

УДК 621.3:537.3

М. И. Баранов, докт. техн. наук (НИПКИ «Молния» Нац. техн. ун-та «ХПИ», Харьков)**СЛАБОЕ И СИЛЬНОЕ РАССЕЯНИЕ ДРЕЙФУЮЩИХ СВОБОДНЫХ ЭЛЕКТРОНОВ
В МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ПРОВОДНИКЕ С ЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ТОКОМ
ПРОВОДИМОСТИ**

Сформулированы физические условия, приближенно определяющие слабое и сильное рассеяние узлами кристаллической решетки металла дрейфующих свободных электронов в круглом тонком металлическом проводнике с аксиальным электрическим током проводимости различных амплитудно-временных параметров.

Сформульовано фізичні умови, що приблизно визначають слабке і сильне розсіювання вузлами кристалічних решіток металу дрейфуючих вільних електронів у круглому тонкому металевому провіднику з аксіальним електричним струмом провідності різних амплітудно-тимчасових параметрів.

Введение. Металлические проводники круглой цилиндрической конфигурации с аксиальным электрическим током проводимости различных амплитудно-временных параметров (АВП) нашли широкое практическое использование в многообразной номенклатуре токопроводов (изолированные и оголенные провода, шнуры и кабели [17]), повсеместно применяемых в электротехнике, электроэнергетике, радиоэлектронике, технике высоких напряжений и больших импульсных токов (например, при передаче электрической энергии, электрическом взрыве проводников, в ошиновке силового электроэнергетического и мощного сильноточного электрофизического оборудования и в других электрообластях [15,16]). В [2–4] на основе фундаментальных положений квантовой физики и электродинамики были получены приближенные расчетные квантовомеханические соотношения, отражающие вероятностные закономерности продольного распределения в металле тонкого круглого радиусом r_{np} изотропного прямолинейного проводника длиной l_{np} его элементарных носителей электричества – дрейфующих свободных электронов. Эти соотношения базируются на расчетной модели слабо рассеиваемых узлами (положительными ионами) кристаллической решетки металла проводника и продольно дрейфующих под действием приложенного к нему электрического напряжения U_{np} свободных электронов, которая соответствует одноэлектронному приближению Хартри-Фока, положенному в основу классической зонной теории металлов [15]. Несмотря на приближенный характер полученных в [2–4] квантовомеханических соотношений, основывающихся на решении одномерного волнового уравнения Шредингера для указанного проводника [2], они позволили предсказать новый квантовый эффект в металлическом проводнике с импульсным электрическим током произвольных АВП, связанный с возникновением в нем (проводнике) продольной периодической электронной и тепловой макроскопической структуры, характеризующейся наличием относительно “горячих” шириной Δz_r и “холодных” шириной Δz_x продольных участков [3,6]. На основе данного эффекта автором был предложен и обоснован новый возможный механизм продольной стратификации электрически взрывающихся проводников под воздействием импульсных токов большой плотности [4,6]. Недавно макроскопическое проявление этого эффекта, обусловленного квантованием энергии дрейфующих свободных электронов в продольном импульсном электрическом поле проводника с усредненной напряженностью $E_{np} = U_{np} / l_{np}$ и последующим формированием волновых электронных пакетов, было экспериментально обнаружено и описано в круглом оцинкованном стальном проводе радиусом

$r_{np}=0,8$ мм и длиной $l_{np}=320$ мм с мощным аperiodическим временной формы 9 мс/576 мс импульсом тока проводимости большой плотности, достигающей амплитудного значения $\delta_{np}=0,4$ кА/мм² [8,9]. В этой связи несомненный научный и практический интерес представляет электрофизическая задача, связанная с квантовомеханической оценкой условий физической применимости предложенных расчетных моделей.

Целью данной статьи является нахождение физических условий, определяющих в первом приближении слабое и сильное рассеяние положительными ионами (узлами) кристаллической решетки круглого металлического проводника с электрическим током проводимости различных АВП продольно дрейфующих в нем свободных электронов.

Постановка задачи исследования. Рассмотрим включенный в электрическую цепь круглый сплошной изотропный тонкий металлический проводник цилиндрической конфигурации без изоляции радиусом r_{np} и длиной $l_{np} \gg r_{np}$, по которому в его продольном направлении под действием приложенного к противоположным концам проводника электрического напряжения $U_{np}(t)$ вдоль оси OZ протекает импульсный электрический ток проводимости $i_{np}(t)$ с произвольными АВП (рис. 1). Примем, что данный ток равномерно распределен с плотностью $\delta_{np}(t)$ по поперечному сечению $S_{np} = \pi r_{np}^2$ проводника и не вызывает значительного нагрева его материала. Считаем, что при этом

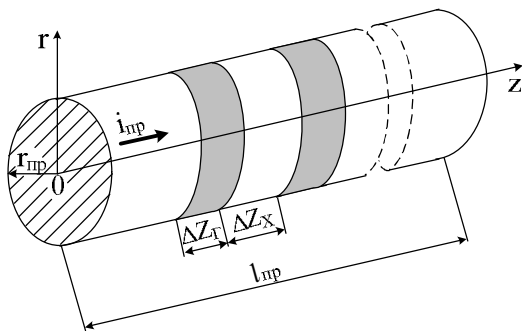


Рис. 1

температура джоулева нагрева материала неизолированного проводника соответствует его длительно допустимой температуре, лимитируемой условиями надежной работы его торцевых контактных подсоединений к электрической цепи и не превышающей в нашем случае 70 °С [18]. Полагаем, что в рассматриваемом проводнике кристаллическая решетка, в узлах которой размещены положительные ионы его материала, не содержит атомов примесей и имеет кубическую структуру с периодом, равным a . На рис. 2 показано схематическое изображение в цилиндрической системе координат “картины” распространения дебройлевских продольных электронных волн между положительными ионами (узлами) кристаллической решетки металла проводника с электрическим током проводимости. В соответствии с известными положениями волновой механики считаем, что дрейфующие свободные электроны в металле исследуемого проводника подчиняются корпускулярно-волновому дуализму и квантовой статистике Ферми-Дирака [5,10]. Ограничимся случаем, когда при решении рассматриваемой квантовомеханической задачи возможно использование приближения, согласно которому корреляционным взаимодействием свободных электронов друг с другом и с ионами металла проводника можно пренебречь (модель Хартри-Фока [7,15]), а влияние электронов и ионов кристаллической решетки материала проводника на исследуемый дрейфующий свободный электрон будет приближенно учитываться их результирующим электрическим полем в межатомном пространстве с усредненной напряженностью E_{np} [4]. Пусть на данном этапе исследования пространственно-временная эволюция свободных электронов проводника приближенно определяется квантованными одномерными продольными волновыми функциями $\psi_n(z,t)$, где $n=1,2,3,\dots$ – целое квантовое число, являющимися собственными

температура джоулева нагрева материала неизолированного проводника соответствует его длительно допустимой температуре, лимитируемой условиями надежной работы его торцевых контактных подсоединений к электрической цепи и не превышающей в нашем случае 70 °С [18]. Полагаем, что в рассматриваемом проводнике кристаллическая решетка, в узлах которой размещены положительные ионы его материала, не содержит атомов примесей и имеет кубическую структуру с периодом, равным a . На рис. 2 показано схематическое изображение в цилиндрической системе координат “картины” распространения дебройлевских продольных электронных волн между положительными ионами (узлами) кри-

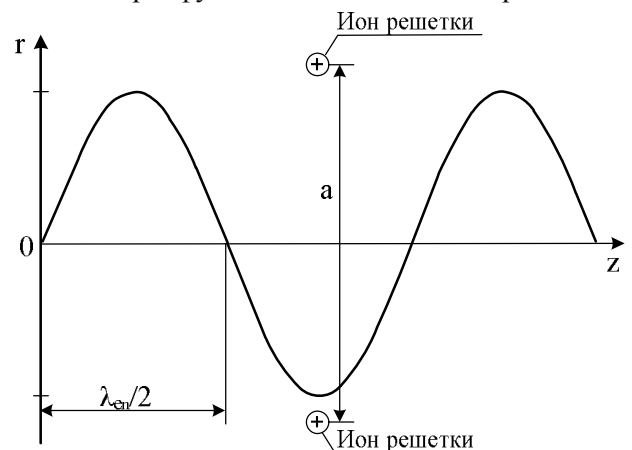


Рис. 2

квантованными решениями соответствующего одномерного волнового уравнения Шредингера [2–4]. Требуется с учетом принятых допущений найти физические условия, определяющие применение для рассматриваемого проводника расчетных моделей, основанных на приближении слабого и сильного рассеяния дебройлевских электронных волн на положительных ионах кристаллической решетки металла проводника.

Условие сильного рассеяния свободных электронов в проводнике. Из физики распространения в твердом теле тормозного (непрерывного) и характеристического (линейчатого) рентгеновского излучений следует, что этот вид суперкоротких электромагнитных волн (длина волны от 10^{-14} до 10^{-7} м [12]) начинает испытывать в металлическом материале большое рассеяние тогда, когда отдельные отраженные “рентгеновские” электромагнитные волны от плоских монослоев положительных ионов его кристаллической решетки совпадают по фазе [11]. Согласно принятым нами допущениям и [14] продольную электронную волну де Бройля, которая описывает поведение дрейфующего свободного электрона в металле исследуемого проводника, в первом приближении можно считать плоской электромагнитной волной с соответствующей ее квантовомеханической природе дискретной длиной λ_{en} , где $n=1,2,3,\dots$ – целое квантовое число [4]. В этой связи на рассматриваемые продольные дебройлевские электронные волны в проводнике с электрическим током проводимости $i_{\text{пр}}(t)$, обусловленные продольным дрейфом свободных электронов и описываемые продольными волновыми $\psi_n(z, t)$ -функциями, можно распространить электрофизический подход, положенный в основу изучения особенностей рассеяния коротковолновых электромагнитных волн рентгеновского диапазона на кристаллической структуре металла проводника. С учетом изложенного выше запишем в аналитической форме подтвержденное многочисленными экспериментами известное условие Брэгга-Вульфа для сильного рассеяния электромагнитных волн рентгеновского диапазона на положительных ионах кристаллической решетки металлического проводника в следующем виде [11,14]:

$$k_n = n\pi / a, \quad (1)$$

где k_n – дискретное волновое число для рентгеновских плоских электромагнитных волн, распространяющихся в металле с кристаллической решеткой, период которой равен a (на практике для основных проводниковых материалов величина a численно составляет порядка 10^{-9} м [1]); $n=1,2,3,\dots$ – целочисленный натуральный ряд.

Полученное автором в результате приближенного решения одномерного стационарного волнового уравнения Шредингера квантованное волновое число для продольных дебройлевских электронных волн в исследуемом металлическом проводнике длиной $l_{\text{пр}}$ с электрическим током проводимости $i_{\text{пр}}(t)$ различных АВП определяется следующим квантовомеханическим соотношением [2,4]:

$$k_n = 2\pi / \lambda_{en} = n\pi / l_{\text{пр}}, \quad (2)$$

где λ_{en} – квантованная длина волн де Бройля в металле исследуемого проводника с электрическим током проводимости, обусловленным продольным дрейфом в нем свободных электронов; $n=1,2,3,\dots$ – целое квантовое число.

Анализ соотношений (1) и (2) указывает на их структурную схожесть. Кроме того, из (2) следует то, что для квантованной полу волны де Бройля в металлическом проводнике с электрическим током проводимости произвольных АВП будет справедливо следующее квантовомеханическое соотношение:

$$\lambda_{en}/2 = l_{\text{пр}} / n. \quad (3)$$

На основании выражения (3) можно сделать важный электрофизический вывод о том, что на длине $l_{\text{пр}}$ исследуемого проводника из-за квантовомеханических особенностей продольного распределения в нем дрейфующих свободных электронов всегда укладывается целое квантованное число продольных дебройлевских электронных полу волн, характеризующихся длиной $\lambda_{en}/2$. Здесь следует для сравнения отметить то важное и интересное физическое обстоятельство, что согласно современным классическим воззрениям на “картину” устройства микромира для квантовомеханической модели атома любого вещества на его вероятностных электронных орбиталях (энергетических уровнях) всегда умещается целое квантованное число электронных волн де Бройля соответствующей длины

$\lambda_n = h / (m_e v_n)$, где $h = 6,626 \cdot 10^{-34}$ Дж·с – постоянная Планка; $m_e = 9,108 \cdot 10^{-31}$ кг – масса покоя электрона; v_n – квантованная скорость связанного электрона на n -ой орбитали атома; $n = 1, 2, 3, \dots$ – целое число, равное порядковому номеру электронной орбитали в атоме по мере ее удаления от его ядра [1,12].

Сравнение выражений (1) и (2) показывает, что для обеспечения в принятом приближении сильного рассеяния продольных дебройлевских электронных волн (дрейфующих свободных электронов) на положительных ионах (узлах) кристаллической решетки металла рассматриваемого проводника должно выполняться следующее физическое условие:

$$\lambda_{en} / 2 = l_{пр} / n = a / n. \quad (4)$$

Так как на практике для металлических проводников макроскопическая длина $l_{пр}$ принимает по отношению к периоду a кристаллической решетки их материала значительные величины ($l_{пр} \gg a$), то выполнить условие (4) при используемых допущениях оказывается невозможно. Отсюда можно заключить, что при незначительном джоулевым нагреве материала проводника с электрическим током проводимости $i_{пр}(t)$ и соответственно сравнительно небольшой амплитуде гармонических колебаний положительных ионов металла (значительно меньше половины периода решетки $a/2$) для него приближенно может быть использована модель слабого рассеяния дрейфующих свободных электронов на узлах его кристаллической решетки.

В пользу такого вывода свидетельствует и оценка усредненной длины λ_{ec} дрейфующего свободного электрона в металле рассматриваемого проводника, равной согласно формуле де Бройля следующей величине [12]: $\lambda_{ec} = h / (m_e v_{ec})$, где $v_{ec} = \delta_{np} / (e_0 n_{e0})$ – средняя скорость дрейфа свободного электрона массой m_e в проводнике; δ_{np} – усредненное значение плотности тока в проводнике; $e_0 = 1,602 \cdot 10^{-19}$ Кл – элементарный электрический заряд свободного электрона; n_{e0} – усредненная плотность свободных электронов в металле проводника до протекания в нем электрического тока проводимости (м^{-3}). Известно, что величина n_{e0} равна концентрации атомов N_0 (м^{-3}) металла проводника, умноженной на его валентность, определяемую числом неспаренных электронов на внешних валентных электронно-энергетических уровнях атомов материала проводника [19]. Что касается величины N_0 , то она для металлического проводника с плотностью его материала d_{np} определяется из следующего расчетного соотношения [12]:

$$N_0 = d_{np} (M_a \cdot 1,6606 \cdot 10^{-27})^{-1}, \quad (5)$$

где M_a – атомная масса материала проводника.

Воспользовавшись приведенными выше расчетными соотношениями, например, для тонкого стального проводника ($d_{np} = 7820$ кг/ м^3 ; $M_a = 55,85$; $N_0 = 0,84 \cdot 10^{29}$ м^{-3} ; $n_{e0} = 1,68 \cdot 10^{29}$ м^{-3} ; $r_{np} = 0,15 \cdot 10^{-3}$ м; $S_{пр} = 7,07 \cdot 10^{-8}$ м^2) при $\delta_{np} = 6,87 \cdot 10^8$ А/ м^2 [13] получаем, что длина усредненной дебройлевской полуволны $\lambda_{ec} / 2$ в металлической микроструктуре проводника оказывается равной $1,425 \cdot 10^{-2}$ м. Видно, что в данном практическом случае, использованном в [13] при изучении “горячих” и “холодных” продольных участков в тонком стальном проводе с постоянным аксиальным током большой плотности, выполняется неравенство вида $\lambda_{ec} / 2 \gg a$. Поэтому, исходя из (4), можно констатировать, что в рассматриваемом случае сильного рассеяния дрейфующих свободных электронов на узлах кристаллической решетки стального проводника наблюдаться не будет. Этот результат качественно соответствует известному закону Рэлея для рассеяния электромагнитных волн относительно малой круговой частоты ω на системе электрических зарядов (в нашем случае малой по сравнению с собственной круговой частотой ω_0 колебаний положительных ионов металла в кристаллической решетке материала проводника), согласно которому сечение их (волн) рассеяния будет применительно к рассматриваемому случаю обратно пропорционально λ_{en}^4 или λ_{ec}^4 [12]. Из данного закона следует то, что чем больше длина квантованной электронной волны (полуволны) де Бройля в металле проводника по

сравнению с длиной волны дуалистического иона в узле его кристаллической решетки (или периодом решетки a), тем будет меньшим и ее рассеяние на микроструктуре проводника.

Условие слабого рассеяния свободных электронов в проводнике. Оценка согласно (3) численных значений для квантованных длин $\lambda_{en}/2$ продольных электронных полуволен де Бройля в рассматриваемом проводнике показывает, что в практических случаях сильноточной электротехники, техники и электрофизики высоких напряжений и больших токов, когда величина длины $l_{пр}$ металлического проводника принимает значительные геометрические размеры (единицы и десятки метров), для него реально выполняется следующее условие:

$$\lambda_{en}/2 \gg a/n. \quad (6)$$

Соотношение (6) представляет собой физическое условие, характеризующее слабое рассеяние на металлической неперегретой микроструктуре дрейфующих под действием E_{np} вдоль проводника свободных электронов. С учетом полученного квантовомеханического соотношения (6) можно заключить, что в технических приложениях и практических случаях применения электрического тока проводимости $i_{пр}(t)$ различных АВП, протекающего по проводникам без значительного нагрева их металла в различных технических объектах электротехники, электроэнергетики и техники высоких напряжений (больших токов), при используемых исходных данных для рассматриваемой задачи следует ожидать незначительного рассеяния дрейфующих свободных электронов на положительных ионах кристаллической решетки металла проводника. Физически это объясняется тем, что в этих случаях квантованная длина $\lambda_{en}/2$ дебройлевских электронных полуволен существенно превышает геометрические размеры периода a кристаллической структуры материала проводника и кратных ему величин a/n (рис. 2). А раз так, то продольные электронные волны де Бройля в металле проводника будут без заметной дифракции на узлах его кристаллической решетки и без значительных диссипативных потерь энергии на металлической микроструктуре проводника распространяться между его положительными ионами (атомами) вдоль продольной оси OZ исследуемого проводника. В пользу такой оценки процесса слабого рассеяния дебройлевских электронных волн на кристаллической решетке металла проводника говорят и данные, приведенные в [6] при квантовомеханическом расчете температуры нагрева материала проводника электрическим током проводимости различных АВП. В частности, это касается выполненных автором в [6,7] расчетных оценок вероятных долей (величин вероятностей P_T и P_X) рассеяния средних значений энергии Ферми W_{F0} для дрейфующих свободных электронов с усредненной плотностью n_{e0} на металлических микроструктурах “горячих” шириной Δz_T и “холодных” шириной Δz_X продольных участков проводника (рис. 1). Полученные в [6, 7] на основе положений квантовой физики расчетные результаты для неоднородного периодического продольного нагрева металлического проводника в воде (воздухе) постоянным и импульсным током, подтвержденные соответствующими проведенными экспериментами [8,9,13], показывают, что на “горячих” участках тонкого стального проводника со средней плотностью тока $\delta_{np} = 6,87 \cdot 10^8$ А/м² эта вероятная доля рассеяния значений W_{F0} не превышает 4 %, а на его “холодных” участках – 1 %.

В том случае, когда протекание по металлическому проводнику больших плотностей тока δ_{np} (порядка 10^9 А/м² и более) сопровождается интенсивным нагревом его материала за счет больших удельных джоулевых потерь в нем энергии и когда положительные ионы (узлы) кристаллической решетки металла с увеличением температуры материала проводника будут совершать все увеличивающиеся по амплитуде ангармонические колебания [19], способствующие нарастающему рассеянию на узлах решетки продольных дебройлевских электронных волн, отыскание уточненных физических условий сильного рассеяния свободных электронов на микроструктуре проводника становится отдельной самостоятельной задачей. Здесь требуется уже более углубленный анализ влияния высокоэнергетичных фононов на процесс распространения по кристаллической решетке металла проводника квантованных продольных дебройлевских электронных волн, вызываемых под воздействием приложенного к проводнику электрического напряжения $U_{пр}(t)$ продольным дрейфом в проводнике его свободных электронов.

Выводы. Выполненные квантовомеханические оценки процесса рассеяния продольно дрейфующих под воздействием усредненной напряженности продольного электрического поля E_{np} свободных электронов в круглых тонких металлических проводниках с электрическим током проводимости различных АВП на кристаллической решетке их металла показывают, что в сильноточной электротехнике, технике и электрофизике высоких напряжений и больших токов при анализе продольного распределения тока и температуры в них можно вполне обоснованно использовать приближенную расчетную модель слабого рассеяния дрейфующих свободных электронов на металлической микроструктуре исследуемых проводников.

1. Астафуров В.И., Бусев А.И. Структура вещества. – М.: Просвещение, 1977. – 160 с.
2. Баранов М.И. Волновое распределение свободных электронов в проводнике с электрическим током проводимости // Электротехника. – 2005. – №7. – С. 25–33.
3. Баранов М.И. Энергетический и частотный спектры свободных электронов проводника с электрическим током проводимости // Электротехника. – 2006. – №7. – С. 29–34.
4. Баранов М.И. Новые физические подходы и механизмы при изучении процессов формирования и распределения электрического тока проводимости в проводнике // Техн. электродинамика. – 2007. – №1. – С. 13–19.
5. Баранов М.И. Энрико Ферми – один из основоположников квантовой статистики, электродинамики и ядерной энергетики // Электротехника і електромеханіка. – 2007. – №2. – С. 5–12; 2007. – №3. – С. 5–11.
6. Баранов М.И. Квантовомеханический подход при расчете температуры нагрева проводника электрическим током проводимости // Техн. электродинамика. – 2007. – №5. – С. 14–19.
7. Баранов М.И. Основные характеристики вероятностного распределения свободных электронов в проводнике с электрическим током проводимости // Техн. электродинамика. – 2008. – №1. – С. 8–12.
8. Баранов М.И. Экспериментальное исследование квантового эффекта локальной продольной концентрации дрейфующих свободных электронов в металлическом проводе с импульсным током большой плотности // Техн. электродинамика. – 2008. – №2. – С. 9–15.
9. Баранов М.И. Экспериментальное обнаружение и исследование “горячих” и “холодных” продольных участков в тонком металлическом проводе с импульсным током большой плотности // Электротехніка і електромеханіка. – 2008. – №3. – С. 63–68.
10. Дирак П.А.М. Принципы квантовой механики / Пер. с англ. под ред. акад. В.А.Фока. – М.: Наука, 1979. – 480 с.
11. Кудрявцев П.С. Курс истории физики. – М.: Просвещение, 1974. – 312 с.
12. Кузьмичев В.Е. Законы и формулы физики./ Отв. ред. В.К.Тартаковский. – Киев: Наукова думка, 1989. – 864 с.
13. Марахтанов М.К., Марахтанов А.М. Периодические изменения температуры по длине стальной проволоки, вызванные электрическим током // Вестник МГТУ им. Н.Э.Баумана. Серия: Машиностроение. – 2003. – №1. – С. 37–47.
14. Солимар Л., Уоли Д. Лекции по электрическим свойствам материалов./ Пер. с англ. под ред. С.И.Баскакова. – М.: Мир, 1991. – 504 с.
15. Справочник по теоретическим основам радиоэлектроники / Под ред. Б.Х.Кривицкого, В.Н.Дулина. Т.1. – М.: Энергия, 1977. – 504 с.
16. Техника больших импульсных токов и магнитных полей / Под ред. В.С.Комелькова. – М.: Атомиздат, 1970. – 472 с.
17. Электрические кабели, провода и шнуры: Справочник / Под ред. Н.И.Белоруссова. – М.: Энергоатомиздат, 1988. – 536 с.
18. Электротехнический справочник. Производство и распределение электрической энергии / Под ред. И.Н.Орлова и др. – М.: Энергоатомиздат, Т.3, кн. 1, 1988. – 880 с.
19. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике. – М.: Наука, 1990. – 624 с.

Надійшла 15.07.2008