five types of stability of the noted problem are got. Topological properties of of subsets of space of input data problems which the optimality of its solutions is saved on, are set.

Key words: *discrete optimization, vector problem, stability, well-posedness.*

Одержано 05.03.2017

УДК 518.25

Л. М. Семчишин, канд. фіз.-мат. наук, доцент

Тернопільський національний економічний університет, м. Тернопіль

ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ ВІДСІЧЕНИХ СИСТЕМ ЛІНІЙНИХ АЛГЕБРАЇЧНИХ РІВНЯНЬ В СЕРЕДОВИЩІ MATLAB

Запропоновано новий підхід до розв’язання методу відсічених систем. Показано рекурентні співвідношення для розв'язання числових систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Охарактеризована система лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами. Проведено порівняльну характеристику СЛАР з числовими елементами та описано тестування процедур лінійної алгебри в середовищі MatLab.

Ключові слова: *відсічені системи, системи лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами, процедури лінійної алгебри.*

Вступ. Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) завжди є одним із актуальних задач обчислювальної математики. Обчислювальна математика вивчає чисельні методи розв'язування різних математичних задач, тобто методи, які ґрунтуються на побудові скінченної послідовності дій над скінченною множиною чисел. За умови використання таких методів розв'язок математичної задачі отримується у вигляді числового результату. Досліджуючи ті чи інші процеси або явища, проектуючи зразки нової техніки з використанням математичних методів і ЕОМ, спочатку складають математичну модель досліджуваного об'єкта. Тоді побудовану математичну модель перетворюють до такого вигляду, щоб розв'язок можна було знайти (звичайно з певною похибкою) у вигляді числового результату за допомогою арифметичних і логічних операцій. Таке перетворення виконують, застосовуючи числові методи.

Постановка проблеми. При розв’язанні широкого кола прикладних задач більшість сучасних вчених, інженерів і техніків, як правило, використовують пакети комп’ютерної алгебри. Розв’язання математичних задач з допомогою системи MatLab заслуговує особливої уваги. Зорієнтована на роботу з реальними даними, ця система виконує всі обчислення в арифметиці з плаваючою комою на відміну від конкуруючих систем комп’ютерної алгебри REDUCE, MACSYMA, DERIVE, Maple, Mathematica, Theorist, в яких переважає цілочисельне представлення і символьна обробка даних.

Система MatLab — відкрите середовище, яке досить динамічно розвивається зусиллями сотень і тисяч дослідників, адже це одночасно і операційна оболонка і досить гнучка мова програмування. Однією з найбільш сильних сторін є те, що на мові MatLab можуть бути написані програми і функції для багатократного використання.

Аналіз останніх публікацій. Багато відомих вітчизняних і закордонних вчених займалися проблемами розв'язування СЛАР. Серед них: В. Воєводін [1], Є. Тиртишніков [2], Д. Уоткінсон [3] та ін. Однак деякі проблеми не мають однозначного розв'язання і потребують уточнення. У роботі М. Недашковського і О. Ковальчук [4] розглянуто комп'ютерні алгоритми для систем лінійних алгебраїчних рівнянь з λ-матрицями. Особлива увага приділялась методам розв'язування відсічених систем у працях таких вчених як: Г. Цегелик [5], С. Шахно [6] та ін.

Актуальність теми. Застосування методу відсічених систем вимагає використання ефективних чисельних методів.

Слід зауважити, що питання програмної реалізації методу відсічених систем і процедури лінійної алгебри розглядалися у працях [7, с. 169–181]. Однак, у роботі М. Недашковського і О. Ковальчук [4] розглянуто комп'ютерні алгоритми для систем лінійних алгебраїчних рівнянь в середовищі MatLab.

Мета роботи. Метою цієї роботи є дослідження якості наявного програмного забезпечення MatLab у розділі лінійної алгебри і пропозиції по його модернізації. З цією метою проведено цикл числових експериментів, в яких використано програми з арсеналу MatLab і програми написані мовою цієї системи для методу відсічених систем [7].

Теоретичну та методологічну основу дослідження складають методи оптимізації, економіко-математичне моделювання.

Основна частина. Проаналізуємо особливості застосування методу відсічених систем у середовищі MatLab. Для тестування набору програм розглянемо системи рівнянь запропоновані в роботах Д. Уоткінсона [3], М. О. Недашковського [4] та інших фахівців-обчислювачів.

Для перевірки наростання похибок заокруглення в методах виключення за рахунок росту проміжних елементів у процесі перетворення матриці Д. Уоткінсона [4] розглянемо систему з наступною матрицею:

$$A_W = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ -1 & 1 & \cdots & 0 & 1 \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots & 1 \\ -1 & -1 & \cdots & 1 & 1 \\ -1 & -1 & \cdots & -1 & 1 \end{pmatrix} \qquad (1)$$

У методах виключення з вибором ведучого елемента по стовпцях із-за росту елементів у процесі перетворень при подібному заповненні матриці досягається похибка заокруглення порядку $n2^n$. Тут n — порядок системи.

Для спрощення аналізу точності отриманих значень невідомих x_i права при тестуванні підібрана таким чином, щоб точний розв'язок був $x_i = i$ для всіх $i = 1, 2, ..., n$.

Для розв'язання систем лінійних алгебраїчних рівнянь з числовими елементами в середовищі MatLab написана і протестована функція Essemp. Ця функція реалізує другий алгоритм відсічених систем і написана за допомогою об'єктно-орієнтованої макромови MatLab.

Сам алгоритм розв'язання початкової системи з матрицею (1) може бути поданий рекурентними співвідношеннями:

$$\left.\begin{array}{l} b_{i,k} = \dfrac{a_{i,k} - \sum\limits_{j=1}^{k-1} a_{i,j} x_j^{(k-1)}}{a_{k,k} - \sum\limits_{j=1}^{k-1} a_{k,j} x_j^{(k-1)}} \quad (i = \overline{k+1, n}); \\ z_k^{(k)} = b_{k+1,k} \ (k = \overline{1, n-1}); \ z_s^{(k)} = b_{k+1,s} - \sum\limits_{i=s+1}^{k} b_{i,s} z_i^{(k)} (s = \overline{k-1, 1}) \end{array}\right\} \quad (2)$$

та

$$\left.\begin{array}{l} b_{k,i} = \dfrac{a_{k,i} - \sum\limits_{j=1}^{k-1} a_{j,i} z_j^{(k-1)}}{a_{k,k} - \sum\limits_{j=1}^{k-1} a_{j,k} z_j^{(k-1)}} \quad (i = \overline{k+1, n}); \\ x_k^{(k)} = b_{k+1,k} \quad (k = \overline{1, n-1}); \ \ x_s^{(k)} = b_{s,k+1} - \sum\limits_{i=s+1}^{k} b_{s,i} x_i^{(k)} \quad (s = \overline{k-1, 1}) \end{array}\right\} \quad (3)$$

Слід зауважити, що коли дана система лінійних алгебраїчних рівнянь має симетричну матрицю, тобто $A = A^T$, то $a_{i,j} = a_{j,i}$ для всіх i та j. Із врахуванням цієї обставини обчислювальна схема може бути значно спрощена і реалізована сукупністю рекурентних співвідношень:

$$\left.\begin{array}{l} b_{i,k} = \dfrac{a_{i,k} - \sum\limits_{j=1}^{k-1} a_{i,j} x_j^{(k-1)}}{a_{k,k} - \sum\limits_{j=1}^{k-1} a_{j,k} x_j^{(k-1)}} \quad (i = \overline{k+1, n}); \\ x_k^{(k)} = b_{k+1,k} \ (k = \overline{1, n-1}) \ ; \ x_s^{(k)} = b_{k+1,s} - \sum\limits_{i=s+1}^{k} b_{i,s} x_i^{(k)} \ (s = \overline{k-1, 1}) \end{array}\right\} \quad (4)$$

Утворена таким чином система розв’язувалася за допомогою функції ESSEMP, а також стандартними методами, включеними до складу пакета MatLab 2007b. Подамо текст цієї невеликої програми:

```
    unction [] =MatLab_Wilkinson_Test( Dimension )
    %---------------------------------------------
    % процедура для тестування методів лінійної
алгебри пакету MatLab
    % на ріст похибки в проміжних обчисленнях за
допомогою тестової
    % матриці Уілкінсона
    %---------------------------------------------
    % Ввід початкових даних тестової системи
    clc
    N=0;
    while N<=36
    N=N+12
    N1 =N+1;
    Np=1;
    for i=1 : N
      Sum=0;
      for j=1 : N
            if (i<j) A(i,j)=0.0; end
            if (i>j) A(i,j)=-1.0; end
            A(i,i)=1.0;
            A(i,N)=1.0;
            Sum=Sum+A(i,j)*j;
      end
      B(i)=Sum;
    end
    X=B'\A
    end
    end
```

Таким чином, запропоновані алгоритми для даної тестової системи середньої розмірності мають суттєві переваги в порівнянні із стандартними функціями пакета MatLab.

Висновки. У статті розглянуто новий підхід до розв'язування методу відсічених систем. Подано алгоритм розв’язання системи рекурентними співвідношеннями і програму для тестування.

Запропонований алгоритм може ефективно використовуватися в системах комп’ютерної алгебри та для аналітично-числового розв’язування інженерних задач та прикладних задач механіки. На основі запропонованого підходу в пакеті MatLab були проведені числові експерименти для СЛАР з числовими елементами та описано тестування процедур лінійної алгебри в середовищі MatLab.

Список використаних джерел:

1. Воеводин В. В. Линейная алгебра. С.-Петербург.: Лань, 2008. 416 с.
2. Тыртышников Е. Е. Матричный анализ и линейная алгебра. М.: Физматлит, 2007. 480 с.
3. Уоткинс Д. Основы матричных вычислений. М.: Бином. Лаборатория знаний, 2006. 664 с.
4. Недашковський М. О., Ковальчук О. Я. Обчислення з λ-матрицями. К.: Наукова думка, 2007. 294 с.
5. Цегелик Г. Г. Чисельні методи. Л.: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. 408 с.
6. Шахно С. М. Чисельні методи лінійної алгебри. Л.: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. 245 с.
7. Семчишин Л. М. Програмна реалізація методу відсічених систем і процедури лінійної алгебри в середовищі MATLAB в кн.: *Вісник Тернопільського національного технічного університету.* Тернопіль, 2012. №1 (65). С. 169–181.

New approach to the severance system method solution is suggested in the work. Showing recurrence relations for solving numerical systems of linear algebraic equations. The system of linear algebraic equation with numerical elements is characterized. Comparative characteristic of SLAR with numerical elements is conducted and the linear algebraic testing procedure in the MatLab environment is described.

Key words: *severance system, system of linear algebraic equotins with numerical elements, linear algebraic procedure.*

Одержано 15.02.2017

УДК 519.9

І. В. Сергієнко, д-р. фіз.-мат. наук, професор, академік НАН України,
В. К. Задірака, д-р. фіз.-мат. наук, професор, академік НАН України,
І. В. Швідченко, канд. фіз.-мат. наук

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України, м. Київ

НАУКОВА ТЕМАТИКА МІЖНАРОДНИХ МАТЕМАТИЧНИХ ФОРУМІВ З ПИТАНЬ ОПТИМІЗАЦІЇ ОБЧИСЛЕНЬ

Розглядаються основні етапи розвитку тематики з питань оптимізації обчислень.

Ключові слова: *теорія похибок, оптимальні алгоритми, інформаційні оператори, апріорна інформація, оптимізація обчислень.*

Вступ. На сьогоднішній день проведено сорок три міжнародних наукових форуми з питань оптимізації обчислень. XLIV-й присвячений 60-річчю від дня заснування Інституту кібернетики іме-