ДОПОВІДІ
НАЦІОНАЛЬНОЇ
АКАДЕМІЇ НАУК
УКРАЇНИ

doi: https://doi.org/10.15407/dopovidi2018.01.003
УДК 517.956.223

В.І. Герасименко

Інститут математики НАН України, Київ
E-mail: gerasym@imath.kiev.ua

Узагальнене кінетичне рівняння Фоккера — Планка відкритих квантових систем

Представлено академіком НАН України А.Г. Загороднім

Розглянуто проблему строгого виведення узагальненого кінетичного рівняння Фоккера — Планка з динаміки відкритих квантових систем за наявності кореляцій початкових станів. Описано процес поширення кореляцій в таких квантових системах багатьох частинок.

Ключові слова: *кінетичне рівняння Фоккера — Планка, кореляції станів, квантова відкрита система.*

Одна з актуальних проблем теорії відкритих квантових систем пов'язана із строгим виведенням основного кінетичного рівняння або квантового кінетичного рівняння типу Фоккера — Планка з динаміки багатьох частинок таких систем [1—4]. Зауважимо, що зазначене еволюційне рівняння має широке застосування до опису кінетичних процесів різноманітної природи [4—7].

У сучасних працях [4, 6, 8] основний підхід до дослідження колективної поведінки відкритих квантових систем полягає в побудові скейлінгових асимптотик, наприклад, дифузійної скейлінгової границі [9, 10], розв'язку еволюційних рівнянь, якими описується еволюція стану системи багатьох частинок, яка складається із виділеної частинки і оточення — системи нескінченного числа частинок, зокрема пертурбативного розв'язку ієрархії квантових рівнянь ББҐКІ (Боголюбов — Борн — Ґрін — Кірквуд — Івон). Строгі результати з обґрунтування таких квантових кінетичних рівнянь наведено в огляді [9], для відкритих класичних систем частинок з кінетичної теорії зіткнень [11] — в роботах [12—14].

У цьому повідомленні на основі непертурбативного розв'язку ієрархії квантових рівнянь ББҐКІ розвинуто новий підхід до строгого виведення квантового кінетичного рівняння Фоккера — Планка з динаміки квантової системи, яка складається з виділеної частинки та її оточення за наявності кореляцій початкових станів. Зокрема, такий підхід дає можливість описати процес поширення початкових кореляцій у відкритих квантових системах.

Нехай $\mathcal{H}_n = \mathcal{H}^{\otimes n}$ — n-частинковий гільбертів простір та $\mathcal{H}_0 = \mathbb{C}$. Для відкритої квантової системи, яка складається із виділеної частинки і оточення — системи не фіксованого числа безспінових частинок, що задовольняють статистику Максвелла — Больцмана, позначимо $\mathcal{F}_{\mathcal{H}} = \otimes_{n=0}^{\infty} \mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_n$ простір Фока. Нехай $\mathfrak{L}_{\alpha}^1(\mathcal{F}_{\mathcal{H}})$ простір послідовностей $f = (f_0, f_{1+0}, f_{1+1}, \ldots, f_{1+n}, \ldots)$ ядерних операторів $f_{1+n} \equiv f_{1+n}(\mathfrak{t}, 1, \ldots, n) \in \mathfrak{L}^1(\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_n)$ та $f_0 \in \mathbb{C}$, які для довільних $(i_1, \ldots, i_n) \in (1, \ldots, n)$ задовольняють умову симетрії $f_{1+n}(\mathfrak{t}, 1, \ldots, n) = f_{1+n}(\mathfrak{t}, i_1, \ldots, i_n)$ з такою нормою

$$\|f\|_{\mathfrak{L}_{\alpha}^1(\mathcal{F}_{\mathcal{H}})} = \sup_{n \geqslant 0} \alpha^{-n} Tr_{\mathfrak{t}, 1, \ldots, n} \left| f_{1+n}(\mathfrak{t}, 1, \ldots, n) \right|,$$

де символ $Tr_{\mathfrak{t}, 1, \ldots, n}$ — частинний слід та параметр $\alpha > 0$ — дійсне число. Позначимо $\mathfrak{L}_0^1 \in \mathfrak{L}_{\alpha}^1(\mathcal{F}_{\mathcal{H}})$ підпростір фінітних послідовностей вироджених операторів з нескінченно диференційованими ядрами з компактними носіями. Надалі використовується система одиниць, де стала Планка $h = 2\pi\hbar = 1$.

Еволюція всіх можливих станів відкритої квантової системи описується за допомогою послідовностей $F(t) = (F_{1+0}(t, \mathfrak{t}), F_{1+1}(t, \mathfrak{t}, 1), \ldots, F_{1+s}(t, \mathfrak{t}, 1, \ldots, s), \ldots) \in \mathcal{F}_{\mathcal{H}}$ маргінальних операторів густини, які є непертурбативним розв'язком задачі Коші для ієрархії квантових рівнянь ББҐКІ [15]:

$$F_{1+s}(t, \mathfrak{t}, 1, \ldots, s) = \\ = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} Tr_{s+1, \ldots, s+n} \mathfrak{A}_{1+n}(t, \{\mathfrak{t}, 1, \ldots, s\}, s+1, \ldots, s+n) F_{1+s+n}^0(\mathfrak{t}, 1, \ldots, s+n), \quad s \geqslant 0. \tag{1}$$

Твірний оператор n-го члену розкладу в ряд (1) визначається кумулянтом $(n+1)$-го порядку

$$\mathfrak{A}_{1+n}(t, \{\mathfrak{t}, 1, \ldots, s\}, s+1, \ldots, s+n) = \\ = \sum_{P : (t, \{\mathfrak{t}, 1, \ldots, s\}, s+1, \ldots, s+n) = \bigcup_i X_i} (-1)^{|P|-1} (|P|-1)! \prod_{X_i \subset P} \mathcal{G}_{|\theta(X_i)|}(-t, \theta(X_i)) \tag{2}$$

груп операторів

$$\mathcal{G}_n(-t) f_n \doteq e^{-itH_n} f_n e^{itH_n}, \tag{3}$$

де самоспряжений оператор H_n — гамільтоніан системи n частинок, який має таку структуру

$$H_n = \sum_{j \in (\mathfrak{t}, 1, \ldots, s)} K(j) + \sum_{j_1 < j_2 \in (\mathfrak{t}, 1, \ldots, s)} \Phi(j_1, j_2),$$

тобто $K(j)$ — оператор кінетичної енергії j-ї частинки, $\Phi(j_1, j_2)$ — оператор парного потенціалу взаємодії та використано такі позначення: $\{\mathfrak{t}, 1, \ldots, s\}$ — множина, яка складається з одного елементу множини індексів $(\mathfrak{t}, 1, \ldots, s)$, тобто $|\{\mathfrak{t}, 1, \ldots, s\}| = 1$, символ $\sum_P$ — сума за всіма можливими розбиттями P множини $(\{\mathfrak{t}, 1, \ldots, s\}, s+1, \ldots, s+n)$ на $|P|$ непорожніх підмножин X_i, які не перетинаються, та відображення θ — оператор декластерізації: $\theta(\{1, \ldots, s\}) = (1, \ldots, s)$.

Надалі будемо розглядати початкові стани відкритої квантової системи, які описуються послідовністю таких маргінальних операторів густини:

$$F_{1+n}(t)_{|t=0} = F_{1+0}^0(\mathfrak{t}) F_{0+n}^0(1, \ldots, n) g_{1+n}(\mathfrak{t}, 1, \ldots, n), \quad n \geqslant 0, \tag{4}$$

де оператор g_{1+s} описує кореляції станів виділеної квантової частинки та її оточення в початковий момент часу. Якщо $F_{1+0}^0 \in \mathfrak{L}^1(\mathcal{H}_1)$, стан оточення

$$\sup_{n \geqslant 0} \alpha^{-n} \left\| F_{0+n}^0 \right\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H}_n)} < +\infty$$

та кореляційні оператори обмежені $g_{1+n} \in \mathfrak{L}(\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_n)$, тоді за умови $\alpha < e^{-1}$, ряд (1) збігається за нормою простору $\mathfrak{L}^1(\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_s)$ для довільних $t \in \mathbb{R}^1$. Для початкових станів $F_{1+0}^0 \in \mathfrak{L}_0^1(\mathcal{H}_1)$, $F_{(0+s+n)}^0 \in \mathfrak{L}_0^1(\mathcal{H}_{(s+n)})$, $g_{1+n} \in \mathfrak{L}(\mathcal{H}_1 \otimes \mathcal{H}_n)$, послідовністю операторів (1) зображується сильний розв'язок задачі Коші для ієрархії квантових рівнянь ББҐКІ відкритої квантової системи і для довільних початкових станів — слабкий розв'язок [15].

Внаслідок того, що послідовність початкових маргінальних операторів густини (4) залежить від початкового маргінального оператора густини виділеної частинки, задача Коші для відповідної ієрархії квантових рівнянь ББҐКІ не є однозначно визначеною, тому її можна переформулювати, як задачу Коші для еволюційного рівняння для маргінального оператора густини виділеної частинки та послідовності явно визначених функціоналів від розв'язку цієї задачі Коші.

Сформулюємо основний результат. Оскільки початковий стан відкритої квантової системи визначається початковим станом виділеної частинки (4), стан системи в довільний момент часу (1) може бути також описано в еквівалентний спосіб за допомогою послідовності маргінальних функціоналів стану $F(t \mid F_1(t)) = (F_{1+0}(t, \mathrm{t}), F_{1+1}(t, \mathrm{t}, 1 \mid F_{1+0}(t)), \ldots,$ $F_{1+s}(t, \mathrm{t}, 1, \ldots, s \mid F_{1+0}(t)), \ldots)$, які визначаються розв'язком $F_{1+0}(t, \mathrm{t})$ кінетичного рівняння для стану виділеної квантової частинки (узагальнене кінетичне рівняння Фоккера — Планка відкритої квантової системи).

Маргінальні функціонали стану $F_{1+s}(t, \mathrm{t}, 1, \ldots, s \mid F_{1+0}(t)), s \geqslant 1$, зображуються такими розкладами в ряд:

$$F_{1+s}(t, \mathrm{t}, 1, \ldots, s \mid F_{1+0}(t)) \doteq$$

$$\doteq \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{n!} Tr_{s+1, \ldots, s+n} \mathfrak{V}_{1+n}(t, \{\mathrm{t}, 1, \ldots, s\}, s+1, \ldots, s+n) F_{1+0}(t, \mathrm{t}), \quad s \geqslant 1, \tag{5}$$

де твірні еволюційні оператори $\mathfrak{V}_{1+n}(t), \quad n \geqslant 0$, визначаються такими розкладами:

$$\mathfrak{V}_{1+n}(t, \{\mathrm{t}, 1, \ldots, s\}, s+1, \ldots, s+n) \doteq n! \sum_{k=0}^{n} (-1)^k \sum_{m_1=1}^{n} \ldots \sum_{m_k=1}^{n-m_1-\ldots-m_{k-1}} \frac{1}{(n-m_1-\ldots-m_k)!} \times$$

$$\times \mathfrak{A}_{1+n-m_1-\ldots-m_k}(t, \{\mathrm{t}, 1, \ldots, s\}, s+1, \ldots, s+n-m_1-\ldots-m_k) F_{0+s+n-m_1-\ldots-m_k}^0 \times$$

$$\times (1, \ldots, s+n-m_1-\ldots-m_k) g_{1+s+n-m_1-\ldots-m_k}(\mathrm{t}, 1, \ldots, s+n-m_1-\ldots-m_k) \times$$

$$\times \mathfrak{A}_1(-t, \mathrm{t}) \prod_{j=1}^{k} (\frac{1}{m_j!} \mathfrak{A}_{1+m_j}(t, \mathrm{t}, s+1+n-m_j-\ldots-m_k, \ldots, s+n-m_{j+1}-\ldots-m_k) \times$$

$$\times F_{0+m_j}^0(s+1+n-m_j-\ldots-m_k, \ldots, s+n-m_{j+1}-\ldots-m_k) \times$$

$$\times g_{1+m_j}(\mathrm{t}, s+1+n-m_j-\ldots-m_k, \ldots, s+n-m_{j+1}-\ldots-m_k) \mathfrak{A}_1(-t, \mathrm{t})). \tag{6}$$

Наведемо приклади твірних еволюційних операторів (6):

$$\mathfrak{V}_1(t,\{\mathfrak{t},1,\ldots,s\})=\mathfrak{A}_1(t,\{\mathfrak{t},1,\ldots,s\})F^0_{0+s}(1,\ldots,s)g_{1+s}(\mathfrak{t},1,\ldots,s)\mathfrak{A}_1(-t,\mathfrak{t}),$$

$$\mathfrak{V}_2(t,\{\mathfrak{t},1,\ldots,s\},s+1)=\mathfrak{A}_2(t,\{\mathfrak{t},1,\ldots,s\},s+1)F^0_{0+s+1}(1,\ldots,s+1)\times$$

$$\times g_{1+s+1}(\mathfrak{t},1,\ldots,s+1)\mathfrak{A}_1(-t,\mathfrak{t})-\mathfrak{A}_1(t,\{\mathfrak{t},1,\ldots,s\},)F^0_{0+s}(1,\ldots,s)g_{1+s}(\mathfrak{t},1,\ldots,s)\times$$

$$\times\mathfrak{A}_1(-t,\mathfrak{t})\mathfrak{A}_2(t,\mathfrak{t},s+1)F^0_{0+1}(s+1)g_{1+1}(\mathfrak{t},s+1)\mathfrak{A}_1(-t,\mathfrak{t}),$$

де оператор $\mathfrak{A}_1(-t,\mathfrak{t})$ є оберненим оператором до кумулянта (2) першого порядку $\mathfrak{A}_1(t,\mathfrak{t})$ груп операторів (3).

За умови на густину частинок оточення $\alpha<e^{-4}$, ряд (5) збігається за нормою простору $\mathfrak{L}^1(\mathcal{H}_1\otimes\mathcal{H}_s)$ для довільних $t\in\mathbb{R}^1$ [12].

Маргінальні функціонали стану (5) описують процес поширення початкових кореляцій та народження кореляцій у квантових відкритих системах в термінах маргінального оператора густини виділеної частинки.

Маргінальний оператор густини виділеної частинки з послідовності $F(t|F_1(t))$ зображується таким розкладом в ряд

$$F_{1+0}(t,\mathfrak{t})=\sum_{n=0}^{\infty}\frac{1}{n!}Tr_{1,\ldots,n}\mathfrak{A}_{1+n}(t)g_{1+n}(\mathfrak{t},1,\ldots,n)F^0_{0+n}(1,\ldots,n)F^0_{1+0}(\mathfrak{t}),\tag{7}$$

де твірні оператори $\mathfrak{A}_{1+n}(t)$, $n\geqslant 0$, визначаються розкладами (2). Оператор (7) є розв'язком задачі Коші для еволюційного рівняння для стану виділеної частинки, а саме немарковського квантового кінетичного рівняння типу рівняння Фоккера — Планка:

$$\frac{\partial}{\partial t}F_{1+0}(t,\mathfrak{t})=\mathcal{N}(\mathfrak{t})F_{1+0}(t,\mathfrak{t})+Tr_1\mathcal{N}_{\mathrm{int}}(\mathfrak{t},1)F_{1+s}(t,\mathfrak{t},1|F_{1+0}(t)),\tag{8}$$

$$F_{1+0}(t,\mathfrak{t})\big|_{t=0}=F^0_{1+0}(\mathfrak{t}).\tag{9}$$

У рівнянні (8) маргінальний функціонал стану $F_{1+1}(t,\mathfrak{t},1|F_{1+0}(t))$ зображується розкладом в ряд (5) у випадку $s=1$, та оператори $\mathcal{N}(j)$ і $\mathcal{N}_{\mathrm{int}}(j_1,j_2)$ з генератора рівняння фон Неймана [15] визначені на підпросторі $\mathfrak{L}^1_0(\mathcal{H}_1\otimes\mathcal{H}_s)$ відповідно такими формулами:

$$\mathcal{N}(j)f_s\doteq-i(K(j)f_s-f_sK(j)),$$

$$\mathcal{N}_{\mathrm{int}}(j_1,j_2)f_s\doteq-i(\Phi(j_1,j_2)f_s-f_s\Phi(j_1,j_2)).$$

Підкреслимо, що коефіцієнти кінетичного рівняння (8) визначаються початковими кореляціями станів виділеної квантової частинки та її оточення.

Доведення наведеного основного результату ґрунтується на застосуванні до твірних операторів (2) розкладів в ряд непертурбативного розв'язку (1) задачі Коші для ієрархії рівнянь ББҐКІ кінетичних кластерних розкладів [15].

Якщо початковий стан (9) виділеної частинки $F^0_{1+0}\in\mathfrak{L}^1(\mathcal{H})$, тоді за таких умов:

$$g_{1+n}\in\mathfrak{L}(\mathcal{H}_1\otimes\mathcal{H}_n)\ \text{ та }\ \sup_{n\geqslant 0}\alpha^{-n}\left\|F^0_{0+n}\right\|_{\mathfrak{L}^1(\mathcal{H}_n)}<+\infty,$$

 ISSN 1025-6415. Dopov. Nac. akad. nauk Ukr. 2018. № 1

де $\alpha < e^{-4}$ для $t \in \mathbb{R}$, розв'язок задачі Коші (8), (9) зображується розкладом в ряд (7). Для початкових станів $F_{1+0}^{0} \in \mathfrak{L}_{0}^{1}(\mathcal{H})$ — це сильний розв'язок, а для довільних станів з простору $\mathfrak{L}^{1}(\mathcal{H})$ — слабкий розв'язок.

Схема доведення цього твердження аналогічна доведенню теореми існування розв'язку узагальненого кінетичного рівняння Фоккера — Планка для газу Енскоґа [14].

Аналогічно до роботи [15] наведені результати можуть бути поширені для систем багатьох ферміонів та бозонів, зокрема відкритих квантово-класичних систем [1] та відкритих квантових систем багатьох частинок з кулонівським потенціалом взаємодії.

Таким чином, якщо початкові стани визначаються послідовністю маргінальних операторів густини (4), тоді еволюція всіх можливих станів відкритої квантової системи може бути описана без будь-яких апроксимацій за допомогою маргінального оператора густини виділеної частинки, який є розв'язком задачі Коші для узагальненого квантового кінетичного рівняння Фоккера – Планка (8), (9), та послідовності функціоналів від такого оператора (5). Іншими словами, встановлене узагальнення квантового кінетичного рівняння Фоккера — Планка (8) є еквівалентним підходом до опису еволюції станів виділеної частинки в оточенні довільного числа квантових частинок нарівні з ієрархією квантових рівнянь ББҐКІ для послідовності маргінальних операторів густини (1).

Зазначимо, що стани частинок оточення з простору ядерних операторів описують системи скінченого середнього числа частинок. Для опису еволюції станів виділеної частинки в оточенні системи нескінченного числа частинок, зокрема оточення в рівноважному стані (система в термостаті [2]), розв'язок (7) узагальненого кінетичного рівняння Фоккера — Планка (8) має бути обґрунтовано для початкових станів оточення, які належать простору послідовностей обмежених операторів [15]. У цьому випадку кожний член розкладів у ряд для розв'язку (7) і послідовності маргінальних функціоналів стану (5) містить розбіжні вирази, які можуть бути регуляризовані за допомогою встановленої структури твірних операторів зазначених розкладів у ряд.

Зауважимо, що квантові кінетичні рівняння типу Фоккера — Планка, які сформульовані за допомогою евристичних міркувань [2, 3], можуть бути побудовані на основі рівняння (8) в скейлінгових наближеннях, наприклад, в границі слабкого зв'язку виділеної частинки і оточення [3], або масивної виділеної частинки і легких частинок оточення [7]. Розвинутий в цьому повідомленні підхід також може бути застосований до проблеми виведення квантових кінетичних рівнянь немарковського типу з динаміки відкритих квантових систем багатьох частинок, які дозволяють описати ефекти пам’яті дифузійних процесів макроскопічних частинок в рідинах [8—10] або в плазмових системах [5].

ЦИТОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Kapral R. Quantum dynamics in open quantum-classical systems. *J. Phys. Condens. Matter.* 2015. **27**, 073201.
2. Breuer H.-P., Petruccione F. The Theory of Open Quantum System. Oxford Univ. Press, 2002. 625 p.
3. Rivas A., Huelga S.F. Open Quantum Systems. An Introduction. Berlin: Springer, 2012. 107 p.
4. Figari R., Teta A. Quantum Dynamics of a Particle in a Tracking Chamber. Berlin, Heidelberg: Springer, 2014. 110 p.
5. Загородній А.Г., Момот А.І. Вступ до кінетичної теорії плазми. Київ: Наук. думка, 2015. 445 с.
6. Deckert D.-A., Frölich J., Pickl P., Pizzo A. Effective dynamics of a tracer particle interacting with an ideal Bose gas. Commun. *Math. Phys.* 2014. **328**, № 2. P. 597—624.

7. Lebowitz J.L., Sinai Ya.G., Chernov N.I. Dynamics of a massive piston in an ideal gas. *Russ. Math. Surv.* 2002. **57**, № 6. P. 1045—1125.
8. Erdös L. Classical and quantum Brownian motion. *Ann. Henri Poincaré*. 2007. **8**. P. 621—685.
9. Erdös L. Lecture notes on quantum Brownian motion. Quantum Theory from Small to Large Scales. Lecture notes of Les Houches summer school. V. 95, Oxford Univ. Press, 2012. 720 p.
10. Bodineau T., Gallagher I., Saint-Raymond L. The Brownian motion as the limit of a deterministic system of hard-spheres. *Invent. Math.* 2016. **203**, № 2. 493—553.
11. Bogolyubov N.N. On the stochastic processes in the dynamical systems. *Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei*. 1978. **9**, № 4. P. 501—579.
12. Gerasimenko V.I., Gapyak I.V. The generalized Fokker—Planck equation for the Enskog gas. *Math. Bulletin Sh. Sci. Soc.* 2012. **9**. P. 23—43.
13. Герасименко В.І., Гап'як І.В. Немарковське кінетичне рівняння Фоккера — Планка для системи твердих куль. *Допов. Нац. акад. наук Укр.* 2014. № 12. С. 29—35.
14. Gerasimenko V.I., Gapyak I.V. The Fokker—Planck equation with initial correlations in collisional kinetic theory. *Bukovina Math. J.* 2015. **3**, № 3-4. P. 52—58.
15. Gerasimenko V.I. Hierarchies of quantum evolution equations and dynamics of many-particle correlations. Statistical Mechanics and Random Walks: Principles, Processes and Applications. N.Y.: Nova Science Publ., Inc., 2013. P. 233—288.

Надійшло до редакції 07.09.2017

REFERENCES

1. Kapral, R. J. (2015). Phys.: Condens. Matter., 27, 073201.
2. Breuer, H.-P. & Petruccione, F. (2002). The Theory of Open Quantum System. Oxford Univ. Press.
3. Rivas, A. & Huelga, S. F. (2012). Open Quantum Systems. An Introduction. Berlin: Springer.
4. Figari, R. & Teta, A. (2014). Quantum Dynamics of a Particle in a Tracking Chamber. Berlin, Heidelberg: Springer.
5. Zagorodny, A. G. & Momot, A. I. (2015). Introduction to kinetic theory of plasma. Kiev: Naukova Dumka.
6. Deckert, D.-A., Frölich, J., Pickl, P. & Pizzo, A. (2014). Commun. Math. Phys., 328, No. 2, pp. 597-624.
7. Lebowitz, J. L., Sinai, Ya. G. & Chernov, N. I. (2002). Russ. Math. Surv., 57, No. 6, pp. 1045-1125.
8. Erdös, L. (2007). Classical and quantum Brownian motion. Ann. Henri Poincaré, 8, pp. 621-685.
9. Erdös, L. (2012). Lecture notes on quantum Brownian motion. Quantum Theory from Small to Large Scales. Lecture notes of Les Houches summer school. V.95. Oxford Univ. Press.
10. Bodineau, T., Gallagher, I. & Saint-Raymond, L. (2016). Invent. Math., 203, No. 2, pp. 493-553.
11. Bogolyubov, N. N. (1978). Physics of Elementary Particles and Atomic Nuclei, 9, No. 4, pp. 501-579.
12. Gerasimenko, V. I. & Gapyak, I. V. (2012). Math. Bulletin Sh. Sci. Soc., 9, pp. 23-43.
13. Gerasimenko, V. I. & Gapyak, I. V. (2014). The non-Markovian Fokker—Planck kinetic equation for a system of hard spheres. Dopov. Nac. akad. nauk Ukr., No. 12, pp. 29-35 (in Ukrainian).
14. Gerasimenko, V. I. & Gapyak, I. V. (2015). The Fokker—Planck equation with initial correlations in collisional kinetic theory. Bukovina Math. J., 3, No. 3-4, pp. 52-58.
15. Gerasimenko, V. I. (2013). Statistical Mechanics and Random Walks: Principles, Processes and Applications. N.Y.: Nova Science Publ., Inc., pp. 233-288.

Received 07.09.2017

В.И. Герасименко

Институт математики НАН Украины, Киев
E-mail: gerasym@imath.kiev.ua

ОБОБЩЕННОЕ КИНЕТИЧЕСКОЕ УРАВНЕНИЕ ФОККЕРА — ПЛАНКА
ОТКРЫТЫХ КВАНТОВЫХ СИСТЕМ

Рассмотрена проблема строгого вывода кинетического уравнения Фоккера — Планка из динамики открытых квантовых систем при наличии корреляций начальных состояний. Описан процесс распространения корреляций в таких многочастичных квантовых системах.

Ключевые слова: *кинетическое уравнение Фоккера — Планка, корреляции состояний, открытая квантовая система.*

V.I. Gerasimenko

Institute of Mathematics of the NAS of Ukraine, Kiev
E-mail: gerasym@imath.kiev.ua

THE GENERALIZED FOKKER — PLANCK KINETIC EQUATION
OF OPEN QUANTUM SYSTEMS

The problem of the rigorous derivation of a generalized Fokker — Planck kinetic equation from the dynamics of open quantum systems in the presence of correlations of the initial states is considered. The process of the propagation of correlations in such many-particle quantum systems is described.

Keywords: *Fokker — Planck kinetic equation, correlations of states, open quantum system.*