

УДК 539.3

ТЕРМОЧУТЛИВИЙ ЦИЛІНДР ЗА КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМІНУ ЗІ СЕРЕДОВИЩАМИ ЗМІННОЇ ТЕМПЕРАТУРИ

В. С. ПОПОВИЧ, Н. О. ЗАВОДОВСЬКА

Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, Львів

На основі моделі термочутливого тіла визначено температурне поле циліндра скінченної довжини, через поверхні якого здійснюється конвективний теплообмін з довкіллям високої температури. При цьому коефіцієнти теплообміну на обмежувальних поверхнях різні, а температура середовища, що омиває циліндричну поверхню, змінюється по висоті циліндра. Виявлено ефективність застосування для розв'язання таких двовимірних нелінійних задач теплопровідності методу лінеаризувальних параметрів. Порівнянням знайденого розподілу температури з отриманим на основі лінійної моделі (коли коефіцієнт теплопровідності сталий і рівний опорному чи середньоінтегральному значенням) встановлено вплив на цей розподіл термочутливості матеріалу.

Ключові слова: *термочутливий циліндр, скінченний циліндр, конвективний теплообмін, нелінійна задача теплопровідності, аналітично-числова методика, середовища змінної температури.*

Часто конструкції та їх елементи експлуатуються в умовах високих чи низьких температур. Тому в їх математичних моделях для знаходження розподілів температур важливо врахувати залежність від температури теплофізичних характеристик матеріалів, з яких вони виготовлені [1–4]. Це дає можливість точніше розрахувати їх тепловий стан, але ускладнює побудову розв'язків відповідних задач теплопровідності. Тоді визначення розподілу температури зводиться до розв'язування нелінійної задачі теплопровідності за певних умов теплообміну із зовнішнім середовищем, температура якого в багатьох випадках не є сталою [2, 5].

Нижче на прикладі (двовимірної нелінійної) стаціонарної задачі теплопровідності для термочутливого циліндра за конвективного теплообміну на усіх його поверхнях зі середовищами різних температур, у тому числі і змінних за координатами, описано методику побудови аналітично-числових розв'язків таких задач. Вона ґрунтується на одному із варіантів методу лінеаризувальних параметрів визначення температурного поля термочутливого тіла [2], який вважають ефективним для розв'язку задачі, якщо на поверхні тіла задано умови конвективного теплообміну, і передбачає побудову розв'язку рівняння на змінну Кірхгофа з певними лінійними умовами, що містять лінеаризувальні параметри [2, 6]. Температурне поле у термочутливих елементах конструкцій досліджено раніше [2–4, 6, 7].

Математична модель задачі теплопровідності. Розглянемо скінченний циліндр $-b/2 \leq z \leq b/2$, $0 \leq r \leq r_0$, який конвективно обмінюється теплом через обмежувальні поверхні $z = \pm b/2$ зі середовищами сталої температури t_s , а через циліндричну поверхню $r = r_0$ – зі середовищем змінної за осьювою координатою температури $t_c(z)$. Матеріал циліндра термочутливий. Температурне поле циліндра визначаємо зі стаціонарної задачі теплопровідності:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \lambda_r(t) \frac{\partial t}{\partial r} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left(\lambda_z(t) \frac{\partial t}{\partial z} \right) = 0, \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \left[\lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial r} + \alpha_1(t - t_c(z)) \right]_{r=r_0} &= 0, & \left[\lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial r} \right]_{r=0} &= 0, \\ \left[\lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial z} - \alpha_2(t - t_s) \right]_{z=-b/2} &= 0, & \left[\lambda_t(t) \frac{\partial t}{\partial z} + \alpha_3(t - t_s) \right]_{z=b/2} &= 0, \end{aligned} \quad (2)$$

де $\lambda_t(t)$ – коефіцієнт теплопровідності; α_i ($i = \overline{1,3}$) – коефіцієнти теплообміну з довколишніми середовищами.

Побудова розв'язку задачі теплопровідності (1), (2). Для цього використали методи, запропоновані раніше [2, 6]. Залежний від температури коефіцієнт теплопровідності матеріалу циліндра подаємо у вигляді $\lambda(t) = \lambda_{t0} \lambda_t^*(T)$, де λ_{t0} – стала величина, що має розмірність коефіцієнта теплопровідності (опорне значення), а $\lambda_t^*(T)$ – функція, що описує залежність цього коефіцієнта від безрозмірної температури $T = t/t_0$, де t_0 – деяка відлікова температура. Введемо безрозмірні величини: координати $\rho = r/l_0$, $\xi = z/l_0$; температури зовнішніх середовищ $T_c(\xi) = t_c(\xi)/t_0$; $T_s = t_s/t_0$; опорні критерії Біо $Bi_i = \alpha_i l_0 / \lambda_{t0}$ ($i = \overline{1,3}$) та розміри циліндра $\rho_0 = r_0/l_0$, $\bar{b} = b/l_0$, де l_0 – деякий характерний його розмір. До записаної у введених безрозмірних величинах задачі (1), (2) застосували перетворення Кірхгофа [2]:

$$\theta = \int_{T_p}^T \lambda_t^*(T) dT, \quad (3)$$

де T_p – мінімальна безрозмірна температура з діапазону задання коефіцієнта теплопровідності.

Як результат отримаємо таку крайову задачу на змінну Кірхгофа:

$$\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \left(\rho \frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right) + \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = 0, \quad (4)$$

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial \rho} + Bi_1(T(\theta) - T_c(\xi)) \right]_{\rho=\rho_0} = 0, \quad \left[\frac{\partial \theta}{\partial \rho} \right]_{\rho=0} = 0, \quad (5)$$

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial \xi} - Bi_2(T(\theta) - T_s) \right]_{\xi=-\bar{b}/2} = 0, \quad \left[\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + Bi_3(T(\theta) - T_s) \right]_{\xi=\bar{b}/2} = 0, \quad (6)$$

де $T(\theta)$ – подання температури через змінну Кірхгофа θ , яке для конкретно заданої залежності $\lambda_t^*(T)$ визначаємо з рівняння (3).

Введенням змінної Кірхгофа лише частково лінеаризували вихідну задачу. В задачі (4)–(6) нелінійності зосередилися у виразах для температур $T(\theta)$ на поверхнях теплообміну $\rho = \rho_0$ та $\xi = \pm \bar{b}/2$. Остаточню лінеаризуємо задачу, застосовуючи один із варіантів методу лінеаризувальних параметрів [2, 6]. Його суть у тому, що нелінійні умови (5), (6) лінеаризуємо, апроксимуючи нелінійні залежності температури $T(\theta)$ на відповідних поверхнях лінійними виразами, що містять т. зв. лінеаризувальні параметри. Вводимо такі заміни:

$$\begin{aligned} T(\theta)|_{\rho=\rho_0} &= (1 + \kappa_1)\theta|_{\rho=\rho_0} + T_p, & T(\theta)|_{\xi=-\bar{b}/2} &= (1 + \kappa_2)\theta|_{\xi=-\bar{b}/2} + T_p, \\ T(\theta)|_{\xi=\bar{b}/2} &= (1 + \kappa_3)\theta|_{\xi=\bar{b}/2} + T_p, \end{aligned} \quad (7)$$

де κ_i ($i = \overline{1,3}$) – невідомі лінеаризувальні параметри. Тоді з нелінійних умов (5), (6) отримуємо лінійні умови

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial \rho} + \alpha_1^* (\theta - T_c^*(\xi)) \right]_{\rho=\rho_0} = 0, \quad (8)$$

$$\left[\frac{\partial \theta}{\partial \xi} - \alpha_2^* (\theta - T_{s2}^*) \right]_{\xi=-\bar{b}/2} = 0, \quad \left[\frac{\partial \theta}{\partial \xi} + \alpha_3^* (\theta - T_{s3}^*) \right]_{\xi=\bar{b}/2} = 0, \quad (9)$$

де $\alpha_i^* = \text{Bi}_i (1 + \kappa_i)$ ($i = \overline{1,3}$); $T_c^*(\xi) = (T_c(\xi) - T_p)/(1 + \kappa_1)$; $T_{s_j}^* = (T_s - T_p)/(1 + \kappa_j)$ ($j = 2, 3$). Задача (4), (8), (9) на змінну Кірхгофа θ лінійна. Для побудови її розв'язку скористаємось методами скінченних інтегральних перетворень [8–10]. Порівняно з методами розділення змінних, функцій Гріна, джерел, теплових потенціалів та інтегральних перетворень у нескінченних межах вони мають низку практичних переваг [8, 9]: уніфіковані і не вимагають винахідливості в технічних прийомах; можна отримувати розв'язки за неоднорідних граничних умов без подання задачі як сукупності стаціонарної і нестаціонарної (хоча це дещо погіршує збіжність рядів в остаточному розв'язку); допускають перетворення за декількома (або усіма) координатами одночасно, а також за координатами, уздовж яких властивості середовища змінюються ступінчасто, через що вдається переходити від системи диференціальних рівнянь у частинних похідних в оригіналах до одного звичайного диференціального у зображеннях.

Введемо скінченне перетворення Фур'є за осьовою координатою ξ та його обернення

$$\bar{\theta}(\rho, \lambda_m) = \int_{-\bar{b}/2}^{\bar{b}/2} \theta(\rho, \xi) K(\xi, \lambda_m) d\xi, \quad (10)$$

$$\theta(\rho, \xi) = 4 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_m \bar{\theta}(\rho, \lambda_m) K(\xi, \lambda_m)}{N_m}, \quad (11)$$

а також скінченне перетворення Ганкеля за радіальною координатою ρ [5, 10]

$$\tilde{\theta}(\gamma_n, \lambda_m) = \int_0^{\rho_0} \rho \bar{\theta}(\rho, \xi) J_0(\gamma_n \rho) d\rho, \quad (12)$$

$$\bar{\theta}(\rho, \xi) = \frac{2}{\rho_0^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\tilde{\theta}(\gamma_n, \lambda_m) J_0(\gamma_n \rho)}{J_0^2(\gamma_n \rho_0) + J_1^2(\gamma_n \rho_0)}, \quad (13)$$

де $K(\xi, \lambda_m) = \lambda_m \cos[\lambda_m (\xi + \bar{b}/2)] + \alpha_2^* \sin[\lambda_m (\xi + \bar{b}/2)]$; $N_m = 2\lambda_m [\alpha_2^* + \bar{b}(\lambda_m^2 + \alpha_2^{*2})] - 2\lambda_m \alpha_2^* \cos(2\lambda_m \bar{b}) + (\lambda_m^2 - \alpha_2^{*2}) \sin(2\lambda_m \bar{b})$; $J_0(\cdot)$, $J_1(\cdot)$ – функції

Бесселя першого роду нульового і першого порядків; $\lambda_m \equiv \lambda_m^*(\kappa_2, \kappa_3)$, $\gamma_n \equiv \gamma_n^*(\kappa_1)$ – додатні корені трансцендентного рівняння

$$\text{tg}(\lambda_m \bar{b}) = \lambda_m (\alpha_2^* + \alpha_3^*) / (\lambda_m^2 - \alpha_2^* \alpha_3^*), \quad \text{та} \quad \alpha_1^* J_0(\gamma_n \rho_0) - \gamma_n J_1(\gamma_n \rho_0) = 0.$$

Після застосування прямого перетворення Фур'є (10) до рівняння (4), умови (8) та другої умови (5) з використанням умов (9) отримаємо:

$$\frac{\partial^2 \bar{\theta}(\rho, \lambda_m)}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{\theta}(\rho, \lambda_m)}{\partial \rho} - \lambda_m^2 \bar{\theta}(\rho, \lambda_m) + S(\lambda_m) = 0, \quad (14)$$

$$\left[\frac{\partial \bar{\theta}(\rho, \lambda_m)}{\partial \rho} + \alpha_1^* [\bar{\theta}(\rho, \lambda_m) - A_m(\lambda_m)] \right]_{\rho=\rho_0} = 0, \quad \left[\frac{\partial \bar{\theta}(\rho, \lambda_m)}{\partial \rho} \right]_{\rho=0} = 0, \quad (15)$$

де

$$S(\lambda_m) = -T_{s2}^* \alpha_2^* K(-\bar{b}/2, \lambda_m) + T_{s3}^* \alpha_3^* K(\bar{b}/2, \lambda_m), \quad A_m(\lambda_m) = \int_{-\bar{b}/2}^{\bar{b}/2} T_c^*(\xi) K(\xi, \lambda_m) d\xi.$$

До задачі (14), (15) застосуємо перетворення Ганкеля (12). В результаті одержимо алгебричне рівняння, з якого вираз для змінної Кірхгофа у зображеннях буде:

$$\tilde{\theta}(\gamma_n, \lambda_m) = \frac{\rho_0}{\mu_{mn}^2} \left(\alpha_1^* A_m(\lambda_m) J_0(\gamma_n \rho_0) + \frac{1}{\gamma_n} S(\lambda_m) J_1(\gamma_n \rho_0) \right), \quad (16)$$

де $\mu_{mn}^2 = \gamma_n^2 + \lambda_m^2$.

Згідно з формулами обернення (11), (13)

$$\theta(\rho, \xi) = \frac{8}{\rho_0} \alpha_1^* \left\{ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{J_0(\gamma_n \rho)}{J_0(\gamma_n \rho_0)^2 + J_1(\gamma_n \rho_0)^2} \left[J_0(\gamma_n \rho_0) \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_m K(\xi, \lambda_m) A_m(\lambda_m)}{N_m \mu_{mn}^2} + \frac{J_1(\gamma_n \rho_0)}{\gamma_n \alpha_1^*} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_m K(\xi, \lambda_m) S(\lambda_m)}{N_m \mu_{mn}^2} \right] \right\}. \quad (17)$$

Якщо $T_s = T_p$ (або $S(\lambda_m) = 0$), рівняння (14) стає модифікованим рівнянням Бесселя [11]. Тоді розв'язок задачі (14), (15) можна записати у вигляді

$$\bar{\theta}(\rho) = \frac{\alpha_1^* A_m(\lambda_m) I_0(\lambda_m \rho)}{\alpha_1^* J_0(\lambda_m \rho_0) + \lambda_m J_1(\lambda_m \rho_0)},$$

де $I_0(\cdot)$ – модифікована функція Бесселя першого роду нульового порядку.

Скориставшись формулою оберненого перетворення Фур'є (11), у цьому частковому випадку отримаємо вираз для змінної Кірхгофа

$$\theta(\rho, \xi) = 4\alpha_1^* \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\lambda_m K(\xi, \lambda_m) A_m(\lambda_m) I_0(\lambda_m \rho)}{N_m(\lambda_m) (\alpha_1^* J_0(\lambda_m \rho_0) + \lambda_m J_1(\lambda_m \rho_0))}, \quad (18)$$

який без перетворення Ганкеля (12) містить лише один ряд, що дає можливість ефективніше виконувати розрахунки.

Значення невідомих лінеаризувальних параметрів κ_i ($i = \overline{1,3}$), що входять у вирази (17), (18), а отже, і шуканої температури, знаходимо, задовольняючи з заданою точністю нелінійні граничні умови (5), (6). Припустимо, що коефіцієнт теплопровідності є лінійна функція температури:

$$\lambda_t(t) = \lambda_{t0} \lambda_t^*(T) = \lambda_{t0} (1 + k_\lambda (T - T_p)). \quad (19)$$

Тоді згідно з перетворенням (3) температуру в циліндрі визначаємо за формулою

$$T(\theta) = k_\lambda^{-1} (\sqrt{1 + 2k_\lambda \theta} - 1) + T_p, \quad (20)$$

а для знаходження лінеаризувальних параметрів з рівностей (7) отримуємо систему рівнянь

$$\begin{cases} k_\lambda^{-1} \left(\sqrt{1 + 2k_\lambda \theta|_{\rho=\rho_0}} - 1 \right) = (1 + \kappa_1) \theta|_{\rho=\rho_0}, \\ k_\lambda^{-1} \left(\sqrt{1 + 2k_\lambda \theta|_{\xi=-\bar{b}/2}} - 1 \right) = (1 + \kappa_2) \theta|_{\xi=-\bar{b}/2}, \\ k_\lambda^{-1} \left(\sqrt{1 + 2k_\lambda \theta|_{\xi=\bar{b}/2}} - 1 \right) = (1 + \kappa_3) \theta|_{\xi=\bar{b}/2}, \end{cases} \quad (21)$$

де $\theta \equiv \theta(\rho, \xi, \kappa_1, \kappa_2, \kappa_3)$ мають вигляд (17) чи (18). Після нескладних перетворень отримуємо систему трансцендентних рівнянь

$$\begin{aligned}
k_\lambda (1 + \kappa_1)^2 \theta|_{\rho=\rho_0} + 2\kappa_1 &= 0, \\
k_\lambda (1 + \kappa_2)^2 \theta|_{\xi=-\bar{b}/2} + 2\kappa_2 &= 0, \\
k_\lambda (1 + \kappa_3)^2 \theta|_{\xi=\bar{b}/2} + 2\kappa_3 &= 0.
\end{aligned} \tag{22}$$

Для знаходження параметрів κ_i ($i = \overline{1,3}$) з рівнянь (22) (за конкретного значення однієї з координат) використовуємо метод Ньютона для системи нелінійних рівнянь [7], за перше наближення якого вибираємо $\kappa_i = 0$ ($i = \overline{1,3}$).

Числові дослідження. Вивчали температурне поле (20) у циліндрі, виготовленому зі сталі У12, висотою $b = 0,1$ м та радіусом $r_0 = 0,05$ м. Температура середовища t_s дорівнює найнижчій температурі $t_p = 273$ К з діапазону задання коефіцієнта теплопровідності, а ззовні циліндричної поверхні задана функційно-змінна температура $t_c(\xi)$. За відлікове значення температури t_0 прийняли $t_{\max} = 673$ К, максимальну температуру з діапазону задання коефіцієнта теплопровідності, а за характерний розмір – радіус циліндра $l_0 = r_0$. За опорне значення коефіцієнта теплопровідності прийняли $\lambda_{i0} = 47,8$ В/(м·К), а $k_\lambda = -0,366$ [12]. При цьому його середньоінтегральне значення для діапазону 273...673 К становить $\lambda_{av} = 42,6$.

Розподіл температури навколишнього середовища на межах задано так, щоб вона за підходу до кутових точок мала однакові значення, зокрема $T_c(\xi) = T_{\max} - (T_{\max} - T_p)\xi^2$ на поверхні $\rho = \rho_0$ та була постійною і рівною T_p на поверхнях $\xi = \pm \bar{b}/2$.

За результатами числових досліджень побудовано графіки (рис. 1 і 2), де суцільні лінії відповідають розподілу температури, коли коефіцієнт теплопровідності (19) залежить від неї, інші – розподілам температури за нехтування термочутливістю матеріалу, тобто за сталих коефіцієнтів теплопровідності (штрихові – коефіцієнт теплопровідності рівний опорному значенню λ_{i0} термочутливого циліндра $T = \theta|_{\kappa_i=0} + T_p$, а пунктирні – середньоінтегральному значенню λ_{av}).

Результати розрахунків залежності безрозмірного температурного поля T від осової координати ξ на різних віддальх від осі циліндра за формулами (18), (20) зображено на рис. 1а, а від безрозмірної радіальної координати ρ – на рис. 1б.

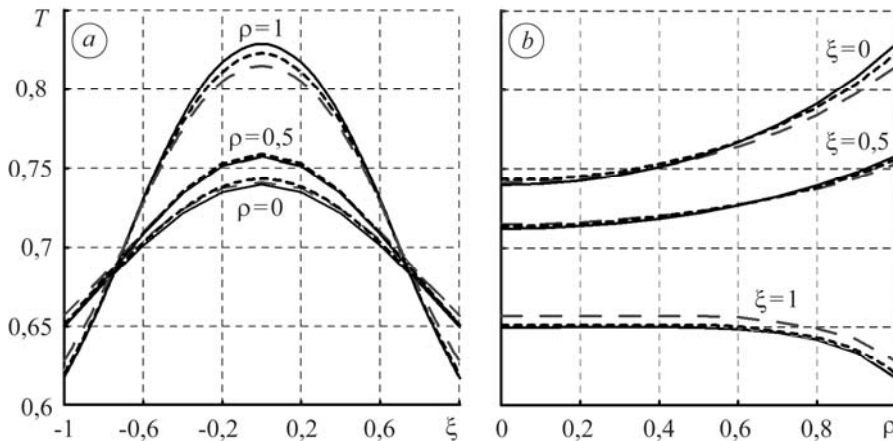


Рис. 1. Розподіл температури циліндра за осовою (а) та радіальною (б) координатами при $Bi_1 = 1$, $Bi_2 = Bi_3 = 0,5$.

Fig. 1. Temperature distribution of a cylinder by the axial (a) and radial (b) coordinates for $Bi_1 = 1$, $Bi_2 = Bi_3 = 0.5$. Solid lines correspond to the temperature distribution for the temperature-dependent thermal conductivity (19), dashed line for the thermal conductivity equal to λ_{i0} of thermosensitive $T = \theta|_{\kappa_i=0} + T_p$, dotted line for medium-integral value λ_{av} .

Виявлено, що вплив температурної залежності коефіцієнта теплопровідності на розподіл температурного поля відчутніший з наближенням до поверхні $\rho = 1$ та до торців циліндра $\xi = \pm 1$. Наприклад, максимальна розбіжність значень температури в термочутливому і нетермочутливому (коефіцієнт теплопровідності рівний його опорному значенню) циліндрах при $\xi = 1$, $\rho = 1$, $Bi_1 = 3$ становить 3%.

За нехтування цією залежністю (заміна коефіцієнта теплопровідності на опорне значення) (рис. 1) призводить до завищення температури на торцевих поверхнях $\xi = \pm \bar{b}/2$ і у середній частині циліндра, але до зниження на поверхні $\rho = \rho_0$. За використання середньоінтегральних значень характеристики спостерігаємо аналогічний ефект. Для заданого діапазону температур заміна залежних від температури характеристик на їх середньоінтегральні значення можлива біля поверхонь $\xi = \pm \bar{b}/2$ та у середній частині циліндра ($\rho = 0,5$; $\xi = 0,5$).

Рис. 2 ілюструє вплив тепловіддачі з поверхні $\rho = \rho_0$ на розподіл температурного поля вздовж осі циліндра при $\rho = 0$ та вздовж його радіуса при $\xi = 0$, теплообмін на поверхнях $\xi = \pm \bar{b}/2$ не змінюємо. Зі збільшенням тепловіддачі на поверхні $\rho = \rho_0$ розбіжність між значеннями температури в циліндрі з опорними та залежними від неї характеристиками зростає лише у середній частині циліндра, а на торцевих поверхнях $\xi = \pm 1$ вона несуттєва.

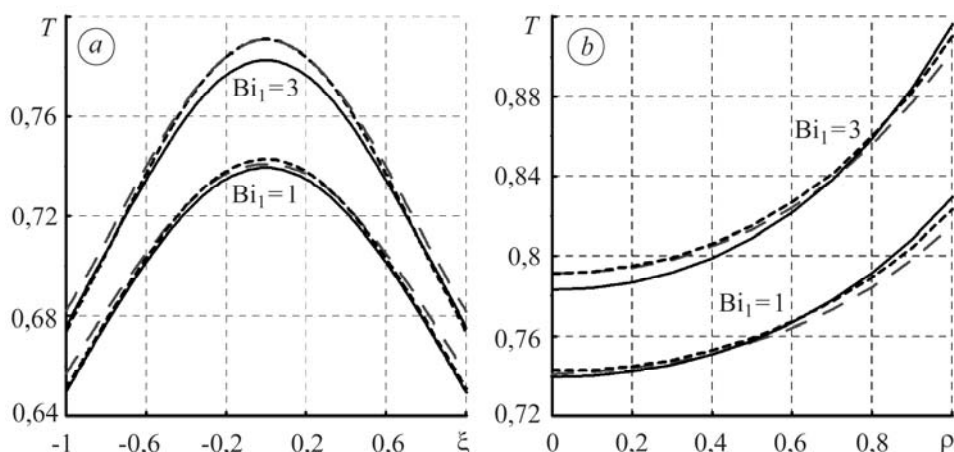


Рис. 2. Розподіл температурного поля вздовж осі (а) та радіуса (б) циліндра за різної тепловіддачі з поверхні $\rho = \rho_0$, $Bi_2 = Bi_3 = 0,5$.

Fig. 2. Temperature field distribution along the axis (a) and radius (b) of a cylinder at different heat levels from the surface $\rho = \rho_0$, $Bi_2 = Bi_3 = 0.5$.

Отримані числові результати фізично коректні, а їх достовірність підтверджує порівняння з розв'язком відповідної задачі теплопровідності для нетермочутливого циліндра [5]. Ітераційний підбір лінеаризувальних параметрів κ_i ($i = \overline{1,3}$) забезпечує задоволення нелінійних граничних умов (2) з заданою точністю.

ВИСНОВКИ

На прикладі задачі теплопровідності для термочутливого циліндра скінченної довжини, який конвективно обмінюється теплом через обмежувальні поверхні, зокрема зі середовищем функційно-змінної температури, показано ефективність застосування методу лінеаризувальних параметрів для побудови розв'язків двовимірних задач теплопровідності елементів конструкцій з урахуванням моделі термочутливого тіла. Для функційної залежності температури довколишнього

середовища від осьової координати встановлено, що заміна коефіцієнта теплопровідності на його опорне значення дає більшу похибку в обчисленні температури, ніж на його середньоінтегральне (для заданого діапазону температур). Вплив температурної залежності коефіцієнта теплопровідності на розподіл температурного поля посилюється біля обмежувальних поверхонь циліндра $\xi = \pm \bar{b}/2$, $\rho = \rho_0$ та у середній його частині зі збільшенням тепловіддачі з циліндричної поверхні $\rho = \rho_0$.

РЕЗЮМЕ. На основе модели термочувствительного тела определено температурное поле цилиндра конечной длины, сквозь поверхности которого осуществляется конвективный теплообмен с окружающей средой высокой температуры. При этом коэффициенты теплообмена на ограничивающих поверхностях разные, а температура среды, омывающей цилиндрическую поверхность, изменяется по высоте цилиндра. Показана эффективность применения для решения таких двумерных нелинейных задач теплопроводности метода линеаризующих параметров. Сравнением найденного распределения температуры с полученным на основе линейной модели (когда коэффициент теплопроводности постоянный и равный его опорному или среднеинтегральному значениям) выявлено влияние на это распределение термочувствительности материала.

SUMMARY. Based on the thermosensitive body model the temperature field of a finite length cylinder with convective heat transfer through all its surfaces with the environment of high temperature is determined. The heat transfer coefficients for limiting surfaces are different, and the temperature around the cylindrical surface changes along the cylinder height. The effectiveness of the linearizing parameters method for solution of the two-dimensional nonlinear heat conduction problems is shown. By comparing the found temperature distribution with that obtained by the linear model (when thermal conductivity coefficient is constant and equal to its basic value or mid-integral value) the influence on this distribution of the material temperature-sensitivity is shown.

1. Коляно Ю. М. Методы теплопроводности и термоупругости неоднородного тела. – К.: Наук. думка, 1992. – 280 с.
2. Кушнір Р. М., Попович В. С. Моделивання та оптимізація в термомеханіці електропровідних неоднорідних тіл / Під заг. ред. Я. Й. Бурака, Р. М. Кушніра. Т. 3: Термопружність термочувливих тіл. – Львів: Сполом, 2009. – 412 с.
3. Noda N. Thermal stresses in materials with temperature-dependent properties // Thermal Stresses I. – Amsterdam: Elsevier, 1986. – P. 391–483.
4. Popovych V. S., Kushnir R. M., and Vovk O. M. The thermoelastic state of a thermosensitive sphere and space with a spherical cavity subject to complex heat exchange // J. Engng. Math. – 2008. – 61, № 2–4. – P. 357–369.
5. Parihar K. S. and Sunita S. Patil Transient Heat Conduction and Analysis of Thermal Stresses in Thin Circular Plate // J. of Thermal Stresses. – 2011. – 34, № 4. – P. 335–351.
6. Попович В. С. О решении стационарных задач теплопроводности контактирующих термочувствительных тел // Мат. методы и физ.-мех. поля. – 1989. – Вып. 29. – С. 51–55.
7. Kushnir R. M., Popovych V. S., and Yanishevsky V. V. Thermal and Thermoelastic State of Thin-walled Thermosensitive Structures Subject to Complex Heat Exchange // J. of Thermal Stresses. – 2012. – 35, № 1–3. – 91–102.
8. Галицын А. С., Жуковский А. Н. Интегральные преобразования и специальные функции в задачах теплопроводности. – К.: Наук. думка, 1976. – 284 с.
9. Карташов Э. М. Аналитические методы в теории теплопроводности твердых тел. – М.: Высш. шк., 1985. – 480 с.
10. Снеддон И. Преобразования Фурье. – М.: Изд-во иностр. лит., 1955. – 668 с.
11. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица, Н. Стиган. – М.: Наука, 1979. – 832 с.
12. Марочник сталей и сплавов / Под ред. В. Г. Сорокина. – М.: Машиностроение, 1989. – 640 с.

Одержано 21.05.2013