

УДК 004.056.55

**О. Г. Качко\***, канд. техн. наук, професор,  
**Л. В. Макутоніна\*\***, канд. техн. наук, с. н. с.,  
**О. С. Акользіна\*\***, магістр

\*Харківський національний університет радіоелектроніки, м. Харків

\*\*Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна, м. Харків

## **ОПТИМІЗАЦІЯ NTRU ПОДІБНОГО АЛГОРИТМУ ДЛЯ НЕСИМЕТРИЧНОГО ШИФРУВАННЯ З «НЕЗРУЧНИМИ ПАРАМЕТРАМИ»**

Досліджено новий клас параметрів NTRU подібного алгоритму, оптимізовані основні алгоритмічні операції.

**Ключові слова:** *NTRU подібні алгоритми, обчислювальна складність, часова продуктивність.*

**Вступ.** В зв'язку зі значними успіхами, досягнутими при розробці квантових комп'ютерів суттєво виріс інтерес до алгоритмів, криптографічна стійкість яких базується на криптографічній стійкості алгебраїчних решіток. Саме до цього класу відносяться NTRU подібні алгоритми.

Однією з головних характеристик стандарту NTRU [1] є мала потреба в ресурсах, і, перш за все, порівняно невелика обчислювальна складність. Це досягається за рахунок обрання параметрів: поліном  $X^N - 1$  та  $q = 2048$ , для яких обчислення модулю фактично не потрібно. Деякі атаки на алгоритм використовують спеціальний вид параметрів, прийнятих в [1].

В роботі [2] запропоновано клас параметрів, для яких не відомі атаки, пов'язані з їх структурою. Цей клас параметрів включає незвідний поліном  $x^p - x - 1$  та просте число  $q > p$ .

**1. Опис основних алгоритмів стандартизованого NTRU-методу.** Під час дослідження нового класу системних параметрів використовувався класичний стандартизований NTRU метод. Для більш легкого розуміння одержаних результатів дамо короткий опис алгоритмів зашифрування і розшифрування відносно [1, с. 37–42].

**1.1. Алгоритм зашифрування.** Задаються параметри:  $N, q, db$  (довжина випадкової послідовності в бітах) та  $pkLen$  (довжина частини відкритого ключа),  $OID$  — ідентифікатор (3 байти),  $dm0$  — мінімальна кількість 1 і -1 для поліному, який відповідає повідомленню для шифрування,  $MinCallMask, MinCallR$  — мінімальна кількість викликів функції хешування для формування поліному для маскуванню та сліпого поліному відповідно, та  $maxMsgLenBytes$  — максимальна довжина повідомлення. Вхідними даними є: повідомлення для шифру-

вання  $m$  довжиною  $l$  байтів, відкритий ключ одержувача  $h$ . На виході маємо зашифроване повідомлення, представлене у вигляді масиву байтів  $e$ , його довжину, або помилку зашифрування.

Для зашифрування виконуються наступні кроки:

1. Перевірка довжини повідомлення для шифрування. Якщо  $l > \text{maxMsgLenBytes}$ , то повертається помилка.
2. Генерація випадкової послідовності  $b$  довжиною  $db$  бітів.
3. Формування рядка:  $M = b || l || m$  та його доповнення  $\text{maxMsgLenBytes} + 1$  нулями.
4. Формування  $M_{bin}$  поліному за рахунок перетворення 3-х бітів вхідної послідовності в 2 коефіцієнта поліному.
5. Формування рядка  $sData = OID || m || b || hTrunc$ , де  $hTrunc$  — початкові біти відкритого ключа довжиною  $pkLen$ .
6. Формування сліпого поліному  $r$  за допомогою IGF алгоритму IGF ( $sData, N, c, \text{minCallsR}$ ).
7. Обчислення  $R = r * h \bmod q$ .
8. Обчислення  $R4 = R \bmod 4$  та формування відповідного рядка байтів  $oR4$ .
9. Генерація поліному для маскування  $mask = MGF(oR4, \text{minCalMask}).\text{mod } 3$ .
10. Обчислення  $m' = M + mask$  та визначення кількості 1 (-1) в  $m'$ . Якщо кількість 1 або  $-1 < dm0$ , то повернутися на крок 2.
11. Обчислення  $e' = R + m' \pmod q$ .
12. Перетворення поліному  $e'$  в рядок байтів  $e$ .
13. Результат: рядок  $e$  та його довжина.

**1.2. Алгоритм розшифрування.** Задаються параметри:  $N, q, p, db, OID, pkLen, dm0, \text{maxMsgLenBytes}, \text{minCallMask}$ , нижня межа коефіцієнту зашифрування  $A$ . Вхідними даними є: особистий ключ одержувача  $f$ , відкритий ключ відправника  $h$ , зашифроване повідомлення представлене масивом байтів  $e$ , та його довжина  $l$ . На виході маємо розшифроване повідомлення  $m$ , або помилку розшифрування.

Для розшифрування виконуються наступні кроки.

1. Перетворення рядка байтів  $e$  в поліном  $e'$ .
2. Обчислення поліному  $a := f * e'$  зі  $(Z/qZ)[X]/(X^N - 1)$  зі коефіцієнтами, які зводяться в інтервалі  $[A, A + q - 1]$ .
3. Обчислюється  $m' = a \bmod 3$ .
4. Якщо кількість 1 (-1) в  $m'$  менше ніж  $dm0$ , то повертається помилка.
5. Обчислюється  $R' = e - m'$ .
6. Обчислюється  $R4' = R \bmod 4$ .
7. Перетворення поліному  $R4'$  в рядок байтів  $oR4'$ .

8. Обчислення поліному для маскування  $mask' = MGF(oR4, N, minCallMask)$ .
9. Обчислюється  $Mtrinc = (m' - mask') \bmod 3$ .
10. Перетворення поліному в рядок байтів, 2 коефіцієнта полінома перетворюються в 3 біта. Якщо сусідні коефіцієнти поліному в парі дорівнюють  $-1$ , то повертається помилка. Отримаємо рядок  $M$ .
11. Перші  $db$  байтів — випадкова послідовність  $b$ , далі довжина повідомлення після розшифрування  $l' = M[db]$ . Якщо  $l' > maxMsgLenBytes$ , то повертається помилка.
12. Виділення повідомлення  $m$ , що розшифроване. Воно розташовано після довжини та займає  $l'$  байтів.
13. Перевірка решти байтів, вони повинні бути нульовими. Якщо це не так, то повертається помилка.
14. Формування  $sData' = OID || m || b || hTrunc$ , де  $hTrunc$  — початкові біти відкритого ключа довжиною  $pkLen$ .
15. Формування сліпого поліному  $r$  за допомогою IGF алгоритму IGF ( $sData', N, c, minCallsR$ ).
16. Обчислення  $R'' = r * h \bmod q$ .
17. Якщо  $R' \neq R''$ , тоді повертається помилка.
18. Повертається  $m$  та його довжина  $l$ .

**2. Аналіз результатів досліджень.** Нами було проаналізовано NTRU метод із змінними параметрами [2], який є перспективною модифікацією класичного NTRU методу. Пропонований набір параметрів у роботі [2] має покращені показники захищеності і відповідає сучасним вимогам NIST до пост квантових алгоритмів [3], але за рахунок збільшення операцій гешування, зміненої процедури множення поліномів, а також у зв'язку з зміненими поліномами та взагалі зі зміною усіх параметрів системи, показники швидкодії є дещо слабкішими під час виконання процедури зашифрування.

Стандартизований метод використовує параметри у кільці зрізаних поліномів  $(Z/q)[x]/(x^p - 1)$ , а метод зі модифікованими параметрами  $(Z/q)[x]/(x^p - x - 1)$ .

Результати досліджень відносно оптимізації процедури множення поліномів, а також оптимізації обчислення сліпого поліному  $r$  для NTRU методу зі модифікованими, незручними параметрами зведені у табл. 1; нами виконувалися дослідження для усіх 123 наборів параметрів, але для полегшення сприймання одержаних результатів у табл. 1 і табл. 2 були занесені деякі дані для рівнів безпеки 192 і 256, значення наведені над подвійною ризикою відносяться до рівня безпеки 192, а під нею — до рівня безпеки 256.

Таблиця 1

*Швидкісні показники основних операцій методу  
з модифікованими параметрами*

| <i>p</i> | <i>q</i> | Показники швидкодії операцій шифрування у тактах процесора |        |         |               |        |
|----------|----------|--|--------|---------|---------------|--------|
|          |          | Зашифрування   |        |         | Розшифрування |        |
|          |          | <i>b</i>   | Mul    | ToBytes | ToPol         | Mul    |
| 673      | 9413     | 67659  | 97225  | 61059   | 1942          | 99929  |
| 691      | 6449     | 54684  | 70511  | 61577   | 2105          | 73846  |
| 719      | 9133     | 76744  | 101816 | 64673   | 2096          | 130892 |
| 727      | 5827     | 48665  | 68339  | 65611   | 2142          | 97825  |
| 739      | 9829     | 81011  | 111582 | 67402   | 2084          | 112317 |
| 743      | 7541     | 59895  | 88110  | 67429   | 2187          | 88600  |
| 757      | 7879     | 62780  | 94146  | 68490   | 2312          | 100672 |
| 761      | 7883     | 63938  | 97523  | 128709  | 2232          | 95147  |
| 769      | 6599     | 53081  | 81011  | 69897   | 2296          | 82645  |
| 773      | 9811     | 80249  | 118925 | 70469   | 2256          | 162804 |
| 787      | 4243     | 36801  | 56250  | 71182   | 2314          | 56798  |
| 809      | 6113     | 49900  | 79411  | 102198  | 2436          | 84508  |
| 811      | 8543     | 64166  | 106165 | 73454   | 2269          | 164512 |
| 823      | 8069     | 61278  | 105412 | 75525   | 2415          | 140741 |
| 827      | 9767     | 76814  | 122446 | 74500   | 2311          | 122724 |
| 853      | 9721     | 70356  | 124874 | 77028   | 2304          | 125549 |
| 857      | 5167     | 45015  | 106236 | 104195  | 2498          | 100377 |
| 863      | 8779     | 63681  | 114128 | 76547   | 2492          | 142881 |
| 881      | 3217     | 61551  | 52540  | 84976   | 2104          | 76580  |
| 941      | 2521     | 26842  | 42266  | 85914   | 2108          | 40872  |
| 947      | 3917     | 35204  | 60936  | 86238   | 2138          | 57977  |
| 1009     | 4259     | 36638  | 69594  | 89961   | 2970          | 68998  |
| 1013     | 3923     | 35930  | 64547  | 91863   | 2168          | 65215  |
| 883      | 8089     | 59087  | 108340 | 79913   | 2437          | 103486 |
| 907      | 8807     | 150071   | 192147 | 82155   | 2607          | 112580 |
| 953      | 8237     | 95016  | 117410 | 86101   | 2565          | 111579 |
| 967      | 8243     | 58601  | 118078 | 86966   | 3016          | 152838 |
| 971      | 9551     | 95634  | 145776 | 93232   | 2804          | 139996 |
| 977      | 7817     | 56356  | 114479 | 87090   | 2707          | 110835 |
| 991      | 9349     | 65892  | 137322 | 89147   | 2731          | 271611 |
| 997      | 5393     | 42634  | 86518  | 91078   | 2883          | 85876  |
| 1013     | 7177     | 53302  | 109643 | 89958   | 2765          | 109649 |
| 1019     | 6691     | 48599  | 102173 | 90620   | 2831          | 101650 |
| 1021     | 8819     | 59581  | 131857 | 92489   | 2716          | 131150 |

Таблиця 2

*Результати досліджень відносно оптимізації множення поліномів для NTRU методу з модифікованими параметрами*

| $p$  | $q$  | Показники швидкодії шифрування у тактах процесора |         |         | Показники швидкодії шифрування |                 |                 |
|------|------|---|---------|---------|--------------------------------|-----------------|-----------------|
|      |      | KeyGen  | Encrypt | Decrypt | KeyGen, ms                     | Encrypt, Mbit/s | Decrypt, Mbit/s |
| 673  | 9413 | 81137116  | 236834  | 124986  | 26.8216                        | 10.5313         | 19.3952         |
| 691  | 6449 | 79746185  | 209416  | 103788  | 26.6518                        | 12.4174         | 23.9656         |
| 719  | 9133 | 89988642  | 242626  | 127904  | 29.7004                        | 11.0166         | 19.4711         |
| 727  | 5827 | 87258688  | 192654  | 96051   | 28.4078                        | 13.9774         | 26.3697         |
| 739  | 9829 | 94319308  | 270423  | 139869  | 31.1194                        | 10.0539         | 19.8775         |
| 743  | 7541 | 92670350  | 222166  | 123160  | 30.98                          | 12.5694         | 22.453          |
| 757  | 7879 | 96724781  | 231926  | 125563  | 32.0007                        | 12.2059         | 22.6533         |
| 761  | 7883 | 97740894  | 233048  | 122197  | 31.9362                        | 12.2551         | 22.0994         |
| 769  | 6599 | 97128257  | 211943  | 106017  | 32.2375                        | 13.6429         | 25.87           |
| 773  | 9811 | 100393573   | 269918  | 140504  | 33.4946                        | 10.9252         | 20.3127         |
| 787  | 4243 | 98758503  | 178990  | 89072   | 32.64                          | 16.5373         | 32.6901         |
| 809  | 6113 | 104344176   | 213954  | 108083  | 34.8262                        | 14.1635         | 26.3957         |
| 811  | 8543 | 108552086   | 255410  | 132414  | 35.5397                        | 11.9486         | 22.6838         |
| 823  | 8069 | 111309145   | 256163  | 128736  | 36.9474                        | 12.5428         | 23.973          |
| 827  | 9767 | 112265692   | 277923  | 147490  | 37.7937                        | 11.2176         | 19.5569         |
| 853  | 9721 | 119377243   | 284659  | 148806  | 39.3514                        | 11.3944         | 21.5935         |
| 857  | 5167 | 116551976   | 208268  | 99091   | 38.5389                        | 15.6327         | 30.8011         |
| 863  | 8779 | 119387521   | 278985  | 139606  | 39.8311                        | 12.1471         | 23.2145         |
| 881  | 3217 | 118593929   | 182071  | 83380   | 38.923                         | 18.541          | 39.8288         |
| 941  | 2521 | 131344006   | 175659  | 74479   | 43.4393                        | 20.4683         | 47.666          |
| 947  | 3917 | 136057581   | 203357  | 97532   | 45.0785                        | 18.1485         | 36.8701         |
| 1009 | 4259 | 151405035   | 220684  | 105639  | 50.7393                        | 17.8264         | 36.6911         |
| 1013 | 3923 | 153522542   | 214756  | 106304  | 51.2598                        | 18.3456         | 36.6911         |
| 83   | 8089 | 124938084   | 262572  | 135157  | 42.0974                        | 12.216          | 23.3983         |
| 907  | 8807 | 129346765   | 279548  | 143837  | 43.5581                        | 11.7818         | 22.7099         |
| 953  | 8237 | 142236375   | 281616  | 146901  | 47.105                         | 12.4677         | 23.2038         |
| 967  | 8243 | 145962556   | 281165  | 150954  | 48.6366                        | 11.801          | 23.2006         |
| 971  | 9551 | 147677455   | 305294  | 168921  | 49.5779                        | 11.2187         | 20.0617         |
| 977  | 7817 | 149305234   | 283842  | 146744  | 49.6083                        | 12.9946         | 24.1718         |
| 991  | 9349 | 151407064   | 307350  | 174862  | 51.3147                        | 11.8333         | 21.1004         |
| 997  | 5393 | 150358985   | 237968  | 119046  | 50.1645                        | 15.2628         | 30.394          |
| 1013 | 7177 | 157913719   | 273759  | 144236  | 52.8602                        | 13.6686         | 24.9641         |
| 1019 | 6691 | 159746211   | 266936  | 138704  | 53.1059                        | 14.0228         | 26.7991         |
| 1021 | 8819 | 160598240   | 318723  | 165008  | 53.1704                        | 11.6696         | 22.7558         |

Слід звернути увагу, що швидкісні показники операції зашифрування для модифікованого методу є прогнозовано слабкішими за опера-

цію розшифрування (див. табл. 1). Так, з табл. 1 видно, що значну кількість часу відводиться на обчислення сліпого поліному  $r$ , перетворення до рядку байтів (ToBytes) при зашифруванні також займає час на порядок більший за зворотне перетворення до поліному (ToPol) при розшифруванні. При цьому швидкісні показники множення поліномів (Mul), які займають значну кількість часу відносно виконання усього алгоритму, є приблизно однаковими в операціях шифрування.

Швидкісні показники операції множення поліномів, одержані за рахунок проведення оптимізації обчислень. Самі поліноми задаються номерами ненульових коефіцієнтів, що дозволило зменшити число повторень циклів. Для накопичення суми при обчисленні коефіцієнтів результуючого полінома використовувалися AVX операції, це дозволило одночасно накопичувати 8 коефіцієнтів. Для обчислення модуля по поліному використовувалася операція додавання замість операції ділення. Поки не вдалося оптимізувати обчислення модуля по простому числу  $q$ .

При обчисленні сліпого поліному  $r$  основний час займає многократна операція гешування для формування випадкових коефіцієнтів полінома і обчислення самих коефіцієнтів. З метою оптимізації при обчисленні геш значення використовувалися попередні обчислювання і AVX операції. Поки не вдалося оптимізувати визначення самих коефіцієнтів полінома. Залежно від випадкового компонента операцію шифрування фактично іноді доводиться виконувати повторно. Що істотно збільшує час операції шифрування.

Одержані результати відносно швидкодії для NTRU методу зі модифікованими параметрами порівнювалися зі швидкісними показниками реалізації NTRU методу зі стандартизованими параметрами, наданими в ресурсі [4], результати, для відповідного набору параметрів були зведені у табл. 3.

Таблиця 3

*Порівняння результатів швидкодії NTRU методу класичного і з модифікованими параметрами*

| NTRU метод        | $p$ | $q$  | Показники швидкодії у тактах процесора |               | Характеристика процесора                     |
|-------------------|-----|------|--|---------------|--|
|                   |     |      | Зашифрування                           | Розшифрування |  |
| nttrees743ep1 [4] | 743 | 2048 | 101626                                 | 109118        | Intel (R) Core (TM) i5 - 6600 CPU @ 3.31 GHz |
| модифікований     | 659 | 7481 | 214428                                 | 101148        | Intel (R) Core (TM) i5 - 4440 CPU @ 3.10 GHz |

**Висновки.** Ми дослідили можливість використання нового класу параметрів для алгоритму [1] та часові характеристики для усіх сто двадцяти двох параметрів зі роботи [2]. При реалізації використову-

валась алгоритмічна оптимізація та оптимізація за рахунок властивостей сучасних процесорів. Особлива увага надана функції множення поліномів, яка займає приблизно половину часу виконання операцій зашифрування та розшифрування (співвідношення залежить від кількості ненульових елементів). Використання AVX команд та грамотне застосування властивостей кешу також дозволило суттєво вплинути на час виконання операцій.

Отриманий результат показав, що зменшення продуктивності за рахунок використання нових параметрів не перевищує 50%, що, на наш погляд, є допустимим.

У подальшому планується покращити показники швидкодії, наприклад, за рахунок оптимізації обчислення модуля по простому числу  $q$  та оптимізації визначення коефіцієнтів полінома, зменшивши тим самим час шифрування та розшифрування.

### Список використаних джерел:

1. American National Standard X9.98-2010. Lattice-Based Polynomial Public Key Encryption Algorithm Part 1: Key Establishment: Part 2: Data Encryption, 2010. Lattice-Based Polynomial Public Key Establishment Algorithm for the Financial Services Industry.
2. Daniel J. Bernstein, Chitchanok Chuengsatiansup, Tanja Lange, Christine van Vredendaal. NTRU Prime [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://ntruprime.cr.yp.to/ntruprime-20160511.pdf> (visited 22.12.2016).
3. Post-Quantum crypto Project [Електронний ресурс]. Режим доступу: <http://csrc.nist.gov/groups/ST/post-quantum-crypto/rfc-july2016.html>.
4. Measurements of public-key cryptosystems, indexed by machine [Електронний ресурс]. Режим доступу: <https://bench.cr.yp.to/results-encrypt.html>.

Researched a new class of parameters such NTRU algorithm optimized basic algorithmic operations.

**Key words:** *NTRU similar algorithms, computational complexity, time productivity.*

Одержано 01.03.2017