (2.12) немедленно следует, что

$$\tilde{\epsilon}_{l_0} = \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \beta_c \partial \mu} (\beta - \beta_c) \frac{2}{[\partial^2 n(\beta_c, \mu) / \partial \mu^2] (P_{l_0}^2)_{l_0}}$$

или, учитывая разложение (2.15),

$$\tilde{\epsilon}_{l_0} = B(l_0) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right), \quad B(l_0) = -\frac{2}{3} \pi^2 T_c^2 \frac{v''(\mu)}{v'(\mu) (P_{l_0}^2)_{l_0}}. \quad (2.19)$$

Подставляя далее (2.19) в (2.8а), находим в главном приближении выражение, определяющее зависимость параметра порядка  $\tilde{\epsilon}(\mathbf{p}, T)$  от температуры:

$$\tilde{\epsilon}(\mathbf{p}) = \frac{F_{l_0}(p, p_F)}{F_{l_0}(p_F, p_F)} B(l_0) \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) P_{l_0}(\cos \theta). \quad (2.20)$$

Формула (2.20) справедлива в случае четных  $l_0$ .

В случае нечетных  $l_0$ , используя (2.18), получаем

$$(\tilde{\epsilon}^2)_{l_0} \approx 2\tilde{\epsilon}_{l_0} \sum_{l \neq l_0} \tilde{\epsilon}_l (P_l P_{l_0})_{l_0}, \quad (2.21)$$

$(\tilde{\epsilon}_{l_0}^2 P_{l_0}^2)_{l_0} = 0$  в силу нечетности функции  $P_{l_0}^3$  при нечетных  $l_0$ . Замечая также, что  $(\tilde{\epsilon}^2)_l = \tilde{\epsilon}_l^2 (P_{l_0}^2)_l$ , перепишем (2.21) с учетом (2.13) в виде

$$(\tilde{\epsilon}^2)_{l_0} = 2\tilde{\epsilon}_{l_0}^3 \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^2} \times \\ \times \sum_{l \neq l_0} \frac{F_l}{2l + 1 + 2F_l (\partial n(\beta_c, \mu) / \partial \mu)} (P_{l_0}^2)_l (P_l P_{l_0})_{l_0}. \quad (2.22)$$

Воспользовавшись тем, что

$$(\tilde{\epsilon}^3)_{l_0} = \tilde{\epsilon}_{l_0}^3 (P_{l_0}^3)_{l_0}, \quad (P_{l_0}^2)_l (P_l P_{l_0})_{l_0} = \frac{2l_0 + 1}{2l + 1} ((P_{l_0}^2)_l)^2,$$

представим уравнение (2.12) в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \beta_c \partial \mu} (\beta - \beta_c) = \\ = \tilde{\epsilon}_{l_0}^2 \left\{ \left( \frac{\partial^2 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^2} \right)^2 \sum_{l \neq l_0} \frac{F_l}{2l + 1 + 2F_l [\partial n(\beta_c, \mu) / \partial \mu]} \frac{2l_0 + 1}{2l + 1} ((P_{l_0}^2)_l)^2 - \frac{1}{6} \frac{\partial^3 n(\beta_c, \mu)}{\partial \mu^3} (P_{l_0}^3)_{l_0} \right\}, \quad (2.23)$$

откуда с учетом низкотемпературного разложения (2.15) легко прийти к выражению для величины  $\tilde{\epsilon}_{l_0}$  в случае нечетных  $l_0$

$$\tilde{\epsilon}_{l_0} = A(l_0) \sqrt{1 - T/T_c}, \quad (2.24)$$

где

$$A(l_0) = \left( \frac{2\pi^2 T_c^2 v''(\mu)}{v''(\mu) (P_{l_0}^3)_{l_0} - 3v'(\mu)^2 (2l_0 + 1) \sum_{l \neq l_0} \frac{F_l}{2l + 1 + F_l v(\mu)} \frac{(P_{l_0}^2)_l^2}{2l + 1}} \right)^{1/2}. \quad (2.25)$$

Наконец, подставляя (2.24) в (2.8а), имеем в главном приближении

$$\tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}) = \frac{F_{l_0}(p, p_F)}{F_{l_0}(p_F, p_F)} A(l_0) \sqrt{1 - T/T_c} P_{l_0}(\cos \theta). \quad (2.26)$$

Таким образом мы видим, что, в отличие от случая четных  $l_0$ , для нечетных  $l_0$  имеется неаналитическая зависимость параметра порядка от температуры (см. (2.26)), что характерно для теории Ландау фазовых переходов второго рода.

### 3. Потоки аддитивных интегралов движения вблизи точки фазового перехода

В этом разделе мы рассмотрим изменение различных физических величин (в приближении, линейном по  $(1 - (T/T_c))^{1/2}$ ) при изучаемом фазовом переходе. Легко видеть, что такие скалярные величины, как теплоемкость, термодинамический потенциал, плотность энергии и энтропии и т.д. не будут меняться при фазовом переходе. Напротив, векторные и тензорные величины, такие как плотности потоков числа частиц, энергии, плотность импульса могут испытывать в результате фазового перехода изменения в указанном приближении. Для того чтобы убедиться в этом, построим конкретные выражения для плотностей потоков числа частиц, импульса и энергии.

Исходя из кинетического уравнения для одночастичной матрицы плотности  $\hat{f}$  в приближении  $\omega\tau \gg 1$  ( $\omega^{-1}$  — характерное время изменения  $f$ ,  $\tau$  — время релаксации)

$$i \frac{\partial \hat{f}}{\partial t} = [\hat{\varepsilon}(\hat{f}), \hat{f}], \quad (3.1)$$

можно найти выражения для плотностей потоков аддитивных интегралов движения (см. в этой связи [5]).

Используя это кинетическое уравнение, легко установить, что временная производная плотности физической величины  $a(x, \hat{f}) = \text{tr} \hat{f} \hat{a}(x)$  определяется формулой

$$\frac{\partial a(x, \hat{f})}{\partial t} = - \frac{\partial a_k(x, \hat{f})}{\partial x_k} + i \text{tr} \hat{f} [\hat{\varepsilon}(x, \hat{f}), \hat{A}], \quad (3.2)$$

где

$$\hat{a}_k(x) = i \int d^3x' x'_k \int_0^1 d\xi [\hat{\varepsilon}(x - (1 - \xi)x'; \hat{f}), \hat{a}(x + \xi x')];$$

$$\hat{A} = \int d^3x \hat{a}(x);$$

$\varepsilon_{12}(x, \hat{f}) = \partial \mathcal{E}(x) / \partial f_{21}$  — плотность энергии квази-частицы;  $\mathcal{E}(x)$  — плотность энергии ферми-жидкости;  $\int d^3x \mathcal{E}(x, \hat{f}) = E(\hat{f})$ . Формула (3.2) непосредственно следует из кинетического уравнения (3.1), согласно которому

$$\frac{\partial a(x, \hat{f})}{\partial t} = i \text{tr} \hat{f} [\hat{\varepsilon}(\hat{f}), \hat{a}(x)],$$

и очевидного соотношения

$$i [\hat{\varepsilon}(\hat{f}), \hat{a}(x)] = i [\hat{\varepsilon}(x, \hat{f}), \hat{A}] - \frac{\partial \hat{a}_k(x)}{\partial x_k}.$$

Полагая в этой формуле  $\hat{a}(x) = \hat{\rho}(x)$ , где  $\hat{\rho}(x) = \delta(x - \hat{x})$  ( $\hat{x}$  — оператор координаты) и замечая, что  $\hat{A} \equiv \int \hat{\rho}(x) d^3x = 1$ , получаем

$$\frac{\partial \rho(x, \hat{f})}{\partial t} = - \frac{\partial j_k(x, \hat{f})}{\partial x_k}, \quad (3.3)$$

где

$$j_k(x, \hat{f}) = i \int d^3x' x'_k \int_0^1 d\xi \hat{f} [\hat{\varepsilon}(x - (1 - \xi)x'; \hat{f}), \hat{\rho}(x + \xi x')]. \quad (3.4)$$

Чтобы получить выражение для плотности потока импульса  $\pi_i(x)$ , заметим, что плотность энергии ферми-жидкости  $\mathcal{E}(x, \hat{f})$  удовлетворяет свойству инвариантности относительно трансляций на вектор  $y$ :

$$\mathcal{E}(x + y, e^{i\hat{p}y} \hat{f} e^{-i\hat{p}y}) = \mathcal{E}(x, \hat{f})$$

( $\hat{p}$  — оператор импульса). Дифференцируя это выражение по  $y$  и полагая  $y = 0$ , получаем

$$\frac{\partial \mathcal{E}(x, \hat{f})}{\partial x_k} = \text{tr} \hat{f} [\hat{\varepsilon}(x, \hat{f}), \hat{p}_k]. \quad (3.5)$$

Возвращаясь к выражениям (3.2) и полагая в них

$$\hat{a}(x) = \hat{\pi}_i(x) \equiv \frac{1}{2} \{ \hat{p}_i, \delta(x - \hat{x}) \},$$

а также используя (3.5), находим



$$\frac{\partial \pi_i(x, \hat{f})}{\partial t} = - \frac{\partial t_{ik}(x, \hat{f})}{\partial x_k}, \quad (3.6)$$

где плотность потока импульса  $t_{ik}(x, \hat{f})$  имеет вид

$$t_{ik}(x, \hat{f}) = - \varepsilon \delta_{ik} + i \int_0^1 d^3 x' x'_k \operatorname{tr} \int_0^1 d\xi \hat{f} [\hat{\varepsilon}(x - (1 - \xi)x'; \hat{f}), \hat{\pi}_i(x + \xi x')]. \quad (3.7)$$

Сформулируем, наконец, дифференциальный закон сохранения энергии. Замечая, что

$$\frac{\partial \varepsilon(x, \hat{f})}{\partial f_{12}} = \varepsilon_{21}(x, \hat{f}),$$

и используя кинетическое уравнение (3.1), имеем

$$\frac{\partial \varepsilon(x, \hat{f})}{\partial t} = \operatorname{tr} \hat{f} [\hat{\varepsilon}(\hat{f}), \hat{\varepsilon}(x, \hat{f})].$$

Принимая теперь в формулах (3.2)  $\hat{a}(x) = \hat{\varepsilon}(x, \hat{f})$ , получаем

$$\frac{\partial \varepsilon(x, \hat{f})}{\partial t} = - \frac{\partial q_k(x, \hat{f})}{\partial x_k}, \quad (3.8)$$

где

$$q_k(x, \hat{f}) = \frac{i}{2} \int_0^1 d^3 x' x'_k \operatorname{tr} \int_0^1 d\xi \hat{f} [\hat{\varepsilon}(x - (1 - \xi)x'; \hat{f}), \hat{\varepsilon}(x + \xi x'; \hat{f})]. \quad (3.9)$$

Для пространственно однородных состояний ( $[\hat{f}, \hat{p}_k] = 0$ ) формулы (3.4), (3.7), (3.9) упрощаются и принимают следующий наглядный вид:

$$j_k = \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}} f_{\mathbf{p}} \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}}{\partial p_k}, \quad (3.10)$$

$$q_k = \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}} f_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}} \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}}{\partial p_k}, \quad (3.11)$$

$$t_{ik} = - \left( \varepsilon - \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}} f_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}} \right) \delta_{ik} + \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}} f_{\mathbf{p}} p_i \frac{\partial \varepsilon_{\mathbf{p}}}{\partial p_k}, \quad (3.12)$$

где  $\varepsilon_{\mathbf{p}}$  — энергия квазичастицы.

Если функция распределения  $f_{\mathbf{p}}$  является равновесной с дрейфовой скоростью  $\mathbf{u}$ ,

$$f_{\mathbf{p}} = \left\{ \exp \beta(\varepsilon_{\mathbf{p}} - \mathbf{p}\mathbf{u} - \mu) + 1 \right\}^{-1},$$

то эти формулы принимают вид

$$j_k = u_k \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}} f_{\mathbf{p}},$$

$$q_k = u_k \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}} \left( f_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}} - \frac{1}{\beta} \ln(1 - f_{\mathbf{p}}) \right),$$

$$t_{ik} = u_k \pi_i + \delta_{ik} \left( - \frac{1}{\beta} \right) \frac{1}{V} \times$$

$$\times \left( 2 \sum_{\mathbf{p}} \ln(1 - f_{\mathbf{p}}) + \beta \varepsilon V - 2\beta \sum_{\mathbf{p}} f_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}} \right).$$

Учитывая формулу (1.3), легко определить плотность термодинамического потенциала  $\omega$ :

$$\omega = \frac{1}{V} \left( 2 \sum_{\mathbf{p}} \ln(1 - f_{\mathbf{p}}) + \beta \varepsilon V - 2\beta \sum_{\mathbf{p}} f_{\mathbf{p}} \varepsilon_{\mathbf{p}} \right)$$

и, следовательно, можно переписать формулы для  $t_{ik}$ ,  $q_k$ ,  $j_k$ :

$$t_{ik} = u_k \pi_i - \frac{\omega}{\beta} \delta_{ik}, \quad q_k = u_k (\varepsilon - \omega/\beta), \quad j_k = n u_k. \quad (3.13)$$

Поэтому величину  $-(\omega/\beta) \equiv p$  будем интерпретировать как давление, а величину  $w = -(\omega/\beta) + \varepsilon$  — как плотность энтальпии ( $n$  — плотность фермионов).

Определим теперь плотность импульса, возникающего в результате фазового перехода; так как  $\mathbf{p}$  — импульс отдельной частицы, то плотность импульса системы определяется формулой

$$\pi = \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}} \mathbf{p} f_{\mathbf{p}}$$

или, принимая во внимание, что  $f(\underline{\varepsilon} + \tilde{\varepsilon}) = f(\underline{\varepsilon}) + (\partial f / \partial \underline{\varepsilon}) \tilde{\varepsilon}$ ,

$$\pi = \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^3 p \mathbf{p} \frac{\partial f}{\partial \underline{\varepsilon}} \tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}).$$

Переходя к интегрированию по углам и по  $\varepsilon$  и замечая, что  $df/d\varepsilon = -\delta(\varepsilon - \mu)$ , получаем

$$\pi_i = - \frac{2}{(2\pi)^3} \int dO \left( \frac{p^2}{v} p_i \tilde{\varepsilon}(\mathbf{p}) \right)_{p_F}, \quad v = \frac{\partial \varepsilon}{\partial p}.$$

Поскольку

$$v(\mu) = \frac{2}{(2\pi)^3} \int d^3p \delta(\underline{\epsilon} - \mu) = \frac{1}{\pi^2} \left( \frac{p_F^2}{v_F} \right),$$

то

$$\pi_z = -\frac{v(\mu)}{3} p_F A(1) \sqrt{1 - T/T_c} \delta_{l_0,1}, \quad \pi_x = \pi_y = 0, \quad (3.14)$$

где

$$A(1) = \frac{10\pi^2 T_c^2 v''(\mu)}{3v''(\mu) - v^2(\mu)[F_2/(5 + F_2 v(\mu))]}, \quad F_2 \equiv F|_{l=2}.$$

Таким образом, отличная от нуля плотность импульса возникает только при  $l_0 = 1$ .

Найдем теперь выражения для плотностей потоков  $j_i, q_k, t_{ik}$ , появившихся в результате фазового перехода. Поскольку в выражении для функции распределения фермионов в новой фазе отсутствует дрейфовая скорость частиц, потоки  $j_i, q_i$ , согласно (3.13), обращаются в нуль.

Однако при фазовом переходе должен сохраняться импульс. Если импульс системы в нормальном состоянии был равен нулю, то импульс после фазового перехода тоже должен быть равен нулю. Поэтому после фазового перехода функция распределения должна иметь вид

$$f = \left\{ \exp \beta(\underline{\epsilon} + \tilde{\epsilon} - \mathbf{p}\mathbf{u} - \mu) + 1 \right\}^{-1} \approx \left\{ \exp \beta(\underline{\epsilon} + \tilde{\epsilon} - \mu) + 1 \right\}^{-1} + \frac{\partial f(\underline{\epsilon})}{\partial \underline{\epsilon}} (-\mathbf{p}\mathbf{u})$$

( $\mathbf{u}$  — дрейфовая скорость системы как целого). В результате плотность импульса после фазового перехода будет равна

$$\boldsymbol{\pi}' = \boldsymbol{\pi} - \frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}} \frac{df(\underline{\epsilon})}{d\underline{\epsilon}} (\mathbf{p}\mathbf{u}) \mathbf{p}.$$

Как мы уже отмечали, после фазового перехода импульс должен обращаться в нуль,  $\boldsymbol{\pi}' = 0$ , т.е. скорость ферми-системы будем находить из соотношения

$$\frac{2}{V} \sum_{\mathbf{p}} \frac{df(\underline{\epsilon})}{d\underline{\epsilon}} (\mathbf{p}\mathbf{u}) \mathbf{p} = \boldsymbol{\pi},$$

где величина  $\boldsymbol{\pi}$  определяется формулой (3.14). Переходя от суммирования к интегрированию и вычисляя полученный интеграл, получим следующее выражение для скорости ферми-жидкости:

$$u_z = -\frac{3}{v(\mu)p_F^2} \pi_z = -\frac{A(1)}{2p_F} \sqrt{1 - T/T_c}, \quad (3.15)$$

$$u_x = u_y = 0.$$

Таким образом, для потоков  $j_i, q_k, t_{ik}$  будут справедливы формулы (3.13), в которых вместо дрейфовой скорости  $u$  подставлено выражение (3.15) (так как в отсутствие фазового перехода  $\boldsymbol{\pi} = 0$ , то плотность потока импульса  $t_{ik}$  также обращается в нуль).

Если фермионы представляют собой электроны металла, то последние взаимодействуют с кристаллической решеткой и импульс частично может передаваться решетке. Рассмотренный эффект аналогичен эффекту Эйнштейна–де Гааза, когда в результате намагничивания в силу закона сохранения момента количества движения тело начинает вращаться благодаря тому, что электроны приобретают дополнительный момент количества движения.

В заключение приведем некоторые соображения относительно физических объектов, в которых может осуществляться рассмотренный в настоящей статье фазовый переход. Изучение экспериментальных данных, касающихся измерений амплитуд Ландау для  $^3\text{He}$  (см., например, [6]), позволяет утверждать, что в  $^3\text{He}$  реализация описанного фазового перехода вряд ли возможна. Существующий экспериментальный материал, связанный с измерениями характеристик электронной жидкости в различных металлах (см., например, [7,8]), позволяет считать такие системы наиболее подходящими для наблюдения подобного рода фазовых переходов.

Возможно, реализация изучаемого фазового перехода в ферми-жидкости наблюдается в некоторых сплавах [9]. Имеется в виду экспериментальное наблюдение «подпрыгивания» образцов, изготовленных из таких сплавов при определенной температуре в процессе ее понижения. Такой эффект качественно соответствует выводу, сделанному в настоящей работе, о приобретении фермионами в результате фазового перехода среднего импульса, который передается кристаллической решетке и вызывает направленное движение образца, однако для подтверждения этого требуется дополнительное изучение. Авторам не удалось найти в литературе экспериментальных данных по измерению характеристик электронной жидкости (амплитуд Ландау) в таких материалах для того, чтобы подтвердить или опровергнуть высказанное предположение.

Работа выполнена при финансовой поддержке Государственного фонда фундаментальных исследований Украины (грант N 24/378).

1. Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **30**, 1058 (1957); Л. Д. Ландау, *ЖЭТФ* **32**, 59 (1957).
2. В. П. Силин, *ЖЭТФ* **33**, 495 (1957); В. П. Силин, *ЖЭТФ* **35**, 1243 (1958).
3. И. Я. Померанчук, *ЖЭТФ* **35**, 524 (1958).
4. И. А. Ахиезер, *УФЖ* **25**, 177 (1980).
5. А. И. Ахиезер, С. В. Пелетминский, *Методы статистической физики*, Наука, Москва (1977).
6. *Helium Three*, W. P. Halperin, and L. P. Pitaevskii (eds.), North-Holland, Amsterdam, Oxford, New-York, Tokyo (1990).
7. Ф. Платцман, П. Вольф, *Волны и взаимодействия в плазме твердого тела*, Мир, Москва (1975).
8. E. V. Bezuglyi, N. G. Burma, A. Yu. Deineka, and V. D. Fil, *Low Temp. Phys.* **19**, 477 (1991).
9. В. С. Бойко, Р. И. Гарбер, А. М. Косевич, *Обратимая пластичность кристаллов*, Наука, Москва (1991).

On the phase transitions in a Fermi-liquid  
I. The transition, connected with the rotary  
symmetry breaking in momentum space

A. S. Peletminsky, S. V. Peletminsky,  
and Yu. V. Slyusarenko

The phase transition in a Fermi-liquid caused by the rotary symmetry violation of the momentum space is considered. It is shown that this phase transition is associated with a failure of one of the Pomeranchuk condition (normal state stability conditions). A structure of the flow densities of the additive motion integrals is found out near the phase transition point and a physical interpretation of the phase under consideration is given.