

УДК 004.94

В. А. Іванюк*, канд. техн. наук, доцент,**О. А. Дячук****, канд. техн. наук, с. н. с.**В. В. Понеділок***, старший викладач

*Кам'янець-Подільський національний університет

імені Івана Огієнка, м. Кам'янець-Подільський,

**ДУ «Інститут економіки та прогнозування НАН України», м. Київ

МЕТОД ОБЕРНЕНИХ ОПЕРАТОРІВ ВІДНОВЛЕННЯ СИГНАЛІВ НА ВХОДІ ЛІНІЙНИХ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ, ЩО ЗАДАНІ ПЕРЕДАТНИМИ ФУНКЦІЯМИ

У статті розглянуто способи відновлення сигналів на вході лінійних динамічних систем, що задані дробово-раціональними передатними функціями на основі методу обернених операторів. Запропоновано способи регуляризації для пошуку оберненого оператора системи. Побудовано структурні схеми оберненого оператора в середовищі Simulink.

Ключові слова: обернений оператор, відновлення сигналів, передатна функція, Matlab, регуляризація.

Вступ. Розглядається проблема застосування передатних функцій при розв'язуванні обернених задач динаміки лінійних об'єктів із зосередженими параметрами.

Математична модель лінійного динамічного об'єкта в операторній формі має вигляд:

$$Y(s) = A(s)X(s), \quad (1)$$

де s — змінна Лапласа, $X(s)$ — вхідний сигнал, $Y(s)$ — вихідний сигнал, $A(s)$ — оператор, заданий у формі передатної функції. Для розв'язання такої задачі існує широкий набір методів та засобів. Зокрема, в системі Matlab-Simulink модель (1) матиме вигляд, що показана на рис. 1.

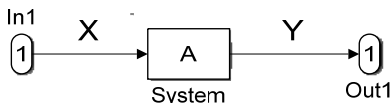


Рис. 1. Simulink-схема моделі (1)

При розв'язуванні обернених задач, у випадку відомої математичної моделі оператора A , необхідно розв'язати операторне рівняння (1), при умові, що Y задано, а X необхідно знайти. Розв'язок можна шукати у вигляді:

$$X(s) = B(s)Y(s), \quad (2)$$

де $B(s) = A(s)^{-1}$. Структурна схема прямої та оберненої задачі в Simulink показана на рис. 2.

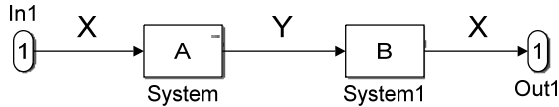


Рис. 2. Simulink-схема реалізації прямої та оберненої задачі

Одним з ефективних методів розв'язування задачі відновлення сигналу є метод обернених операторів [3]. Суттєвою особливістю цього методу є безпосереднє використання прямого оператора для отримання оберненого оператора. Виділяють два головних технічних принципи реалізації методу обернених операторів. Це включення оберненого оператора в прямий зв'язок або оператора $A(s)$ в зворотний зв'язок елементів технічної системи [1, 3–5].

Мета статті — розробка та дослідження методу відновлення сигналів на вході лінійних динамічних систем на основі методу обернених операторів.

Основна частина. Для пошуку оператора $B(s)$ представимо (1) в еквівалентній формі із використанням зворотного зв'язку:

$$B(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{1}{\frac{X(s)}{Y(s)}} = \frac{1}{A(s)} = \frac{1}{1 + (A(s) - 1)}. \quad (3)$$

Виразу (3) відповідає структурна Simulink-схема, яка показана на рис. 3.

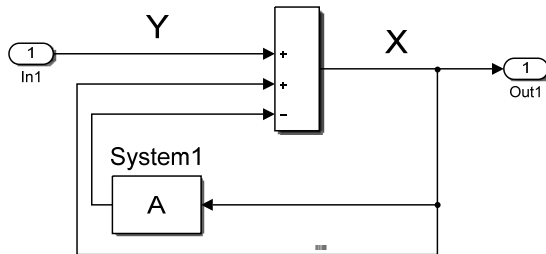


Рис. 3. Simulink-схема оператора B

На модель (3) накладається ряд обмежень. По-перше, для того, щоб передатну функцію $B(s)$ можна було реалізувати фізично, необхідно, щоб степінь чисельника був не більший за степінь знаменника, а це можливо лише тоді, коли передатна функція $A(s)$ має однакові показники степенів чисельника та знаменника [2, 6]. По-друге, для отримання стійкого розв'язку необхідно, щоб система, яка описується передатною функцією $A(s)$, була стійкою, як в розімкнутому, так і у замкнутому стані [2, 6].

Також розглянемо випадок побудови оберненого оператора при умові, що показник степеня знаменника більший за показник чисельника в операторі $A(s)$. В такому випадку модель (3) застосувати не бажано. Тому застосуємо до (3) метод регуляризації так, щоб степені чисельника та знаменника зрівнялися.

Пропонуються два способи для побудови оператора $B(s)$. Перший спосіб полягає в тому, що оператор $B(s)$ подається у вигляді:

$$B(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{1}{1 + (A(s) - k)}, \quad (4)$$

де k — параметр регуляризації близький до 1, але $k \neq 1$. Даний параметр повинен підбиратися з врахуванням забезпечення стійкості оператора $B(s)$.

Нехай

$$A(s) = \frac{b(s)}{a(s)} = \frac{b_m s^m + b_{m-1} s^{m-1} + \dots + b_2 s^2 + b_1 s + b_0}{a_n s^n + a_{n-1} s^{n-1} + \dots + a_2 s^2 + a_1 s + a_0}, \quad m \leq n, \quad (5)$$

тоді

$$B(s) = \frac{1}{1 + \left(\frac{b(s)}{a(s)} - k \right)} = \frac{1}{\frac{a(s) + (b(s) - ka(s))}{a(s)}} = \frac{a(s)}{a(s) + b(s) - ka(s)}. \quad (6)$$

Параметр k підбирається таким, щоб всі полюси $B(s)$ розміщувалися в лівій півплощині. Для цього знаходяться корені характеристичного рівняння:

$$a(s) + b(s) - ka(s) = 0.$$

Позначимо всі знайдені корені $Rs(k) = (Rs_n(k), Rs_{n-1}(k), \dots, Rs_1(k))$.

Для виконання поставлених умов необхідно розв'язати систему нерівностей:

$$\operatorname{Re} Rs(k) \leq 0,$$

тобто

$$\begin{cases} \operatorname{Re} Rs_n(k) \leq 0; \\ \operatorname{Re} Rs_{n-1}(k) \leq 0; \\ \dots \\ \operatorname{Re} Rs_1(k) \leq 0. \end{cases}$$

Розв'язок даної системи визначає область Ω допустимих значень параметра регуляризації k . Тоді для забезпечення максимальної адекватності регуляризованої моделі k підбирається з врахуванням наступних умов:

$$\begin{cases} |k-1| \rightarrow \min; \\ k \neq 1; \\ k \in \Omega. \end{cases} \quad (7)$$

Структурна схема моделі (6), яка побудована в Simulink, показана на рис. 4.

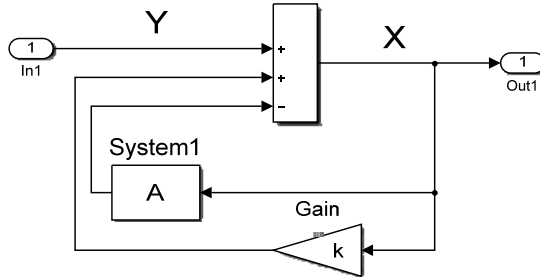


Рис. 4. Simulink-схема оператора $B(s)$ побудована на основі (6)

Другий спосіб полягає у тому, що оператор $B(s)$ подається у вигляді:

$$B(s) = \frac{X(s)}{Y(s)} = \frac{1}{1+k(A(s)-1)}, \quad (8)$$

де k — параметр регуляризації близький до 1, але $k \neq 1$. Із врахуванням (5) отримаємо представлення $B(s)$

$$B(s) = \frac{a(s)}{a(s) + kb(s) - ka(s)}. \quad (9)$$

Далі знаходяться корені характеристичного рівняння:

$$a(s) + kb(s) - ka(s) = 0.$$

Позначимо всі знайдені корені $Rs(k) = (Rs_n(k), Rs_{n-1}(k), \dots, Rs_1(k))$.

Для виконання поставлених умов розв'язується система нерівностей:

$$\operatorname{Re} Rs(k) \leq 0$$

Розв'язок даної системи визначає область Ω допустимих значень, що забезпечить асимптотично стійкий розв'язок. Якщо вдається знайти k для забезпечення тільки рівності

$$\begin{cases} \operatorname{Re} Rs_n(k) = 0; \\ \operatorname{Re} Rs_{n-1}(k) = 0; \\ \dots \\ \operatorname{Re} Rs_1(k) = 0, \end{cases}$$

то розв'язок буде стійкий, але не асимптотичний (дана умова буде відповідати і для першого способу).

Для забезпечення максимальної адекватності моделі k підбирається з врахуванням умов (7).

Структурна схема моделі (8) показана на рис. 5.

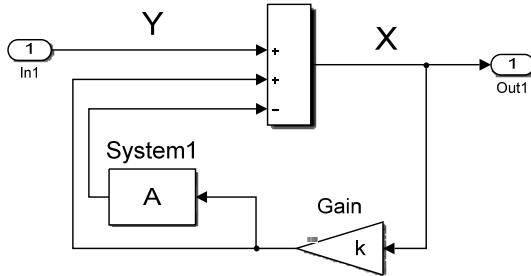


Рис. 5. Simulink-схема оператора $B(s)$ побудована на основі (8)

Висновки. Численні обчислювальні експерименти показали, що запропоновані способи побудови обернених операторів для відновлення сигналів, можна ефективно використовувати при розв'язанні різних технічних задач, зокрема, при відновленні сигналів спотворених вимірювальними пристроями.

Підбір параметра регуляризації можна оцінювати на основі критерію стійкості системи Найквіста, користуючись наявними засобами в прикладних програмних середовищах.

Загалом, проведені дослідження показали, що запропонований метод відновлення сигналів є ефективним при дослідженні лінійних динамічних систем, в комп'ютеризованих засобах динамічної корекції управляючих та вимірювальних систем.

Список використаних джерел:

1. Вашны Е. Г. Динамика измерительных цепей: пер. с нем. М.: Энергия, 1969. 288 с.
2. Веремей Е. И. Линейные системы с обратной связью: учеб. пособие для вузов. СПб.: Лань, 2013. 448 с.
3. Верлань А. Ф., Максимович Н. А. Применение метода обратных операторов для компьютерного восстановления сигнала инерционного измерительного прибора. *Електронне моделювання*. 2001. 23, № 4. С. 14–26.
4. Верлань Д. А., Фуртат Ю. О. Способи розв'язання інтегрального рівняння Вольтерра I роду з виродженим ядром в задачах відновлення вхідних сигналів динамічних об'єктів. *Математичне та комп'ютерне моделювання*. Серія: Технічні науки: зб. наук. праць. Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова Національної академії наук України, Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка. Кам'янець-Подільський: Кам'янець-Подільський національний університет імені Івана Огієнка, 2016. Вип. 13. С. 61–65.

5. Верлань А. Ф., Абдусатаров Б. Б., Игнатченко А. А., Максимович Н. А. Методы и устройства интерпретации экспериментальных зависимостей при исследовании и контроле энергетических процессов. К.: Наукова думка, 1993. 208 с.
6. Теория автоматического управления: учебник для вузов: под ред. А. В. Нетушила. М.: Высш. шк., 1976. 400 с.

The article discusses how to restore signals to input linear dynamic systems that set fractionally rational transfer function based on the method of inverse operators and some ways to search regularization parametre for inverse operator system. Was constructed the block diagrams of inverse operator in Simulink.

Key words: *inverse operator, recovery signals, transfer function, Matlab, regularization.*

Одержано 02.02.2017

УДК 519.9

Е. П. Карпець, канд. екон. наук, с. н. с.,

В. М. Кузьменко, канд. фіз.-мат. наук, с. н. с.

Інститут кібернетики імені В. М. Глушкова НАН України, м. Київ

ЗАГАЛЬНИЙ АЛГОРИТМ ВИЗНАЧЕННЯ ВПЛИВУ ЕКОНОМІЧНИХ ЗРУШЕНЬ НА БАЗІ БАЛАНСНИХ МОДЕЛЕЙ

Наведений опис методичних основ та загального алгоритму економетричної модифікації метода «витрати-випуск» для визначення впливу структурних зрушень на рівень макроекономічних показників.

Ключові слова: *таблиця «витрати-випуск» (ТВВ), економетрична модель, дисбаланс, проміжне споживання, індекс цін.*

Вступ. Уповільнення економічного розвитку України безпосередньо пов'язане з впливом цілого ряду чинників різного рівня, що призводять до поглиблення дисбалансних процесів. Оскільки дисбаланси як глобального, так і національного рівня суттєво змінюють розвиток економіки, актуальною є задача визначення ступеня їх впливу та тренду розвитку.

Для вирішення даної задачі в Інституті кібернетики НАН України запропоновано підхід, алгоритми та програмні засоби для дослідження динаміки економіки, що базуються на даних таблиць «витрати-випуск» (ТВВ) і дозволяють кількісно оцінити структурні зрушення, що відбуваються в процесі розвитку економіки під впливом ринкових та кризових перетворень. А поєднання моделі таблиці «витра-