УДК 681.324

Р.М. БАБАКОВ, А.А. БАРКАЛОВ

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ МИКРОПРОГРАММНОГО АВТОМАТА С ОПЕРАЦИОННЫМ АВТОМАТОМ ПЕРЕХОДОВ

Аннотация. Предложен новый принцип представления функций микропрограммного автомата с операционным автоматом переходов в виде множества некоторых алгебр. Принцип заключается в разбиении множества кортежей, образующих функции переходов и выходов, на подмножества, каждое из которых интерпретируется как частичная функция из сигнатуры соответствующей алгебры.

Ключевые слова: микропрограммный автомат, операционный автомат переходов, алгебра переходов, частичная функция переходов, изоморфизм.

ВВЕДЕНИЕ

Важный компонент современных вычислительных систем — устройство управления, одним из способов реализации которого является микропрограммный автомат (МПА) [1, 2]. В настоящее время рост сложности алгоритмов, интерпретируемых МПА, способствует увеличению аппаратурных затрат в логической схеме автомата. Поэтому актуальна задача снижения этих затрат в схеме МПА, одним из решений которой является разработка новых структур МПА и их формальных математических моделей.

В работах [3–5] предлагается представлять схему формирования переходов МПА в форме операционного автомата переходов (ОАП). Основу последнего составляет набор комбинационных схем, каждая из которых реализует закон преобразования кода текущего состояния автомата в соответствии с некоторым подмножеством переходов. К настоящему времени в отношении МПА с ОАП не исследованы следующие вопросы: методика синтеза логической схемы автомата, определение области его эффективного применения, возможность использования в структуре автомата известных методов оптимизации аппаратурных затрат и быстродействия. Решение этих и других вопросов невозможно без формализации описания МПА с ОАП, заключающейся в том числе в выборе адекватной математической модели.

Классические математические модели абстрактного и структурного автоматов подходят для описания канонической структуры МПА [1, 2], однако в случае МПА с ОАП они недостаточно отражают внутренние информационные процессы. В данной статье предлагается математическая модель, выражающая эквивалентность абстрактного и структурного автомата, реализуемого в виде МПА с ОАП, средствами теории универсальных алгебр. Отличительной особенностью приведенной модели является использование так называемых частичных функций переходов, позволяющих представлять любое подмножество переходов автомата в виде отдельной алгебры.

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ КОНЕЧНЫХ АВТОМАТОВ

Современная теория автоматов тесно связана с теорией универсальных алгебр и лежит в основе так называемой алгебраической теории автоматов, согласно которой дискретные автоматы рассматриваются с абстрактно-алгебраической точки зрения [6–8]. Базовым объектом изучения в теории алгебр является алгебраическая система, определяемая как тройка

$$G = <\mathcal{A}, \mathcal{F}, \mathcal{P}>, \qquad (1)$$

© Р.М. Бабаков, А.А. Баркалов, 2016

состоящая из непустого множества $\mathcal{A}$, множества операций $\mathcal{F} = \{\mathcal{F}_0, \ldots, \mathcal{F}_\xi, \ldots\}$ во множестве $\mathcal{A}$ и множества предикатов (отношений) $\mathcal{P} = \{\mathcal{P}_0, \ldots, \mathcal{P}_\eta, \ldots\}$ на множестве $\mathcal{A}$ [9, 10]. Здесь под операцией понимается функциональное отношение, заданное на множестве $\mathcal{A}$, под предикатом — функция на множестве $\mathcal{A}$, значения которой (модальность или степень истинности) лежат в особом множестве, состоящем из двух элементов: «истина» и «ложь» [9, 11].

Множество $\mathcal{A}$ называют носителем системы G. Алгебраическая система G конечна, если множество $\mathcal{A}$ конечно [9]. Набор множеств $< \mathcal{F}, \mathcal{P} >$ образует сигнатуру или структуру алгебраической системы. В случае конечности носителя данные множества также конечны. Сигнатуру с пустым множеством отношений называют функциональной, а с пустым множеством операций — предикатной [12].

Алгебраическая система (1) называется алгеброй, если ее сигнатура функциональна, и моделью (реляционной системой), если ее сигнатура предикатна [13]. Таким образом, алгеброй является следующий двухэлементный объект [9, 11]:

$$G = < \mathcal{A}, \mathcal{F} > . \qquad (2)$$

Иногда носитель алгебры представляется несколькими совокупностями разнородных объектов, объединение которых в единое множество неестественно [13]. В этом случае удобно представлять носитель в виде семейства непересекающихся множеств. Такая структуризация носителя позволяет рассматривать алгебры, заданные на нескольких различных носителях.

Пусть $\mathcal{A} = \{\mathcal{A}_1, \ldots, \mathcal{A}_k\}$ — множество основ (носителей), $\mathcal{F} = \{f_1, \ldots, f_m\}$ — сигнатура, причем $f_i : \mathcal{A}_i^1 \times \mathcal{A}_i^2 \times \ldots \times \mathcal{A}_i^{k_i} \to \mathcal{A}_j$. Тогда система (2) называется многоосновной (k-основной, многосортной, гетерогенной) алгеброй [10, 11, 13]. В многоосновной алгебре любая операция сигнатуры является соответствием, действующим из прямого произведения некоторых носителей в некоторый носитель [10, 14].

В теории автоматов абстрактный и структурный автоматы иногда рассматриваются как алгебры, поскольку их структура как математических объектов подобна структуре алгебраической системы [15]. Такое представление автомата дает возможность использовать алгебраические приемы при решении следующих задач: декомпозиция автоматов, их классификация, описание поведения и др. [7]. Рассмотрим алгебраическую интерпретацию абстрактного и структурного автоматов.

АБСТРАКТНЫЙ АВТОМАТ

Как известно, конечный абстрактный автомат S_A представляется совокупностью трех конечных множеств: состояний, входного и выходного алфавитов, а также детерминированных функций переходов и выходов $S_A = < A, Z, W, \delta, \lambda >$ [1]. В таком виде автомат можно рассматривать как трехосновную алгебру с двумя операциями [10, 13]. Будем называть алгебру, отождествляемую с абстрактным автоматом, абстрактной алгеброй G_A:

$$G_A = < \mathcal{A}_A, \mathcal{F}_A >, \qquad (3)$$

где $\mathcal{A}_A$ — носитель, содержащий все алфавиты абстрактного автомата

$$\mathcal{A}_A = \{A, Z, W\}, \qquad (4)$$

$\mathcal{F}_A$ — сигнатура, включающая абстрактные функции переходов и выходов

$$\mathcal{F}_A = \{\delta, \lambda\}. \qquad (5)$$

Функции δ и λ реализуют различные соответствия и их можно рассматривать отдельно одну от другой. Это полезно, например, в тех случаях, когда выходные реакции автомата неизвестны или не представляют интереса, а объектом исследования является доступная наблюдению эволюция его внутренних состояний под воздействием входных сигналов. В работах [7, 13, 16, 17] описаны так называемые автоматы без выходов (полуавтоматы, X-автоматы, редукты) — объекты, заданные только с помощью множества состояний, входного алфавита и функции переходов.

Абстрактный автомат без функции выходов есть двухосновная алгебра

$$G_\delta = < \mathcal{A}_\delta, \mathcal{F}_\delta > = < \{A, Z\}, \{\delta\} >, \tag{6}$$

а без функции переходов — трехосновная алгебра

$$G_\lambda = < \mathcal{A}_\lambda, \mathcal{F}_\lambda > = < \{A, Z, W\}, \{\lambda\} >. \tag{7}$$

Выражение (7) справедливо для автомата Мили, для автомата Мура следует исключить компонент Z:

$$G_\lambda = < \mathcal{A}_\lambda, \mathcal{F}_\lambda > = < \{A, W\}, \{\lambda\} >. \tag{8}$$

Будем называть алгебру (6) абстрактной алгеброй переходов, алгебры (7) и (8) — абстрактными алгебрами выходов. Тогда абстрактный автомат есть двойка:

$$S_A = < G_\delta, G_\lambda >. \tag{9}$$

В случае выделения на множестве состояний специального начального состояния (инициальный автомат) в выражение (9) можно добавить компонент $a_{\text{н}} \in A$:

$$S_A = < G_\delta, G_\lambda, a_{\text{н}} >.$$

Как известно, в абстрактном автомате функция переходов δ есть соответствие:

$$\delta : (D_\delta \subseteq A \times Z) \to A. \tag{10}$$

Представленная в виде (10) функция δ считается в общем случае частично определенной на множестве $A \times Z$. Согласно математическому определению соответствия [18] функция (10) есть множество кортежей

$$< a_i, z_j, a_k > \in \delta, \tag{11}$$

каждый из которых соответствует одному автоматному переходу из состояния $a_i \in A$ под воздействием входного сигнала $z_j \in Z$ в состояние $a_k \in A$.

В микропрограммном автомате с ОАП каждая операция переходов реализует собственное подмножество автоматных переходов, причем в одном автомате подмножества переходов любых двух операций переходов никогда не пересекаются: каждый переход выполняется с помощью одной операции [3, 4].

Формализуем данную особенность структуры ОАП на уровне абстрактного автомата. Разобьем некоторым образом множество кортежей абстрактной функции переходов на несколько непустых, попарно непересекающихся подмножеств, максимально возможное число которых равно числу B переходов автомата. Каждое такое подмножество переходов автомата будем называть частичной абстрактной функцией переходов δ_i, понимая под термином «частичная» ее неполное определение в области определения D_δ функции переходов δ:

$$\delta_i : (D_{\delta_i} \subseteq D_\delta) \to A. \tag{12}$$

При этом функция переходов δ есть множество подмножеств кортежей (11), т.е. множество частичных абстрактных функций переходов: $\delta = \{\delta_1, \ldots, \delta_{N_\delta}\}$, где $1 \le N_\delta \le B$. Понятно, что $\bigcup_{i=1}^{N_\delta} \delta_i = \delta$.

Подобное разбиение можно выполнить и для функции выходов, однако в настоящей статье оно не рассматривается, поскольку ОАП не затрагивает этой функции.

Свяжем с каждой частичной функцией переходов δ_i собственную алгебру вида

$$G_{\delta_i} = < \mathcal{A}_{\delta_i}, \mathcal{F}_{\delta_i} > = < \{A_{\delta_i}, Z_{\delta_i}\}, \{\delta_i\} >. \tag{13}$$

В данном выражении $A_{\delta_i} \subseteq A$ есть множество всех состояний, имеющихся в кортежах вида (11) частичной абстрактной функции δ_i. Иными словами, в A_{δ_i} входят те и только те состояния, переходы из которых или в которые реализуются функцией δ_i. Множество $Z_{\delta_i} \subseteq Z$ есть множество входных сигналов, имеющихся в кортежах (11) функции δ_i. Поскольку $A_{\delta_i} \subseteq A$, $Z_{\delta_i} \subseteq Z$ и для любых $a \in A_{\delta_i}$ и $z \in Z_{\delta_i}$ выполняется равенство $\delta_i(a, z) = \delta(a, z)$, выражение (13) есть подалгебра алгебры (6) [9]. Будем называть алгебру (13) абстрактной подалгеброй переходов. В алгебраической теории автоматов понятию подалгебры соответствует понятие подавтомата [6, 7].

Множеству частичных функций переходов соответствует множество абстрактных подалгебр переходов, которое условно можно отождествлять с абстрактной алгеброй переходов (6):

$$G_\delta = \{G_{\delta_1}, \ldots, G_{\delta_{N_\delta}}\}. \tag{14}$$

При этом компоненты $\mathcal{A}_\delta$ и $\mathcal{F}_\delta$ алгебры G_δ формируются путем объединения соответствующих компонентов всех подалгебр: $\mathcal{A}_\delta = \bigcup\limits_{i=1}^{N_\delta} \mathcal{A}_{\delta_i} = \left\{ \bigcup\limits_{i=1}^{N_\delta} A_{\delta_i}, \bigcup\limits_{i=1}^{N_\delta} Z_{\delta_i} \right\}$,

$\mathcal{F}_\delta = \bigcup\limits_{i=1}^{N_\delta} \mathcal{F}_{\delta_i} = \left\{ \bigcup\limits_{i=1}^{N_\delta} \delta_i \right\}$.

Отметим, что в то время как частичные функции δ_i образуют на множестве автоматных переходов, представленных термами вида (11), разбиение, т.е. $\forall (i, j \in [1, N_\delta]$, $i \neq j) : \delta_i \cap \delta_j = \varnothing$, семейства множеств A_{δ_i} и Z_{δ_i} образуют на множествах A и Z соответствующие покрытия, что в общем случае допускает $\forall (i, j \in [1, N_\delta])$: $A_{\delta_i} \cap A_{\delta_j} = \varnothing$ и $Z_{\delta_i} \cap Z_{\delta_j} \neq \varnothing$. Наличие одного и того же состояния $a \in A$ в носителях нескольких подалгебр означает, что переходы в данное состояние или из него выполняются с помощью разных частичных функций. Наличие одного и того же входного сигнала $z \in Z$ в носителях нескольких подалгебр означает, что данный сигнал используется различными частичными функциями δ_i и в случае схемной реализации каждой частичной функции в виде отдельной схемы должен подаваться в каждую схему, где он используется.

По аналогии с (14) в виде множества соответствующих подалгебр представляются абстрактные алгебры выходов автомата Мили (7) и автомата Мура (8). Таким образом, абстрактный автомат можно рассматривать как алгебру (3) с носителем (4) и сигнатурой (5); двойку, образованную абстрактной алгеброй переходов (6) и абстрактной алгеброй выходов (7) или (8); двойку, образованную множествами абстрактных подалгебр переходов и абстрактных подалгебр выходов.

СТРУКТУРНЫЙ АВТОМАТ

Известная модель структурного автомата $S_S = < X, Y, A, d, l>$ [1, 2] также является трехосновной алгеброй, носитель $\mathcal{A}_S$ которой образован множествами структурного автомата, а сигнатура $\mathcal{F}_S$ — структурной функцией переходов d и структурной функцией выходов l:

$$\mathcal{A}_S = \{X, A, Y\}, \tag{15}$$

$$\mathcal{F}_S = \{d, l\}. \tag{16}$$

В выражении (15) множество состояний A отличается от одноименного множества в выражении (4) тем, что содержит не абстрактные, а структурные состояния, представленные своими структурными кодами [1].

Назовем алгебру с носителем (15) и сигнатурой (16) структурной алгеброй G_S:

$$G_S = <\mathcal{A}_S, \mathcal{F}_S> = <\{X, A, Y\}, \{d, l\}>. \tag{17}$$

Разделение функций переходов и выходов дает две отдельные алгебры: структурную алгебру переходов

$$G_d = <\mathcal{A}_d, \mathcal{F}_d> = <\{A, X\}, \{d\}>, \tag{18}$$

а также структурную алгебру выходов для автомата Мили

$$G_l = <\mathcal{A}_l, \mathcal{F}_l> = <\{A, X, Y\}, \{l\}> \tag{19}$$

и для автомата Мура

$$G_l = <\mathcal{A}_l, \mathcal{F}_l> = <\{A, Y\}, \{l\}>. \tag{20}$$

При этом структурный автомат можно рассматривать как двойку:

$$S_S = <G_d, G_l>.$$

Согласно модели $S_S = <X, Y, A, d, l>$ структурная функция переходов d есть соответствие:

$$d: (D_d \subseteq X \times A) \to A. \tag{21}$$

В структурном автомате все элементы множеств абстрактного автомата представляются в виде слов в структурном (двоичном) алфавите. Кодирование состояний, входных и выходных сигналов словами в структурном алфавите приводит к их представлению в виде наборов значений переменных, определяемых в структурном алфавите. Предположение о том, что память структурного автомата строится в базисе триггеров D-типа, дает возможность отождествлять результат структурной функции переходов (структурный код состояния перехода) со множеством функций возбуждения элементов памяти структурного автомата.

При $|X| = L$ и $\rceil \log_2(|A|) \lceil = R$ выражение (21) принимает вид

$$d: (D_d \subseteq x_1 \times x_2 \times \ldots \times x_L \times e_1 \times e_2 \times \ldots \times e_R) \to e_1 \times e_2 \times \ldots \times e_R, \tag{22}$$

где каждый из элементов x и e — множество букв структурного (двоичного) алфавита, т.е. множество $\{0, 1\}$ [11]. Фактически (22) есть соответствие $d: (D_d \subseteq \{0,1\}^{L+R}) \to \{0,1\}^R$, элементами которого являются кортежи, состоящие из $(L+2R)$ букв $q \in \{0,1\}$:

$$<q_1, \ldots, q_{L+2R}> \in D_d. \tag{23}$$

Аналогично представляется и структурная функция выходов l, не рассматриваемая подробно в данной работе.

Структурную функцию переходов (21), являющуюся множеством кортежей (23), можно задавать множеством частичных структурных функций переходов

$$d = \{d_1, \ldots, d_{N_d}\}, \tag{24}$$

в котором

$$d_i: (D_{d_i} \subseteq D_d) \to A. \tag{25}$$

В выражении (24) максимально возможное количество частичных функций N_d равно количеству кортежей (23). Если для абстрактного автомата значение N_δ лежит в диапазоне $1 \le N_\delta \le B$, то для значения N_d ситуация иная.

Как известно, в процессе кодирования каждому символу z_f входного алфавита абстрактного автомата ставится в соответствие вектор вида $< x_1, \ldots, x_L >$, образованный значениями переменных $x_1, \ldots, x_L$, соответствующих одноименным входным структурным сигналам. Поскольку способ кодирования символов множества Z может быть произвольным, возможны ситуации, когда в векторе, соответствующем входному символу $z_f \in Z$, некоторая переменная x_l является фиктивной, т.е. принимает произвольное значение [19]. В этом случае каждому автоматному переходу, выполняющемуся под воздействием входного сигнала z_f, в структурной функции переходов d соответствуют два вектора вида (23): в первом компонент, представляющий структурный сигнал x_l, равен нулю, во втором — единице.

В общем случае в коде сигнала z_f может быть больше одной фиктивной переменной [15], что увеличивает количество векторов (23), соответствующих одному автоматному переходу. Такие ситуации обычно возникают в процессе структурного синтеза МПА, заданного в виде граф-схемы алгоритма (ГСА), когда переход из одного состояния в другое зависит лишь от части логических условий. В работе [19] предлагается каждый структурный входной сигнал условно представлять заданным на трехзначном множестве $\{0, 1, -\}$, где элемент «–» соответствует произвольному значению из $\{0, 1\}$. Будем полагать, что каждая частичная функция d_i есть множество кортежей вида (23) с трехзначным представлением структурных входных сигналов. Тогда, как и для абстрактных частичных функций, имеем $1 \le N_d \le B$. Понятно, что при $N_d = B$ каждому переходу автомата будет сопоставлена отдельная частичная функция перехода вида (25), в то время как при $N_d = 1$ все переходы автомата реализуются одной общей структурной функцией переходов.

Установим теперь формальную связь между абстрактной и структурной алгебрами переходов. Однотипность алгебраических систем характеризуется возможностью установления между ними различных отображений, таких как гомоморфизм, изоморфизм и др. [9]. Воспользуемся понятием гомоморфизма автоматов, определенным В.М. Глушковым в [16], из которого следует, что гомоморфизм ψ автомата $A(Z_A, A_A, W_A, \delta_A, \lambda_A)$ в автомат $B(Z_B, A_B, W_B, \delta_B, \lambda_B)$ есть совокупность трех однозначных отображений: $\psi_1 : Z_A \to Z_B$, $\psi_2 : A_A \to A_B$, $\psi_3 : W_A \to W_B$, удовлетворяющих для любых элементов $a \in A_A$ и $z \in Z_A$ соотношениям

$$\psi_1(\delta_A(a, z)) = \delta_B(\psi_1(a), \psi_2(z)),$$

$$\psi_3(\lambda_A(a, z)) = \lambda_B(\psi_1(a), \psi_2(z)).$$

Несмотря на то, что МПА функции переходов можно задать как абстрактной (3), так и структурной (17) алгебрами, установление гомоморфизма между ними с формальной точки зрения невозможно. Причиной является несоответствие носителей (4) и (15), а точнее, различные мощности множеств, образующих носители. Тот факт, что в общем случае $(|Z| = F) \ne (|X| = L)$ и $(|W| = G) \ne (|Y| = N)$, не позволяет установить между элементами соответствующих множеств однозначного соответствия, обязательного для гомоморфизма.

Преобразуем структурную алгебру (17) следующим образом.

Пусть носитель $\mathcal{A}_S$ содержит три множества: $K_S(Z) = \{K_S(z_1), \ldots, K_S(z_F)\}$ структурных кодов входных сигналов абстрактного автомата, где каждый элемент $K_S(z_f)$ есть вектор $< x_1, \ldots, x_L >$ значений структурных входных сигналов, определенных на трехэлементном алфавите $\{0, 1, -\}$; $K_S(A) = \{K_S(a_1), \ldots, K_S(a_M)\}$ структурных кодов состояний абстрактного автомата, заданных векторами $< e_1, \ldots, e_R >$, $e_r \in \{0, 1\}$; $K_S(W) = \{K_S(w_1), \ldots, K_S(w_G)\}$ структурных кодов выходных сигналов абстрактного автомата, заданных векторами $< y_1, \ldots, y_N >$, $y_n \in \{0, 1\}$.

Структурные функции переходов d и выходов l, образующие сигнатуру $\mathcal{F}_S$, определим соответственно

$$d:(D_d \subseteq K_S(Z)\times K_S(A)) \to K_S(A)\,, \tag{26}$$

для автомата Мили

$$l:(D_d \subseteq K_S(Z)\times K_S(A)) \to K_S(W)$$

и для автомата Мура

$$l:(D_d \subseteq K_S(A)) \to K_S(W)\,.$$

Тогда структурная алгебра (17) примет вид

$$G_S = <\mathcal{A}_S, \mathcal{F}_S> = <\{K_S(Z), K_S(A), K_S(W)\}, \{d, l\}>. \tag{27}$$

Структурные алгебры переходов и выходов определяются аналогично (18)–(20) следующим образом:

$$G_d = <\mathcal{A}_d, \mathcal{F}_d> = <\{K_S(A), K_S(Z)\}, \{d\}>, \tag{28}$$

$$G_l = <\mathcal{A}_l, \mathcal{F}_l> = <\{K_S(A), K_S(Z), K_S(W)\}, \{l\}>, \tag{29}$$

$$G_l = <\mathcal{A}_l, \mathcal{F}_l> = <\{K_S(A), K_S(W)\}, \{l\}>. \tag{30}$$

Структурная алгебра (27) отличается от (17) тем, что формальными аргументами и значениями ее операций являются не отдельные структурные сигналы, а элементы ее носителей, представленные в виде векторов элементарных структурных сигналов. Это позволяет установить гомоморфизм абстрактной алгебры (3) в структурную алгебру (27). Поскольку между носителями структурной алгебры (27) и носителями абстрактной алгебры можно установить однозначные соответствия $K_S(A) \to A$, $K_S(Z) \to Z$, $K_S(W) \to W$, гомоморфизм алгебр (3) и (27) является изоморфизмом (взаимно-однозначным гомоморфизмом [16]). Очевидно, что существуют изоморфизмы между алгебрами переходов (6) и (28), а также между алгебрами выходов (7) и (29) для автомата Мили, (8) и (30) для автомата Мура.

Структурная функция переходов (26) есть множества кортежей вида

$$< K_S(a_i), K_S(z_j), K_S(a_k) > \in D_d \tag{31}$$

и ее можно представить в виде семейства частичных структурных функций переходов (24), причем

$$d_i:(D_{d_i} \subseteq D_d) \to K_S(A)\,. \tag{32}$$

Изоморфизм абстрактной (3) и структурной (27) алгебр устанавливает, в том числе, отображение между элементами соответствующих носителей данных алгебр. Сопоставляя каждому компоненту кортежа (11) соответствующий ему элемент из носителей структурной алгебры, можно получить уникальный кортеж (31). Следовательно, каждой частичной функции переходов δ_i абстрактного автомата, определяемой выражением (12) и являющейся некоторым подмножеством множества кортежей (11), можно поставить в соответствие частичную функцию переходов d_i, определяемую выражением (32) и являющуюся подмножеством множества кортежей (31).

Таким образом, можно утверждать, что изоморфизм абстрактной и структурной алгебр возможен при любом разбиении функций абстрактного автомата на множества частичных функций. Это справедливо как для алгебр переходов (6) и (28), так и для алгебр выходов (7), (8) и (29), (30) соответственно.

По аналогии с выражением (13) определим структурную подалгебру переходов

$$G_{d_i} = <\mathcal{A}_{d_i}, \mathcal{F}_{d_i}> = <\{K_S(A_{d_i}), K_S(Z_{d_i})\}, \{d_i\}>.$$

Здесь $K_S(A_{d_i}) \subseteq K_S(A)$ — множество структурных кодов состояний, имеющихся в кортежах (31) частичной структурной функции d_i; $K_S(Z_{d_i}) \subseteq K_S(Z)$ — множество структурных кодов входных сигналов, используемых для кодирования входных сигналов в кортежах (31) функции d_i. Структурную алгебру переходов (27) по аналогии с (14) представим в виде множества структурных подалгебр переходов

$$G_d = \{G_{d_1}, \ldots, G_{d_{N_d}}\}. \tag{33}$$

Как и в случае абстрактного автомата, компоненты структурной алгебры переходов (33) формируются путем объединения элементов соответствующих компонентов своих подалгебр. Аналогично в виде множества подалгебр можно представить структурные алгебры выходов (29) и (30).

Таким образом, для структурного автомата будем считать допустимыми представления в виде структурной алгебры (27), структурных алгебр переходов (28) и выходов (29), (30), а также двух множеств: структурных подалгебр переходов и структурных подалгебр выходов.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе предложены формальные модели абстрактного и структурного автоматов, являющиеся множествами некоторых алгебр. В основе данного подхода лежит представление каждой функции автомата в виде множества кортежей с последующим его разбиением на подмножества, рассматриваемые как частичные функции. Полученные алгебраические модели соответствуют структурной организации операционного автомата переходов МПА, в котором функция переходов представляется в виде множества отдельных операций, каждая из которых реализует свое подмножество автоматных переходов. Следующим этапом исследований, по мнению авторов, будет разработка методики синтеза МПА с ОАП, сводящаяся к формированию компонентов алгебраических моделей, предложенных в данной работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глушков В.М. Синтез цифровых автоматов. — М.: Физматгиз, 1962. — 476 с.
2. Баранов С.И. Синтез микропрограммных автоматов. — Л.: Энергия, 1979. — 232 с.
3. Баркалов А.А., Бабаков Р.М. Организация устройств управления с операционной адресацией // Управляющие системы и машины. — 2008. — № 6. — С. 34–39.
4. Баркалов А.А., Бабаков Р.М. Операционное формирование кодов состояний в микропрограммных автоматах // Кибернетика и системный анализ. — 2011. — № 2. — С. 21–26.
5. Баркалов А.А., Бабаков Р.М. Структурное представление процесса синтеза управляющих автоматов с операционным автоматом переходов // Управляющие системы и машины. — 2011. — № 3. — С. 47–53.
6. Алгебраическая теория автоматов, языков и полугрупп / Под ред. М. Арбиба: Пер. с англ. — М.: Статистика, 1975. — 335 с.
7. Плоткин Б.И., Гринглаз Л.Я., Гварамия А.А. Элементы алгебраической теории автоматов: Учеб. пособие для вузов. — М.: Высш. шк., 1994. — 191 с.
8. Кук Д., Бейз Г. Компьютерная математика: Пер. с англ. — М.: Наука, 1990. — 384 с.
9. Мальцев А.И. Алгебраические системы. — М.: Наука, 1970. — 392 с.
10. Плоткин Б.И. Универсальная алгебра, алгебраическая логика и базы данных. — М.: Наука, 1991. — 448 с.
11. Глушков В.М., Цейтлин Г.Е., Ющенко Е.Л. Алгебра. Языки. Программирование. — 3-е изд., испр. и доп. — К.: Наук. думка, 1989. — 376 с.
12. Судоплатов С.В., Овчинникова Е.В. Элементы дискретной математики. — М.: ИНФРА-М, Новосибирск: Изд-во НГТУ, 2002. — 280 с.
13. Богомолов А.М., Салий В.Н. Алгебраические основы теории дискретных систем. — М.: Наука, 1997. — 368 с.
14. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. — СПб.: Питер, 2000. — 304 с.
15. Кудрявцев В.Б., Алёшин С.В., Подколзин А.С. Введение в теорию автоматов. — М.: Наука, 1985. — 320 с.
16. Глушков В.М. Абстрактная теория автоматов // Успехи математических наук. — 1961. — **XVI**, вып. 5. — С. 3–62.
17. Трахтенброт Б.А., Бардзинь Я.М. Конечные автоматы (поведение и синтез). — М.: Наука, 1970. — 400 с.
18. Шиханович Ю.А. Введение в современную математику (начальные понятия). — М.: Наука, 1965. — 376 с.
19. Баранов С.И., Скляров В.А. Цифровые устройства на программируемых БИС с матричной структурой. — М.: Радио и связь, 1986. — 272 с.

Поступила 27.04.2015