
РІВНЯННЯ СТАНУ МЕТАЛЕВОГО ВОДНЮ ТА АТОМАРНОГО ГЕЛІЮ І ВНУТРІШНЯ БУДОВА ЮПІТЕРА ТА САТУРНА

В.Т. ШВЕЦЬ, Т.В. ШВЕЦЬ, С.Є. РАЧИНСЬКИЙ

УДК 537.311.31
© 2010

Одеська державна академія холоду
(Вул. Дворянська, 1/3, Одеса 65026, Україна; e-mail: valtar@paco.net)

Запропоновано рівняння стану суміші металевого водню та атомарного гелію. Досліджений інтервал тисків, температур і густин відповідає умовам найбільших планет сонячної системи – Юпітера і Сатурна. Вважається, що речовина планети являє собою суміш протонів, атомів гелію та електронів. Для знаходження тиску суміші використовується теорія збурень за електрон-протонною та електрон-атомною взаємодіями. Електронна підсистема розглядається у наближенні випадкових фаз. Взаємодії протонів, атомів, атомів і протонів враховуються у наближенні твердих сфер. Проаналізовано застосовність моделі політропного шару до моделювання внутрішньої будови Юпітера і Сатурна та запропоновано конкретне значення індексу політропи. Знайдено густину, тиск і температуру на Юпітері та Сатурні як функції відстані до їх центра. Оцінено можливі долі водню і гелію у складі планет.

1. Вступ

Після відкриття водню у металевому стані ([1, 2] при тиску у 1,4 Мбар, температурі 3000 К) і досить детального експериментального дослідження його властивостей у земних умовах з'явилась реальна можливість дослідити ці властивості в умовах, які поки що неможливо відтворити на Землі. У цьому сенсі в ролі природної лабораторії можуть розглядатись планети-гіганти. Завдяки відомим моделям цих планет [3–6] знаємо такі термодинамічні характеристики планет, як густина, тиск і температура як функції відстані від центра. Всі моделі, основані на рівнянні механічної рівноваги планети і рівнянні політропи, відомі досить давно [7, 8]. Однак ключовою характеристикою речовини, що відіграє принципову роль у розрахунках густини, тиску і температури є рівняння стану. Зауважимо, що при отриманні металевого водню у земних

умовах із трьох його характеристик (тиску, густини і температури) безпосередньо вимірювався лише тиск [1, 2]. Стосовно ж планет-гігантів можна стверджувати, що жодна з цих характеристик у центральній частині планети не може бути виміряна. Нині дослідження рівноважних властивостей металевого водню ведеться широким фронтом [9–11]. Також триває і уточнення рівняння стану [12–14]. Кожна така дія дозволяє точніше розрахувати всю сукупність термодинамічних характеристик планети і уточнити саму вихідну модель планети, засновану також на рівнянні політропи.

Дану роботу присвячено дослідженню рівняння стану суміші металевого водню і атомарного гелію у діапазоні густин та температур, характерних для планет-гігантів. Зауважимо, що раніше воно досліджувалось для значень густини 0,6 г/см³ і температури 3000 К, характерних для умов отримання металевого водню у земних умовах. На основі цих досліджень уточнено деякі важливі термодинамічні характеристики таких планет-гігантів сонячної системи, як Юпітер і Сатурн. Зокрема, запропоновано алгоритм знаходження концентрації гелію у центральних частинах цих планет.

2. Рівняння механічної рівноваги планети

Рівняння механічної рівноваги планети має вигляд [6–8]:

$$\frac{1}{r^2} \frac{d}{dr} \left[\frac{r^2}{\rho(r)} \frac{dP(r)}{dr} \right] = -4\pi G \rho(r), \quad (2.1)$$

де $P(r)$ і $\rho(r)$ – тиск і густина на планеті як функція відстані до її центра; G – гравітаційна стала. Це рів-

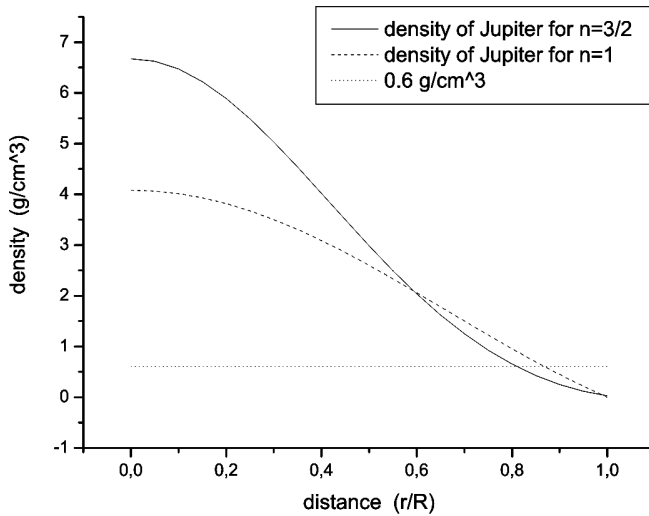


Рис. 1. Залежність густини на планеті Юпітер від відстані до центра для значень індексу політропи 3/2 і 1

няння описує планету із сферично-симетричним розподілом речовини без урахування її обертання. Зв'язок між тиском і густиною прийнято описувати рівнянням політропи:

$$P(r) = c\rho^{1+1/n}(r), \quad (2.2)$$

яке зумовлене припущенням про конвективне перенесення тепла між різними прошарками планети. Тут c – довільна стала; n – індекс політропи.

Специфіка конкретної планети проявляється через межові умови в центрі і на поверхні:

$$\rho(R) = 0, \quad (2.3)$$

$$\rho(0) = \rho_0, \quad (2.4)$$

$$c(1 + 1/n) \lim_{r \rightarrow R} \rho^{1/n-1}(r) \frac{d\rho(r)}{dr} = -G \frac{M}{R^2}, \quad (2.5)$$

$$\frac{d\rho(0)}{dr} = 0. \quad (2.6)$$

Тут M – маса планети; R – її радіус; ρ_0 – густина речовини планети у її центрі. Маса і радіус планети вважаються відомими, а густина у її центрі є ще одним параметром задачі. Чотири межові умови дозволяють отримати частинний розв'язок рівняння і визначити сталі ρ_0 і c .

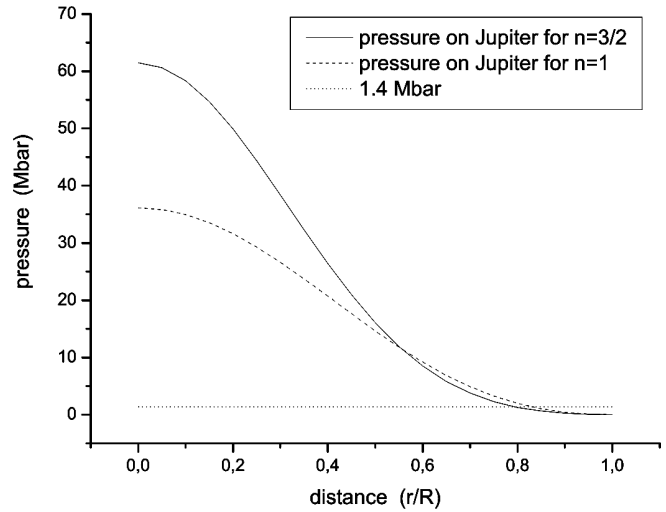


Рис. 2. Залежність тиску на планеті Юпітер від відстані до центра для значень індексу політропи 3/2 і 1

Подальшими замінами невідомої функції $u = \rho^{1/n}$, $y = u/u_0$, $x = \lambda r$ рівняння рівноваги можна звести до безрозмірного вигляду

$$\frac{1}{x^2} \frac{d}{dx} \left(x^2 \frac{dy}{dx} \right) + y^n = 0, \quad (2.7)$$

що є рівнянням Емдена. Параметр u_0 визначається співвідношенням $\rho(0) = u_0^n$. Тепер густина і тиск планети можна виразити через розв'язок рівняння Емдена $y(x)$ та безрозмірний радіус планети x_1 – розв'язок рівняння $y(x_1) = 0$:

$$\rho(r) = -\frac{x_1 M}{4\pi R^3 y'(x_1)} y^n \left(\frac{x_1}{R} r \right), \quad (2.8)$$

$$P(r) = \frac{G M^2}{4\pi(1+n)R^4 [y'(x_1)]^2} y^{1+n} \left(\frac{x_1}{R} r \right). \quad (2.9)$$

Єдиним невідомим параметром залишається індекс політропи n . У випадку $n = 1$ рівняння Емдена є лінійним і має аналітичний розв'язок. Вважається, що він відповідає частково виродженому електронному газу. Саме це значення індексу політропи нині є найбільш популярним [3–5]. На рис. 1, 2 йому відповідають значення густини в центрі Юпітера приблизно 4 г/см³ і тиску приблизно 40 Мбар. Горизонтальна лінія відповідає густині, при якій у земних умовах був отриманий водень у металевому стані. Видно, що для $n = 1$ сприятливі умови для переходу водню у металевий стан виникають вже на відстані в 0,1 радіуса

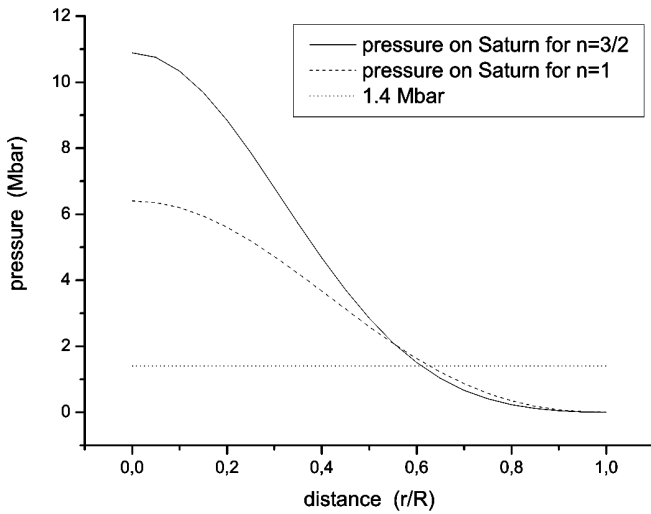


Рис. 3. Залежність тиску на планеті Сатурн від відстані до центра для значень індексу політропи 3/2 і 1

планети від її поверхні. При $n = 3/2$ ці умови настають на відстані 0,2 радіуса планети від її поверхні, а густина і тиск у центрі планети близькі до 7 г/см^3 і 60 Мбар відповідно.

У цій роботі вважатимемо $n = 3/2$, що відповідає повністю виродженому електронному газу. Як показано на рис. 3, відмінність тиску у центральній частині Сатурна у разі двох зазначених значень індексу політропи буде досить істотною.

Як видно з рис. 2, де наведено тиск для Юпітера, сприятливі умови для переходу водню у металевий стан також виникають на відстані 0,1 радіуса планети при $n = 1$ та на відстані 0,2 радіуса планети при $n = 3/2$. Оскільки у цих точках два термодинамічні параметри одночасно набувають необхідних значень, то їх і слід вважати точками, що розділяють металеву та молекулярну фази водню. Третій термодинамічний параметр – температура відповідно до рівняння стану, дослідженого в роботах [12–14] – також має необхідне значення близько 3000 К.

Оскільки температура у центрі планет за різними оцінками приблизно 10000 К – 20000 К, що становить лише декілька відсотків від енергії Фермі, то досить обмежитись при врахуванні температурних ефектів лише лінійними за температурою поправками до внутрішньої енергії планети. Саме такою поправкою є кінетична енергія протонної і гелієвої підсистем. Температурна поправка до енергії електронного газу є квадратичною за температурою і нею можна цілком знехтувати, вважаючи електронний газ повністю виродженим. Легко показати, що при $n = 3/2$ прибли-

зно 80% маси Юпітера зосереджено в області металізації водню.

3. Модель ідеальних електронного, протонного і атомного газів

Індекс політропи $n = 3/2$ відповідає моделям класичного і виродженого ідеальних газів. Першу з них застосуємо для протонної підсистеми металевого водню та атомів гелію. При цьому вважатимемо речовину планети хімічно однорідною, а атоми гелію нейтральними, що цілком відповідає сучасним уявленням про умови металізації гелію [15, 16]. Обмежимося розглядом лише тієї частини планети, що належить до області металізації водню.

Нехай c – концентрація електронного газу. Визначимо її як відношення кількості електронів до кількості протонів і атомів гелію. У цьому випадку тиск, що створюється атомами і протонами, визначатимемо так:

$$P_{p+He}(\rho, T, r) = \frac{\rho(r)}{M_H c + M_{He}(1 - c)} k_B T(r), \quad (3.1)$$

де M_H , M_{He} – маси протона і гелію відповідно; $\rho(r)$ – густина речовини планети, що визначається рівнянням механічної рівноваги планети. Відповідно, для густини електронів матимемо

$$n_e(c, r) = c \frac{\rho(r)}{M_H c + M_{He}(1 - c)}. \quad (3.2)$$

Другу модель – модель виродженого ідеального газу, застосуємо до електронного газу, що утворюється при металізації водню у центральній частині планети. Його рівняння стану таке:

$$P_e(\rho, r) = 2n_e(c, r)\varepsilon_F(c, r)/5, \quad (3.3)$$

де $P_e(n_e, r)$ – тиск виродженого газу, що створений електронами на відстані r від центра планети; m – маса електрона. Отже, без урахування взаємодій для суміші водню і гелію $n = 3/2$, незалежно від того, знаходяться вони у молекулярному чи металевому станах. Загальний тиск, що виникає у центральній частині планети, дорівнює:

$$P(\rho, T, r) = P_{p+He}(\rho, T, r) + P_e(\rho, r). \quad (3.4)$$

Чисельний аналіз останньої формули показує, що і Юпітер, і Сатурн не можуть складатись лише з водню, оскільки тоді тиск електронного газу у декілька

разів більший за тиск, що впливає з рівняння механічної рівноваги планети при використанні моделі політропного шару з $n = 3/2$. Якщо концентрація електронів, так само як і концентрація водню у центральній частині планети, становить лише 0,761, то зазначені тиски для Юпітера практично збігаються. Для Сатурна гранична концентрація електронного газу становить 0,649. На нашу думку, основним фактором, що зумовлює таку граничну концентрацію електронного газу, є наявність у складі планети інших елементів – у першу чергу гелію. Зроблений висновок має бути уточненим врахуванням, у першу чергу, протонної підсистеми, а також взаємодій у системі.

Оскільки температурні внески у термодинамічні потенціали і тиск є невеликими поправками, то результати розрахунків температури є чутливими щодо концентрації електронного газу. При концентрації 0,761 температура планети Юпітер є нульовою. Тобто, саме додатність температури задає верхню межу концентрації електронного газу. При концентрації 0,74 температура в центрі планети досягає 20000 К. Це і пояснює велику розбіжність літературних даних щодо температури.

Температуру планети можна знайти, прирівнюючи тиски, знайдені у моделі ідеального газу і політропного шару. При цьому отримуємо температуру як функцію відстані до центра планети і концентрації електронного газу. Більшої інформації про температуру наразі отримати неможливо. Для визначення температури планети потрібне ще одне рівняння, що дало б можливість визначити концентрацію електронного газу. У ролі такого рівняння візьмемо рівняння стану взаємодіючих електронного, протонного і гелієвого газів. При цьому визначимо і роль взаємодій у формуванні тиску на планеті.

4. Внутрішня і вільна енергії

Гамільтоніан електронної підсистеми металевого водню можна взяти у вигляді, подібному до простих рідких металів [17]. Внутрішню енергію системи отримуємо його усередненням за канонічним ансамблем Гіббса:

$$E = \langle H \rangle = E_i + E_e + E_{ie}. \quad (4.1)$$

Для внеску в енергію протонної підсистеми маємо

$$E_i = \langle H_i \rangle = N \frac{3}{2} k_B T + N \frac{1}{2V} \sum_{\mathbf{q}} V(\mathbf{q}) [S^i(\mathbf{q}) - 1], \quad (4.2)$$

де T – абсолютна температура систем. Перший доданок у правій частині є кінетичною енергією протонів. Другий – енергією Маделунга, яка враховує взаємодію заряджених протонів, ядер, іонів, а отже, нейтральні атоми гелію не даватимуть внеску у цю енергію; $S^i(\mathbf{q})$ – статичний структурний фактор протонної підсистеми.

Енергію електронної підсистеми і енергію взаємодії електронної та протонної підсистем зручно розглядати разом. Їх суму – енергію основного стану електронного газу в полі протонів, можна розвинути в ряд за степенями електрон-протонної взаємодії:

$$E_e = \langle H_e \rangle + \langle H_{ie} \rangle = \sum_{n=0}^{\infty} E_n. \quad (4.3)$$

У свою чергу, в кожному порядку за електрон-протонною взаємодією відповідний внесок слід розвинути в ряд за електрон-електронною взаємодією. Для члена нульового порядку за електрон-протонною взаємодією він має вигляд

$$E_0 = N \left(\frac{1,105}{r_s} - \frac{0,458}{r_s} - 0,058 + 0,016 \ln r_s \right), \quad (4.4)$$

де r_s – параметр неідеальності Бракнера. Перший доданок відповідає кінетичній енергії електронів, другий – енергії Хартрі–Фока [18]. Третій і четвертий доданки – кореляційній енергії, для якої використана інтерполяційна формула Ноз'єра–Пайнса [18, 19].

Член другого порядку за електрон-протонною взаємодією, так звана енергія зонної структури, має вигляд [20–24]:

$$E_2 = N \frac{-1}{4\pi^2} \int_0^{\infty} \frac{\pi(q)}{\varepsilon(q)} V^2(q) S(q) q^2 dq, \quad (4.5)$$

де $\pi(q)$ – поляризаційна функція; $\varepsilon(q)$ – діелектрична проникність електронного газу у наближенні випадкових фаз із врахуванням обмінної взаємодії і кореляцій електронів у наближенні локального поля [25].

За наявності підсистеми атомів гелію, останні даватимуть внесок в енергію зонної структури. Цей внесок можна врахувати такою заміною:

$$\begin{aligned} V^2(q) S(q) &\rightarrow c(1-c)[V_{\text{H}}(q) - V_{\text{He}}(q)]^2 + \\ &+ c^2 V_{\text{H}}^2(q) S_{\text{H,H}}(q) + c(1-c)V_{\text{H}}(q)V_{\text{He}}(q)S_{\text{H,He}}(q) + \\ &+ (1-c)^2 V_{\text{He}}^2(q) S_{\text{He,He}}(q), \end{aligned} \quad (4.6)$$

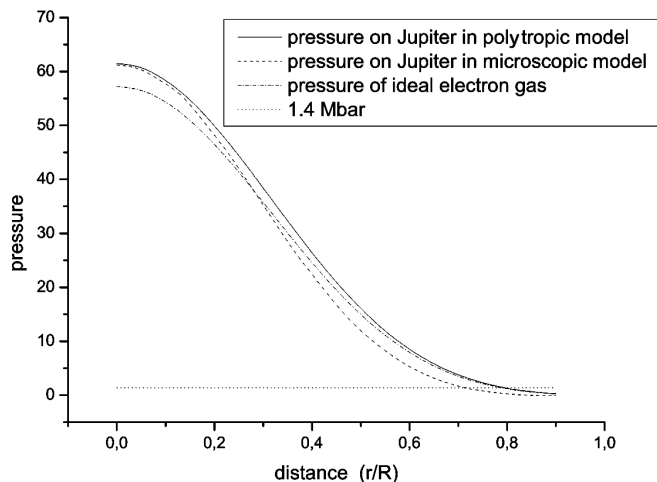


Рис. 4. Тиск на Юпітері, розрахований у другому порядку теорії збурень за електрон-протонною та електрон-атомною взаємодіями

де $V_H(q)$, $V_{He}(q)$ – формфактори електрон-протонної і електрон-атомної взаємодій відповідно; $S_{H,H}(q)$, $S_{H,He}(q)$, $S_{He,He}(q)$ – парціальні парні структурні фактори [26, 27] протонний, протон-атомний і атомний відповідно.

Член третього порядку за потенціалом електрон-протонної взаємодії, як показано у роботах [13, 14], суттєвий лише в околі точки переходу водню у металевий стан. Зі зростанням густини його абсолютна і відносна величина швидко спадає. Вже при густині порядку 1 г/см^3 він становить лише декілька відсотків від члена другого порядку. Для густин $5\text{--}7 \text{ г/см}^3$, характерних для центральних областей планет-гігантів, ним цілком можна знехтувати. Ще більше сказане стосується члена третього порядку за електрон-атомною взаємодією, оскільки при всіх густинах він набагато менший за член третього порядку за електрон-протонною взаємодією.

За означенням вільної енергії

$$F = E - TS, \tag{4.7}$$

S – ентропія системи. Її можна взяти у наближенні твердих сфер [26, 27]:

$$S = S_{\text{gas}} + S(\eta), \tag{4.8}$$

$$S_{\text{gas}} = \frac{5}{2} + \frac{3}{2} \ln \left(\frac{M_H^C M_{He}^{1-C} k_B T}{2\pi n^{2/3}} \right) -$$

$$-c \ln(c) - (1 - c) \ln(1 - c) \tag{4.9}$$

– ентропія ідеального протонного і атомного газів, n – його густина,

$$S(\eta)/k_B = -2 \ln(1 - \eta) + 6 \left(1 - \frac{1}{1 - \eta} \right) +$$

$$+ 15c(1 - c)\eta(1 - \lambda)^{1,7} \tag{4.10}$$

– інтерполяційна формула для внеску, зумовленого взаємодією між твердими сферами; η – сумарна густина пакування для протонів і атомів; λ – відношення діаметрів твердих сфер протона та атома.

Єдиним параметром системи у моделі твердих сфер є щільність пакування для протонів і атомів, які безпосередньо виражаються через діаметри відповідних твердих сфер. Для їх знаходження використовується парна ефективна міжпротонна взаємодія [28]. Важливою її властивістю є те, що вона не містить підгінних параметрів, а залежить лише від густини системи. Діаметр твердих сфер, тобто мінімальну відстань, на яку при даній температурі можуть наблизитись протони, знаходимо з умови рівності кінетичної і потенціальної енергії протонів при їх взаємному зближенні. Аналогічно шукаємо діаметр твердих сфер і щільність пакування для атомів гелію [29].

5. Обговорення результатів

На рис. 4 наведено залежність тиску на планеті Юпітер, обчисленого у різних наближеннях. При цьому речовина планети має дві складові: водень і гелій. Вважається, що водень повністю дисоціює на протони і електрони, а гелій залишається в атомарному неіонізованому стані. Це припущення вірне лише в межах центральної частини планети при відстані до центра не більший за 0,8 радіуса планети. Речовину планети вважатимемо хімічно однорідною. Єдиним невідомим параметром системи залишається концентрація електронного газу. Від цього параметра залежатиме і температура планети, і тиск на ній, знайдений у межах мікроскопічної моделі. Надалі підберемо значення цього параметра з умови збігу значення тиску, отриманого в межах політропної моделі планети, і значення тиску, отриманого в межах мікроскопічної моделі планети з урахуванням всіх взаємодій, у центрі планети, де їх роль внаслідок високої густини електронного газу є найменшою. Відповідне значення концентрації електронів дорівнює 0,747. При цій же концентрації електронів на рис. 5 наведено і рівняння стану ідеального виродженого електронного газу. Видно, що й модель ідеального виродженого

електронного газу, і модель взаємодіючої електрон-атом-протонної рідини досить добре збігаються з рівнянням стану, отриманим у межах політропної моделі. При цьому, якщо рівняння стану ідеального виродженого електронного стану краще описує поведінку тиску від відстані до центра ближче до поверхні планети, то мікроскопічне рівняння стану краще описує поведінку рівняння стану, отриманого в межах політропної моделі ближче до її центра. Температура, що відповідає концентрації 0,747, наприклад, у центрі планети Юпітер виявляється рівною 14000 К.

Зауважимо, що відмінність тиску, отриманого в межах мікроскопічної моделі, від тиску, отриманого в межах політропної моделі планети Юпітер, свідчить про неможливість опису рівняння стану взаємодіючої системи простим степеневим законом. У центральній частині Юпітера, де густина електронного газу є надзвичайно високою, ця відмінність майже непомітна. При наближенні до поверхні планети густина електронного газу швидко спадає, і ця відмінність стає значною.

На рис. 5 наведено рівняння стану для політропної моделі, мікроскопічної моделі при врахуванні взаємодій і моделі ідеального електронного газу для планети Сатурн. У цьому випадку концентрація електронного газу на планеті становить 0,64. Цій концентрації відповідає температура у центрі планети у 4000 К. У випадку Сатурна область, де виникають сприятливі умови для металізації водню для політропної моделі не перевищує 0,6 радіуса планети і 0,5 радіуса для мікроскопічної моделі при врахуванні взаємодій. Відповідно маса речовини планети, зосереджена в області металізації, у першому випадку становить 0,6 маси планети, а у другому випадку – 0,5 маси планети. Тобто у випадку Сатурна запропонована мікроскопічна модель описує значно меншу частину планети, ніж у випадку Юпітера. Відповідно є нижчою і точність такого опису.

6. Висновки

В умовах, що відповідають центральним областям планет-гігантів, модель майже вільних електронів є надзвичайно доброю. Ряд теорій збурень за електрон-протонною та електрон-атомною взаємодіями швидко збігається. Внесок взаємодій у протонно-гелієвій системі у рівняння стану знаходиться в межах 15%–20%.

Концентрація електронів провідності для Юпітера становить 0,747, що свідчить про наявність великої кількості інших речовин, насамперед гелію, у скла-

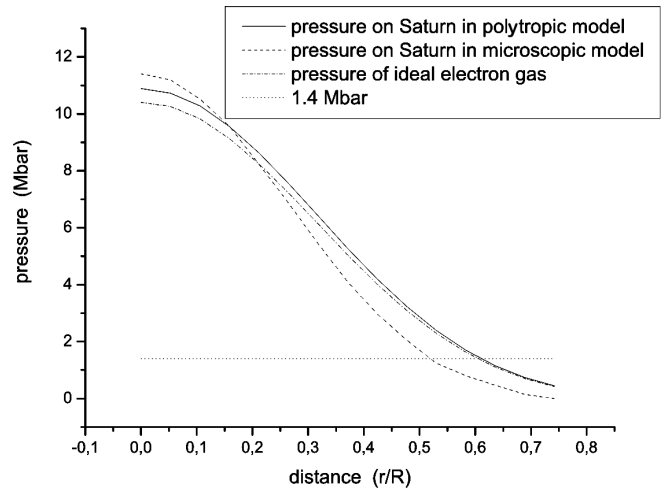


Рис. 5. Тиск на Сатурні, розрахований у другому порядку теорії збурень за електрон-протонною та електрон-атомною взаємодіями

ді Юпітера (приблизно 25%). Процент гелію у центральній частині планети є значно більшим за 18%, що характерно для атмосфери Юпітера. Політропна модель для Юпітера з $n = 3/2$ є добре обґрунтованою.

Концентрація електронів провідності для Сатурна становить 0,64, що свідчить про наявність великої кількості інших речовин у складі планети (приблизно 36%). Процент гелію у центральній частині планети має бути значно більшим за 11%, що характерно для атмосфери Сатурна. Меншій концентрації гелію в атмосфері Сатурна, ніж в атмосфері Юпітера, відповідає і менша концентрація гелію в центральній частині планети. Отже, вона не може перевищувати 25%, характерних для Юпітера. Тому, відповідно, частка інших речовин у складі Сатурна є доволі значною. Ця обставина робить воднево-гелієву модель Сатурна, використану в даній роботі, досить наближеною.

1. S.T. Weir, A.C. Mitchell, and W.J. Nellis, Phys. Rev. Lett. **76**, 1860 (1996).
2. В.В. Фортов, В.Я. Терновой, С.В. Квитов и др, Письма в ЖЭТФ **69**, 874 (1999).
3. D.J. Stevenson, Ann. Rev. Earth Planet. Sci. **10**, 257 (1982).
4. T. Guillot, astro-ph/0502068 (unpublished).
5. J.J. Fortney, Astrophys. Space Sci. **307**, 139 (2006).
6. М.В. Ваврух, В.В. Чвак, J. Phys. Studies **10**, 139 (2006).

7. В.В. Соболев, *Курс теоретической астрофизики* (Наука, Москва, 1985).
8. Я.Б. Зельдович, С.И. Блинников, Н.И. Шакура, *Физические основы строения и эволюции звезд* (МГУ, Москва, 1981).
9. S.A. Bonev and N.W. Ashcroft, *Phys. Rev. B* **64**, 224112 (2001).
10. K. Nagao, S.A. Bonev, and N.W. Ashcroft, *Phys. Rev. B* **64**, 224111 (2001).
11. C.F. Richardson and N.W. Ashcroft, *Phys. Rev. Lett.* **78**, 118 (1997).
12. V.T. Shvets and A.S. Vlasenko, *Acta Physica Pol. A* **114**, 851 (2008).
13. В.Т. Швець, С.В. Дацько, Є.К. Малиновський, *УФЖ* **52**, 72 (2007).
14. В.Т. Швець, *ЖЭТФ* **131**, 743 (2007).
15. В.Е. Фортов, В.Я. Терновой, М.В. Жерноклетов и др, *ЖЭТФ* **124**, 288 (2003).
16. S.A. Khairallah and B. Militzer, arXiv:0805.4433v1 [physics.comp-ph].
17. В.Т. Швець, *Метод функций Грина в теории металлов* (Латстар, Одеса, 2002).
18. І.О. Вакарчук, *Вступ до проблеми багатих тіл* (Львівський національний університет імені Івана Франка, Львів, 1999).
19. W.H. Shih and D. Stroud, *Phys. Rev. B* **31**, 3715 (1985).
20. P. Lloyd and C.A. Sholl, *J. Phys. C* **1**, 1620 (1968).
21. Е.Г. Бровман, Ю. Каган, *ЖЭТФ* **63**, 1937 (1972).
22. Е.Г. Бровман, А. Холас, *ЖЭТФ* **66**, 1877 (1974).
23. J. Hammerberg and N.W. Ashcroft, *Phys. Rev. B* **9**, 3999 (1974).
24. L. Ballentine and V. Heine, *Philos. Mag.* **9**, 617 (1964).
25. D.J.M. Geldart and S.H. Vosko, *Can. J. Phys.* **44**, 2137 (1966).
26. Е.И. Харьков, В.И. Лысов, В.Е. Федоров, *Термодинамика металлов* (Наукова думка, Київ, 1982).
27. І.Р. Юхновський, М.Ф. Головка, *Статистическая теория классических равновесных систем* (Наукова думка, Київ, 1987).
28. V.T. Shvets, S.V. Savenko, and Ye.K. Malinovski, *Cond. Matter Phys.* **9**, 1 (2006).
29. В.Т. Швець, *ТВТ* **46**, 190 (2008).

Одержано 09.02.09

УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ МЕТАЛЛИЧЕСКОГО ВОДОРОДА И АТОМАРНОГО ГЕЛИЯ И ВНУТРЕННЕЕ СТРОЕНИЕ ЮПИТЕРА И САТУРНА

В.Т. Швець, Т.В. Швець, С.Е. Рачинський

Резюме

Предложено уравнение состояния смеси металлического водорода и атомарного гелия. Исследованный интервал давлений, температур и плотностей соответствует условиям наибольших планет солнечной системы Юпитера и Сатурна. Считается, что вещество планеты представляет собой смесь протонов, атомов гелия и электронов. Для нахождения давления смеси используется теория возмущений по электрон-протонному и электрон-атомному взаимодействиям. Электронная подсистема рассматривается в приближении случайных фаз. Взаимодействие протонов, атомов, атомов и протонов учитывается в приближении твердых сфер. Проанализирована применимость модели политронного шара для моделирования внутренней структуры Юпитера и Сатурна и предложено конкретное значение индекса политропы. Найдены плотность, давление и температура Юпитера и Сатурна как функции расстояния до их центра. Оценена возможная доля водорода и гелия в составе планет.

EQUATION OF STATE FOR METALLIC HYDROGEN AND ATOMIC HELIUM AND THE INTERIOR OF JUPITER AND SATURN

V. T. Shvets, T. V. Shvets, S. Ye. Rachynskiy

Odesa State Academy of Refrigeration
(1/3, Dvoryans'ka Str., Odesa 65026, Ukraine;
e-mail: valtara@paco.net)

Summary

An equation of state for a mixture of metallic hydrogen and atomic helium has been proposed. The explored intervals of pressure, temperature, and density correspond to the conditions on the largest solar system planets, Jupiter and Saturn. The substance of a planet is modelled as a mixture of protons, helium atoms, and electrons. A theory, where the electron-proton and electron-atom interactions are considered as a perturbation, has been used to find the pressure in the mixture. The electron subsystem is analyzed in the random phase approximation, and the proton-proton, atom-atom, and proton-atom interactions in the hard-sphere approximation. The applicability of the polytropic sphere model for the simulation of Jupiter's and Saturn's internal structures has been analyzed, and a specific value for the polytropic index has been proposed. The density, pressure, and temperature on Jupiter and Saturn as functions of the distance from the planet center have been found. Possible fractions of hydrogen and helium in the planet composition have been estimated.