14. Пичугина О.С. Функционально-аналитические представления общего перестановочного множества / О. С. Пичугина, С. В. Яковлев // Eastern-European Journal of Enterprise Technologie. — 2016. — № 1. — С. 27–38.

The article presents two improvements of the method of combinatorial cuttings (MCC) for linear problems over vertex located combinatorial sets based on the construction of tightening cuttings to MCC ones. These modifications are a method of combinatorial polyhedron cuttings (MCPC) and the method of surface cuttings (MSC). They are based on solving an auxiliary problem of finding the nearest point on a surface to a point in a given direction. In the MCPC the surface is a boundary of the corresponding combinatorial polytope; in the MSC — it is a smooth convex surface circumscribed around the combinatorial set. The last one allows construction cuttings that are tighter than MSC-ones as for the MCC, as for the MCPC. To apply the MSC, a problem of constructing a polyhedron-surface representation of the combinatorial set needs to be solved, whilst the MOKM utilises only the analytical description of the poly tope.

Key words: *the Euclidean combinatorial set, constrained linear combinatorial optimization, the method of combinatorial cuttings, surface cuttings, polyhedral and surface relaxations, a polyhedral-spherical representation.*

Отримано: 11.03.2016

УДК 517.927

В. Б. Поселюжна, канд. фіз.-мат. наук

Тернопільський національний економічний університет, м. Тернопіль

ДО ПИТАННЯ УМОВИ ЗАСТОСУВАННЯ МОДИФІКОВАНОГО КОЛОКАЦІЙНО-ІТЕРАТИВНОГО МЕТОДУ РОЗВ'ЯЗУВАННЯ НЕЛІНІЙНИХ ІНТЕГРАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

У статті досліджується умови застосування модифікованого колокаційно-ітеративного методу розв'язування нелінійних інтегральних рівнянь. Запропоновано алгоритм методу, встановлено умови збіжності

Ключові слова: *інтегральне рівняння, колокаційно-ітеративний метод, збіжність методу.*

Вступ. При математичному описанні різних явищ природи часто приходять до математичних моделей, що описуються диференціальними, інтегральними, інтегрально-функціональними та функціонально-диференціальними рівняннями, які дають змогу проникнути в мікросвіт детермінованих явищ і процесів, описати механізм їх розвитку і тим самим передбачити їх майбутнє.

В наш час існують різні методи дослідження та побудови розв'язків цих рівнянь. Разом з тим, точний розв'язок таких рівнянь аналітичними методами вдається отримати у виключних ситуаціях. У зв'язку з цим, проблема створення ефективних наближених методів розв’язку цих задач і розробка їх програмної реалізації сучасними обчислювальними засобами є особливо актуальною.

Постановка проблеми. Розглянемо інтегральне рівняння з малою нелінійністю вигляду

$$y(x) = f(x) + \int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt + \varepsilon \int_a^b G(x,t)\,F\big(t, y(t)\big)\,dt\,, \qquad (1)$$

в якому $f(x)$ задана, $y(x)$ шукана функції, ε — малий параметр.

Відносно рівняння (1) припустимо, що:

1) функція $f(x) \in C[a,b]$;
2) лінійні інтегральні оператори

$$(Ky)(x) := \int_a^b K(x,t)\,y(t)\,dt\,, \qquad (2)$$

$$(Gy)(x) := \int_a^b G(x,t)\,y(t)\,dt\,, \qquad (3)$$

відображають простір $C[a,b]$ в себе і

$$K^2 = \iint \left|K(x,t)\right|^2 dxdt < \infty\,,$$

$$G^2 = \iint \left|G(x,t)\right|^2 dxdt < \infty\,;$$

3) $F(t,y)$ — неперервна функція за сукупністю своїх аргументів в області $\{a < t < b\}$, $\{-\infty < y < \infty\}$ і задовольняє умову Ліпшиця

$$\left|F(t,y_1) - F(t,y_2)\right| < \mu \left|y_1 - y_2\right|, \quad \forall \{y_1, y_2\} \in \mathbb{R}, \qquad (4)$$

де μ — деяка додатна константа.

Побудова алгоритму. Застосуємо до рівняння (1) колокаційно-ітеративний метод, згідно якого наближені розв’язки рівняння (1) будуються на основі формул

$$y_k(x) = f(x) + \int_a^b K(x,t)\,z_k(t)\,dt + \varepsilon \int_a^b G(x,t)\,F(t, y_{k-1}(t))\,dt, \qquad (5)$$

$$z_k(x) = y_{k-1}(x) + \omega_k(x)\,, \qquad (6)$$

$$\omega_k(x) = \sum_{j=0}^{n} a_j^k \varphi_j(x)\,. \qquad (7)$$

Невідомі параметри $a_j^k, j=\overline{0,n}$, в кожній ітерації визначаємо з умови

$$\omega_k(x_i) = y_k(x_i) - y_{k-1}(x_i), \ \ i=\overline{0,n}, \tag{8}$$

де $\left\{\varphi_j(x)\right\}$, $j=\overline{0,n}$ — система лінійно-незалежних, неперервних на відрізку $\left[a,b\right]$ функцій, $\left\{x_i\right\}$, $i=\overline{0,n}$, вузли колокації.

Зауважимо, що у випадку коли поправка $\omega_k(x)$ — алгебраїчний поліном, то в якості вузлів колокації доцільно брати корені многочленів степеня $n+1$, ортогональних на відрізку $\left[a,b\right]$ з вагою $\rho(x)\ge 0$.

У випадку періодичної задачі поправку беремо у вигляді тригонометричного полінома, а вузли — рівновіддалені.

Із співвідношень (5)–(8) випливає, що для визначення невідомих параметрів $a_j^k, j=\overline{0,n}$, в кожній ітерації отримуємо систему алгебраїчних рівнянь вигляду

$$\sum_{j=0}^{n} a_j^k \left(\varphi_j(x_i) - \int_a^b K(x_i,t)\varphi_j(t)dt \right) = \varepsilon_k(x_i), \ i=\overline{0,n}, \tag{9}$$

в якій

$$\varepsilon_k(x) = f(x) + \int_a^b K(x,t) y_{k-1}(t)dt + \varepsilon\int_a^b G(x,t)F(t, y_{k-1}(t))dt - y_{k-1}(x). \tag{10}$$

Справді, у співвідношення (8) підставимо значення поправки $\omega_k(x)$, яка визначається на основі формули (7), та співвідношення для наближення $y_k(x)$, що задається формулою (5) і врахуємо позначення (10).

Нехай

$$B_{ij} = \varphi_j(x_i) - \int_a^b K(x_i,t)\varphi_j(t)dt, \tag{11}$$

$$b_i^k = \varepsilon_k(x_i), \ \ i=\overline{0,n}. \tag{12}$$

Тоді систему (9) можна записати у більш компактному вигляді

$$\sum_{j=0}^{n} B_{ij} a_j^k = b_i^k, \ \ i=\overline{0,n}. \tag{13}$$

Припустимо, не обмежуючи загальності, що $\left\{\varphi_j(x)\right\}$, $j=\overline{0,n}$, — фундаментальна система функцій на відрізку $\left[a,b\right]$, тобто $\varphi_j(x_i)=\delta_{ij}$, де δ_{ij} — символ Кронекера.

Виконавши нескладні перетворення на основі формул (7)–(8) і врахувавши попереднє зауваження, можна показати, що поправка $\omega_k(x)$ може бути представлена у вигляді

$$\omega_k(x) = \int_a^b S_n(x,t)\Delta_k(t)dt, \tag{14}$$

де

$$\Delta_k(x) = y_k(x) - y_{k-1}(x)\,, \tag{15}$$

$$S_n(x,t) = \sum_{j=0}^{n} \varphi_j(x)\delta(t - x_j), \tag{16}$$

$\delta(t - x_j)$ — дельта-функція Дірака.

Для визначення функції $\omega_k(x)$ на основі співвідношень (5), (14)–(16) отримуємо інтегральне рівняння з виродженим ядром.

$$\omega_k(x) = g_k(x) + \int_a^b H_n(x,t)\omega_k(t)dt, \tag{17}$$

де

$$g_k(x) = \int_a^b S_n(x,t)\varepsilon_k(t)dt, \tag{18}$$

$$H_n(x,t) = \sum_{j=0}^{n} \varphi_j(x)K(x_j,t). \tag{19}$$

Інтегральне рівняння (17) рівносильне системі рівнянь (9).

Алгоритм (5)–(8) рівносильний наступним співвідношенням

$$\Delta_k(x) = \int_a^b M_n(x,t)\vartheta_{k-1}(t)dt + \varepsilon\int_a^b E_n(x,t)\Delta F_{k-1}(t)dt, \tag{20}$$

$$\vartheta_k(x) = \int_a^b L_n(x,t)\vartheta_{k-1}(t)dt + \varepsilon\int_a^b D_n(x,t)\Delta F_{k-1}(t)dt, \tag{21}$$

а ядра операторів переходу обчислюються за формулами

$$M_n(x,t) = K(x,t) + \int_a^b K(x,\tau)R_n(\tau,t)d\tau, \tag{22}$$

$$L_n(x,t) = M_n(x,t) - \int_a^b S_n(x,\tau)M_n(\tau,t)d\tau, \tag{23}$$

$$E_n(x,t) = G(x,t) + \int_a^b M_n(x,\tau)G_n(\tau,t)d\tau, \tag{24}$$

$$D_n(x,t) = E_n(x,t) - \int_a^b S_n(x,\tau)E_n(\tau,t)d\tau \, . \tag{25}$$

Тут $R_n(x,t)$ — резольвента ядра $H_n(x,t)$, що задовольняє рівняння

$$R_n(x,t) = H_n(x,t) + \int_a^b H_n(x,\tau)R_n(\tau,t)d\tau, \tag{26}$$

$$R_n(x,t) = H_n(x,t) + \int_a^b R_n(x,\tau)H_n(\tau,t)d\tau. \tag{27}$$

Розглянемо функцію

$$E(x,t) = G(x,t) + \int_a^b R(x,\tau)G(\tau,t)d\tau, \tag{28}$$

де $R(x,t)$ — резольвента ядра $K(x,t)$ і введемо наступні позначення

$$p_n = \|M_n\|, \; q_n = \|L_n\|, \; \gamma_n = \|E_n\|, \; \eta_n = \|D_n\|, \; \gamma^* = \|E\|, \tag{29}$$

в яких M_n, L_n, E_n, D_n, E — інтегральні оператори, ядра яких визначаються формулами (22)–(25) та (28).

Теорема Нехай одиниця є регулярним значенням лінійного інтегрального оператора (1) і система функцій $\left\{\varphi_j\left(x\right)\right\}_{i=0}^{n}$ та вузли колокації підібрані таким чином, що

$$\lim_{n\to\infty} \int_a^b \int_a^b \left|K\left(x,t\right) - H_n(x,t)\right|^2 dxdt = 0, \tag{30}$$

$$\lim_{n\to\infty} \int_a^b \int_a^b \left|G(x,t) - G_n(x,t)\right|^2 dxdt = 0, \tag{31}$$

де

$$G_n(x,t) = \sum_{j=0}^{n} \varphi_j(x)G(x_j,t), \tag{32}$$

і $\varepsilon\mu\gamma^* < 1$. Тоді існує такий номер n_0, що для будь-якого $n \ge n_0$, система (9) однозначно розв'язна і послідовність $\{y_k(x)\}$, побудована згідно методу (5)–(8), збігається до єдиного розв'язку рівняння (1).

Доведення. Спочатку покажемо, що рівняння (17), а отже, і система (9) має єдиний розв'язок. З цією метою розглянемо рівняння

$$\omega(x) = g(x) + \int_a^b H_n(x,t)\omega(t)dt. \tag{33}$$

Рівняння (33) рівносильне рівнянню

$$\omega(x) - \int_a^b K(x,t)\omega(t)dt = g(x) + \int_a^b \left(H_n(x,t) - K(x,t)\right)\omega(t)dt. \tag{34}$$

Нехай

$$r(x) = g(x) + \int_a^b \left(H_n(x,t) - K(x,t)\right)\omega(t)dt, \tag{35}$$

тоді рівняння (34) запишемо в більш компактному вигляді

$$\omega(x) = r(x) + \int_a^b K(x,t)\omega(t)dt. \tag{36}$$

Оскільки одиниця — регулярне значення інтегрального оператора (2), тоді рівняння (36) однозначно розв'язне і справедливе зображення

$$\omega(x) = r(x) + \int_a^b R(x,t)r(t)dt, \tag{37}$$

де $R(x,t)$ — резольвента ядра $K(x,t)$.

Підставимо співвідношення (35) у (37), в результаті чого отримаємо інтегральне рівняння для визначення функції $\omega(x)$

$$\omega(x) = b(x) + \int_a^b N_n(x,t)\omega(t)dt, \tag{38}$$

в якому

$$b(x) = g(x) + \int_a^b R(x,t)g(t)dt, \tag{39}$$

$$N_n(x,t) = H_n(x,t) - K(x,t) + \int_a^b R(x,\tau)\left(H_n(\tau,t) - K(\tau,t)\right)d\tau. \tag{40}$$

Оцінимо ядро $N(x,t)$ за нормою простору $L_2\left[a,b\right]$.

Маємо:

$$\left\{\int_a^b\int_b^b N_n^2(x,t)dxdt\right\}^{1/2} \le \left\{\int_a^b\int_a^b \left|H_n(x,t) - K(x,t)\right|^2 dxdt\right\}^{1/2} +$$
$$+\left\{\int_a^b\int_a^b R^2(x,\tau)dxd\tau\right\}^{1/2}\left\{\int_a^b\int_a^b \left|H_n(\tau,t) - K(\tau,t)\right|^2 d\tau dt\right\}^{1/2} = (1+R)\delta_n, \tag{41}$$

де

$$\delta_n = \left\{ \int_a^b \int_a^b \left| H_n(x,t) - K(x,t) \right|^2 dxdt \right\}^{1/2}, \tag{42}$$

$$R = \left\{ \int_a^b \int_a^b R^2(x,t) dxdt \right\}^{1/2}. \tag{43}$$

В силу умови (30) $\delta_n \to 0$ при $n \to \infty$.

Отже, існує такий номер n_1, що для будь-якого $n \geq n_1$ буде виконуватись нерівність

$$(1+R)\delta_n < 1.$$

Тоді при $n \geq n_1$ рівняння (38), а, отже, і рівняння (33) однозначно розв'язні, причому розв'язок рівняння (33) має вигляд

$$\omega(x) = g(x) + \int_a^b R_n(x,t) g(t) dt. \tag{44}$$

При цьому буде справедлива оцінка

$$\|\omega\| \leq c_n \|g\|, \tag{45}$$

$$c_n = \frac{1+R}{1-(1+R)\delta_n}, \tag{46}$$

яка безпосередньо випливає із (38) з урахуванням (39) та (41).

Оскільки рівняння (17) і (33) мають лише різні вільні члени, то рівняння (17) має єдиний розв'язок, і тим самим однозначно розв'язна і система (9).

У роботі [1] встановлено, що умова $\rho(A_n) < 1$ забезпечує збіжність колокаційно-ітеративного методу.

З'ясуємо при яких значеннях n дана умова буде виконуватись.

Як відомо [1], умова

$$\rho_n = \rho(A_n) < 1$$

рівносильна умові

$$\rho_n = 0,5\left(q_n + r_n + \sqrt{(q_n - r_n)^2 + 4 p_n l_n}\right) < 1, \tag{47}$$

де $\rho(A_n)$ — спектральний радіус матриці A_n.

Покажемо, що при $n \to \infty$, $q_n \to 0$, $p_n \to p^*$, $l_n \to 0$, $r_n \to r^*$.

З цією метою на основі співвідношень (19), (22) і (23) отримуємо

$$\int_a^b L_n(x,t)\vartheta(t) dt = \int_a^b \left(K(x,t) - H_n(x,t)\right) u_n(t) dt, \tag{48}$$

$$u_n = \vartheta(x) + \int_a^b R_n(x,t)\vartheta(t)dt \,. \tag{49}$$

Із співвідношення (49) з урахуванням співвідношення (44) та оцінки (45), отримуємо

$$\|u_n\| \le c_n \,|\vartheta|, \;\; n \ge n_1 \,. \tag{50}$$

Тоді на підставі співвідношення (48) та оцінки (50) знаходимо

$$\|L_n\vartheta\| \le \left\{ \int_a^b\int_a^b \left(K(x,t) - H_n(x,t)\right)^2 dxdt \right\}^{1/2} \|u_n\| = c_n\delta_n \|\vartheta\| . \tag{51}$$

Оскільки при $n \to \infty$, $\delta_n \to 0$, а c_n — обмежене, то $q_n \to 0$ при $n \to \infty$.

Із співвідношення (25) з урахуванням (22)–(24), отримуємо

$$\int_a^b D_n(x,t)\vartheta(t)dt = \int_a^b \left(G(x,t) - G_n(x,t)\right)\vartheta(t)dt + \int_a^b\int_a^b L_n(x,\tau)G_n(\tau,t)\vartheta(t)dtd\tau. \tag{52}$$

Тоді із формул (52) і (51) маємо

$$\begin{gathered} \|D_n\vartheta\| \le \left\{ \int_a^b\int_a^b \left(G(x,t) - G_n(x,t)\right)^2 dxdt \right\}^{1/2} \|\vartheta\| + \left\{ \int_a^b\int_a^b L_n^2(x,\tau)dxd\tau \right\}^{1/2} \times \\ \times \left\{ \int_a^b\int_a^b G_n^2(\tau,t)d\tau dt \right\}^{1/2} \|\vartheta\| \le (g_n + \delta_n c_n m_n)\|\vartheta\|, \end{gathered} \tag{53}$$

$$g_n = \left\{ \int_a^b\int_a^b \left(G(x,t) - G_n(x,t)\right)^2 dxdt \right\}^{1/2}, \tag{54}$$

$$m_n = \left\{ \int_a^b\int_a^b G_n^2(x,t)dxdt \right\}^{1/2}. \tag{55}$$

Покажемо, що при виконанні умови (31) $m_n \le m, \forall n \ge n_2$.

Дійсно, із співвідношення (55) одержуємо

$$m_n = \left\{ \int_a^b\int_a^b \left(G_n(x,t) - G(x,t) + G(x,t)\right)^2 dxdt \right\} \le$$

$$\le \left\{ \int_a^b\int_a^b \left(G_n(x,t) - G(x,t)\right)^2 dxdt \right\}^{1/2} + \left\{ \int_a^b\int_a^b G^2(x,t)dxdt \right\}^{1/2} = g_n + G,$$

де G — величина, що фігурує в умові 2).

Оскільки за умовою (31) $g_n \to 0$, при $n \to \infty$, то існує n_2 таке, що для будь-якого $n \geq n_2, m_n \leq m$.

Тоді оцінка (53) набере вигляду

$$\left\|D_n \vartheta\right\| \leq (g_n + \delta_n c_n m)\left\|\vartheta\right\|, \quad \forall n \geq \max\left\{n_1, n_2\right\}. \tag{56}$$

Оскільки при $n \to \infty, g_n \to 0, \delta_n \to 0$, а c_n — обмежене, то $\eta_n \to 0$, при $n \to \infty$.

Із співвідношень (22), (49) та оцінки (50), знаходимо

$$\left\|M_n \vartheta\right\| \leq \left\{\int_a^b \int_a^b K^2(x,t)dxdt\right\}^{1/2} \left\|u_n\right\| \leq K c_n \left\|\vartheta\right\|, \quad \forall n \geq n_1. \tag{57}$$

Якщо $n \to \infty$, то $p_n \to p^*$.

На основі співвідношень (22), (24) отримуємо

$$\begin{aligned}\int_a^b E_n(x,t)\vartheta(t)dt &= \int_a^b G(x,t)\vartheta(t)dt + \int_a^b \int_a^b K(x,\tau)G_n(\tau,t)\vartheta(t)dtd\tau + \\ &+ \int_a^b \int_a^b \int_a^b K(x,\tau)R_n(\tau,\eta)G_n(\eta,t)\vartheta(t)dtd\eta d\tau.\end{aligned} \tag{58}$$

Як відомо, [3] резольвента $R(x,t)$ ядра $K(x,t)$ задовольняє рівняння

$$R(x,t) = K(x,t) + \int_a^b K(x,\tau)R(\tau,t)d\tau, \tag{59}$$

Тоді, на основі співвідношень (58), (28) та властивості (59), отримаємо

$$\int_a^b \left(E_n(x,t) - E(x,t)\right)\vartheta(t)dt = \int_a^b K(x,t)z_n(t)dt + \int_a^b K(x,t)y_n(t)dt, \tag{60}$$

$$z_n(x) = \int_a^b \left(G_n(x,t) - G(x,t)\right)\vartheta(t)dt + \int_a^b \int_a^b R_n(x,\tau)\left(G_n(\tau,t) - G(\tau,t)\right)\vartheta(t)dtd\tau, \tag{61}$$

$$y_n(x) = \int_a^b \int_a^b \left(R_n(x,\tau) - R(x,\tau)\right)G(\tau,t)\vartheta(t)dtd\tau. \tag{62}$$

Із співвідношення (62) з урахуванням формули (44), вважаючи в ній

$$g(x) = \int_a^b \left(G_n(x,t) - G(x,t)\right)\vartheta(t)dt,$$

та оцінки (45) і позначення (54), одержуємо

$$\|z_n\| \le c_n g_n \|\vartheta\|. \qquad (63)$$

Співвідношення (62) подамо у вигляді

$$y_n(x) = \int_a^b R_n(x,t)h(t)dt - \int_a^b R(x,t)h(t)dt, \qquad (64)$$

де

$$h(x) = \int_a^b G(x,t)\vartheta(t)dt. \qquad (65)$$

Тоді на основі співвідношень (26), (59), отримуємо

$$\begin{gathered} y_n(x) = \int_a^b K(x,t)y_n(t)dt + \int_a^b \left(H_n(x,t) - K(x,t)\right)h(t)dt + \\ + \int_a^b \int_a^b \left(H_n(x,t) - K(x,t)\right)R_n(\tau,t)h(t)dtd\tau, \end{gathered} \qquad (66)$$

або

$$y_n(x) = \int_a^b K(x,t)y_n(t)dt + \int_a^b \left(H_n(x,t) - K(x,t)\right)k_n(t)dt, \qquad (67)$$

$$k_n(x) = h(x) + \int_a^b R_n(x,t)h(t)dt. \qquad (68)$$

Із співвідношення (67), випливає

$$\|y_n\| \le (1+R)\delta_n \|k_n\|. \qquad (69)$$

На основі співвідношення (68), з урахуванням формул (44), (45), (65) отримуємо оцінку

$$\|k_n\| \le c_n G\|\vartheta\|. \qquad (70)$$

Підставивши оцінку (70) в (69), остаточно одержуємо

$$\|y_n\| \le (1+R)G\delta_n c_n \|\vartheta\|. \qquad (71)$$

Тоді на основі співвідношення (60) і оцінок (63), (71) отримуємо

$$\|(E_n - E)\vartheta\| \le K\left(c_n g_n + (1+R)G\delta_n c_n\right)\|\vartheta\|. \qquad (72)$$

Оскільки за умовою теореми $g_n \to 0, \delta_n \to 0,$ а c_n — обмежене, то

$$q_n^* = c_n K\left(g_n + (1+R)G\delta_n\right) \to 0, \quad n \to \infty .$$

Отже, при $n \to \infty$, $E_n(x,t) \to E(x,t),$ і $\gamma_n \to \gamma^*$.

Переходячи у співвідношенні (47) до границі при $n \to \infty$, з урахуванням позначень (36) маємо

$$\lim_{n\to\infty} \rho_n = r^* , \; r^* = \varepsilon\mu\gamma^* .$$

Оскільки за умовою $r^* < 1$, то очевидно, існує такий номер n_0, що для будь-якого $n \geq n_0$, $\rho_n < 1$,а отже, метод (5)–(8) збігається.

Теорему доведено.

Висновок. Для інтегральних рівнянь з малою нелінійністю встановлено умови застосування модифікованого колокаційно-ітеративного методу та обґрунтовано його збіжність.

Список використаних джерел:

1. Лучка А. Ю. Прекционно-итеративные методы / А. Ю. Лучка. — К. : Наук. думка, 1993. — 288 с.
2. Лучка А. Ю. Достаточные условия сходимости модифицированного проекционно-итеративного метода для уравнений со слабой нелинейностью / А. Ю. Лучка // Укр. мат. журн. — 1990. — Т. 42, № 12. — С. 1626–1635.
3. Петровский И. Г. Лекции по теории интегральных уравнений / И. П. Петровский. — М. : Наука, 1965. — 127 с.
4. Поселюжна В.Б. Достатні умови збіжності модифікованого колокаційно-ітеративного методу для інтегральних рівнянь з малою нелінійністю / В. Б. Поселюжна // Вісник Запорізького Державного університету. — 2000. — № 2. — С. 115–119.

The question of modified collocation-iterative method appliance to the solution of nonlinear integral equations is considered. The algorithm method is worked out, the conditions of its coincidence are defined.

Key words: *integral equation modified collocation-iterative method.*

Отримано: 12.04.2016