

Ю.В.Батыгин, докт.техн.наук, А.Ю.Бондаренко, канд.техн.наук (Нац. техн. ун-т «ХПИ», Харьков)

СИЛЫ, ДЕЙСТВУЮЩИЕ НА ТОНКОСТЕННЫЙ НЕМАГНИТНЫЙ ПРОВОДНИК, В ПРОНИКАЮЩЕМ ПОЛЕ ПЛОСКОГО ОДНОВИТКОВОГО СОЛЕНОИДА

Проведен теоретический анализ и определены величины сил, действующих на листовую немагнитный проводник в импульсном магнитном поле одновиткового соленоида, при условии, что глубина проникновения поля в металл плоского проводника больше его толщины. Показано, что при значениях рабочих частот порядка единиц килогерц увеличивается осцилляция возбуждаемых электродинамических усилий за время действия импульса магнитного поля, что объясняется ростом влияния нормальной компоненты напряженности магнитного поля. Поэтому вычисления электродинамических усилий должны проводиться непосредственно по формулам для сил Лоренца, а не по упрощенной формуле, в которой учитывается только разность квадратов касательной компоненты вектора напряженности магнитного поля на граничных поверхностях листового проводника. Физический механизм ослабления силового воздействия магнитного поля на проводник определяется увеличением влияния нормальной составляющей напряженности магнитного поля на протекающие электромагнитные процессы. Получены численные значения сил, действующих на листовую проводник, для конкретной индукторной системы.

Проведено теоретичний аналіз і визначено сили, що діють на листовий немагнітний провідник в імпульсному магнітному полі одновиткового соленоїда, за умови, що глибина проникнення поля в метал плоского провідника більше його товщини. Показано, що при значеннях робочих частот порядку одиниць кілогерц збільшується осциляція збуджених електродинамічних зусиль за час дії імпульсу магнітного поля, що пояснюється ростом впливу нормальної компоненти напруженості магнітного поля. Тому обчислення електродинамічних зусиль повинні проводитися безпосередньо по формулах для сил Лоренца, а не по спрощеній формулі, у якій ураховується тільки різниця квадратів дотичного компонента вектора напруженості магнітного поля на граничних поверхнях листового провідника. Фізичний механізм ослаблення силового впливу магнітного поля на провідник визначається збільшенням впливу нормальної компоненти напруженості магнітного поля на електромагнітні процеси, що відбуваються. Отримано чисельні значення сил, що діють на листовий провідник, для конкретної індукторної системи.

Интерес к магнитно-импульсной обработке тонкостенных проводников имеет давнюю историю [1,4,8,10,11]. Современные потребности авто- и авиапромышленности поставили задачу внешней рихтовки вмятин на металлических поверхностях кузовных и корпусных покрытий [14]. Наиболее эффективным способом решения данной проблемы является магнитно-импульсное притяжение деформированных участков силами, возникающими при интенсивном проникновении низкочастотных полей сквозь обрабатываемый металл [2]. Понятия тонкостенности и низкой или высокой частоты взаимосвязаны [1,4]. Для тонкостенной заготовки в электродинамическом смысле (низкая частота действующего магнитного поля) должно выполняться условие $\omega\tau = 1$, где ω – циклическая частота, $\omega = 2\pi f$, f – рабочая частота действующего магнитного поля, $\tau = \mu_0\gamma d^2$ – характерное время диффузии магнитного поля в проводящий слой с удельной электропроводностью γ и толщиной d , μ_0 – магнитная проницаемость вакуума.

Цель работы – физико-математическое обоснование основных расчётных соотношений и исследование характера пондеромоторных сил, действующих на тонкостенный немагнитный листовый металл в индукторной системе с плоским одновитковым соленоидом.

Выбор данной конструкции соленоида не случаен. Во-первых, именно одновитковые индукторные системы оказались наиболее эффективными на практике при магнитно-импульсном притяжении заданных участков тонкостенных листовых металлов. Во-вторых, данная конструкция представляется наиболее простой по физическим соображениям для понимания реальной сущности процессов силового взаимодействия проникающих полей с проводящими объектами.

Для расчёта давления на обрабатываемую немагнитную заготовку при магнитно-импульсной обработке металлов используется формула [1,4,8,10,11]

$$P = \frac{\mu_0}{2} (H_1^2 - H_2^2), \quad (1)$$

где H_1 – напряжённость магнитного поля на поверхности обрабатываемой заготовки со стороны индуктора – источника поля, H_2 – напряжённость на противоположной поверхности обрабатываемой заготовки.

Из формулы (1) следует, что при незначительном проникновении действующего поля сквозь металл плоского проводника и $H_1 > H_2$ силы магнитного давления сохраняют своё направление. Действие этих сил проявляется в отталкивании заготовки от источника поля – индуктора. В режимах, когда магнитное поле проникает сквозь металл листового проводника, характер связи между напряжённостями на граничных поверхностях заготовки может изменяться во времени. Это изменение обусловлено появлением достаточной разности фаз между напряжённостями [9,10], зависимость от времени которых описывается экспоненциально затухающей синусоидой [1,4]. Формально для них справедливо как $H_1 > H_2$, так и $H_1 < H_2$. Первое неравенство соответствует отталкиванию, второе – притяжению заготовки к индуктору. Силовое воздействие приобретает осциллирующий характер во времени. Но, так как энергия магнитного поля, проникшего через заготовку, не может быть больше энергии поля, действующего на заготовку со стороны индуктора [12], то эти осцилляции не могут существенно повлиять на суммарный результат силового воздействия поля индуктора на заготовку. Последняя, в большей или меньшей степени, но будет испытывать давление со стороны внешнего магнитного поля.

В выражении (1) учитываются лишь касательные к поверхности проводника составляющие вектора напряжённости магнитного поля. Нормальные составляющие не входят в данную зависимость, так как формула (1) соответствует физической идеализации, когда проводимость металла заготовки достаточно высока и нормальная компонента напряжённости стремится к нулю. Но в реальной ситуации, когда удельная электропроводность принимает конечные значения, данная компонента напряжённости поля будет играть свою роль в формировании индуцированного тока, чем интенсивнее проникновение – тем большую. В конечном итоге её влияние должно проявиться и в изменении вида расчётной зависимости (1) возбуждаемых пондеромоторных сил.

Физически причиной появления электродинамических усилий в немагнитном проводнике является взаимодействие индуцированных токов, имеющих плотность \vec{j} , и суммарного магнитного поля с напряжённостью \vec{H} . В литературе они известны как силы Лоренца [12]. Их объёмная плотность описывается векторным произведением [4,12]

$$\vec{f}_л = \mu_0 [\vec{j} \times \vec{H}]. \quad (2)$$

Рассматриваемая индукторная система представляет собой круговой виток, расположенный в плоскости, параллельной плоскости листа металла на расстоянии h от неё (рис. 1).

На рис. 1 цифрами обозначены: 1 – плоский одновитковый соленоид толщиной Δ , внутренний и внешний радиусы которого равны R_1 и R_2 соответственно; 2 – листовая заготовка толщиной d и удельной электропроводностью γ . Начало цилиндрической системы координат находится на поверхности листа под центром витка индуктора, ось z перпендикулярна плоскости листа и направлена в сторону от витка. Система обладает аксиальной симметрией. Разрядный ток в индукторе имеет только одну азимутальную составляющую, которая возбуждает тангенциальную H_r и нормальную H_z компоненты вектора напряжённости магнитного поля и, соответственно, единственную азимутальную компоненту индуцированного тока с плотностью j_ϕ [1,4].

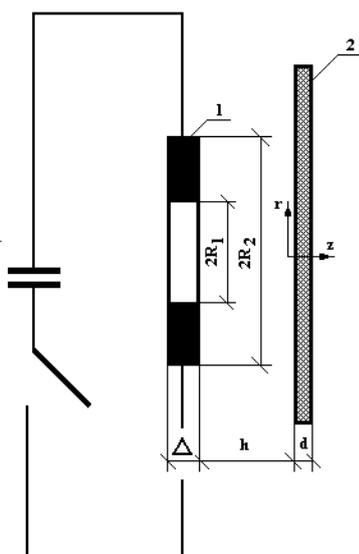


Рис. 1

Интегрируя (2) по толщине плоской заготовки d с учётом указанных особенностей рассматриваемой системы, получаем пространственно-временное распределение возбуждаемых пондеромоторных сил, отнесенных к единице площади:

$$P_{л}(r, t) = -\mu_0 \int_0^d j_{\varphi} \cdot H_r dz, \quad (3)$$

причём, из уравнения Максвелла [12]

$$j_{\varphi} = \partial H_r / \partial z - \partial H_z / \partial r. \quad (4)$$

Если пренебречь нормальной составляющей напряжённости магнитного поля, то индуцированный ток равен производной от касательной компоненты напряжённости по пространственной координате, его временная зависимость совпадает с временной зависимостью этой компоненты вектора поля. Разрядный ток в индукторе и вихревые токи в заготовке имеют один и тот же характер изменения во времени, но противоположно направлены [5]. Непосредственная подстановка первого слагаемого из (4) в формулу (3) даёт для сил магнитного давления зависимость (1). Кроме того, магнитное давление на обрабатываемый объект может рассматриваться как силовое взаимодействие между противоположно направленными индуцированным и возбуждающим токами. Такой подход используется и в современных расчетах магнитно-импульсных технологий, проводимых научно-исследовательским центром “Ford Motor Company” [14]. В последнем случае, как и в зависимости (1), силы магнитного давления на обрабатываемый объект пропорциональны квадрату плотности возбуждающего тока индуктора, то есть $\sim j_{инд.}^2$.

Учёт нормальной компоненты напряжённости магнитного поля в соответствии с выражением (4) приводит к иному результату.

Подставим (4) в (3) и выполним необходимые преобразования

$$P_{л} = \frac{\mu_0}{2} (H_r^2(0) - H_r^2(d)) + \mu_0 \int_0^d \frac{\partial H_z}{\partial r} H_r dz. \quad (5)$$

Первое слагаемое – идеализированная зависимость (1). Второе слагаемое соответствует возбуждению электродинамических усилий, обусловленных появлением в металле заготовки нормальной компоненты напряжённости магнитного поля. Знак второго слагаемого устанавливается конкретным видом подынтегрального выражения. В случае достаточно тонкостенных проводников, когда глубина проникновения поля в металл заготовки больше ее толщины, нормальная составляющая напряжённости магнитного поля изменяет характер формирования индуцированных токов (4) и возбуждаемых пондеромоторных сил (5). Как следствие, учёт только касательных компонент напряжённости по формуле (1) теряет адекватность и становится неприемлемым в расчётах параметров протекающих электродинамических процессов.

Достоверность выводов подтверждается результатами работ [3,5,6]. Для тонкостенных проводников и низкочастотных магнитных полей, действующих на них, авторами [3,5] получены расчётные зависимости для индуцированных токов и возбуждаемых электродинамических усилий. Из них следует, что зависимость от времени величины вихревого тока j_{φ} приближается к зависимости от времени производной тока индуктора – $dj_{инд.}/dt$. Временная зависимость возбуждаемых электродинамических усилий стремится к произведению $j_{инд.} \cdot dj_{инд.}/dt$.

Подчеркнём отличия от результатов ранее проведенного рассмотрения. Первое – это форма кривой индуцированного тока, которая не совпадает с аналогичной характеристикой тока индуктора, а стремится к его производной по времени. Второе – это пропорциональность силового воздействия не квадрату возбуждающего тока, а произведению возбуждающего тока на его производную по времени. Отсюда следует: при достаточно низких рабочих частотах действующих полей должна иметь место существенная временная осцилляция электродинамических усилий, а их интегральное действие стремиться к нулю.

Действительно,

$$\int_0^{\infty} P_{л} |_{(\omega \cdot \tau) = 1} dt \rightarrow \int_0^{\infty} j_{инд.} \cdot \frac{dj_{инд.}}{dt} \cdot dt = \frac{(j_{инд.})^2}{2} \Big|_0^{\infty} = 0. \quad (6)$$

В работе [6] рассчитаны вихревые токи в тонкостенных металлических пластинах. В широком диапазоне рабочих частот, характерном для магнитно-импульсной обработки металлов [1,4], проиллюстрировано изменение временной зависимости индуцированного тока от частоты воздействующего внешнего магнитного поля.

Выполним численные оценки величины пондеромоторных сил для случая, наиболее характерного для практики магнитно-импульсной обработки металлов. Используем расчетную схему работы [6], показанную на рис. 1.

Плотность тока в индукторе задана экспоненциально затухающей синусоидой [1,4]

$$j_{\text{инд.}} = j_m \cdot e^{-\delta t} \cdot \sin(\omega t), \quad (7)$$

где j_m – амплитуда, δ – декремент затухания, t – время.

Для дальнейших расчётов введём относительные единицы: $\theta = \omega t$, $\delta_0 = \delta/\omega$ – относительный декремент затухания, $\rho = r/R_2$ – относительная радиальная координата.

Линейная плотность тока в металле листа, индуцированного магнитным полем витка (считаем, что радиальное распределение возбуждающего тока – равномерное [7], толщина витка достаточно мала, $\Delta \rightarrow 0$), будет [6]:

$$j_\varphi(\rho, \theta) = 2j_m \int_0^\infty \left[\eta(y) u e^{-y \frac{h}{d}} \cdot J_1\left(y \frac{R_2}{d} \rho\right) \cdot \sum_{k=0}^\infty \frac{F_{2k}(y, \beta_k, z) \cdot f_k(y, \theta)}{\Phi_k(y)} \right] dy, \quad (8)$$

где $\eta(y) = \frac{1}{y^2} \int_{yR_1/d}^{yR_2/d} x \cdot J_1(x) dx$, $J_1(\zeta)$ – функция Бесселя первого рода первого порядка соответствующего аргумента, $F_{2k}(y, \beta_k, z) = y \cdot \sin\left(\beta_k \left(1 - \frac{z}{d}\right)\right) + \beta_k \cdot \cos\left(\beta_k \left(1 - \frac{z}{d}\right)\right)$,

$$f_k(y, \theta) = e^{-\delta_0 \theta} \sin \theta - \frac{\left(\frac{\beta_k^2 + y^2}{\omega \tau}\right)}{1 + \left[\frac{\beta_k^2 + y^2}{\omega \tau} - \delta_0\right]^2} \cdot \left[e^{-\delta_0 \theta} \left\{ \left[\frac{\beta_k^2 + y^2}{\omega \tau} - \delta_0\right] \sin \theta - \cos \theta \right\} + e^{-\frac{\beta_k^2 + y^2}{\omega \tau} \theta} \right],$$

$$\Phi_k(y) = \cos(\beta_k)(y^2 + 2y - \beta_k^2) - 2\beta_k(1+y)\sin(\beta_k), \quad \beta_k - \text{корни уравнения } \text{ctg } \beta_k = 0,5 \cdot (\beta_k/y - y/\beta_k).$$

Для вычисления касательной компоненты напряжённости магнитного поля H_r в листовой заготовке воспользуемся результатами работы [6]:

$$H_r(p, r, z) = \int_0^\infty \frac{j(p) \cdot q(p, \lambda) \cdot A(p, \lambda, z)}{B(p, \lambda)} \cdot \eta(\lambda) \cdot e^{-\lambda h} \cdot J_1(\lambda r) d\lambda, \quad (9)$$

где p – параметр преобразования Лапласа, $j(p) = I(p)/(R_2 - R_1)$ – изображение по Лапласу плотности

возбуждающего тока [7], $q(p, \lambda) = \sqrt{\lambda^2 + p\mu_0\gamma}$, $\eta(\lambda) = \int_{R_1}^{R_2} \eta(r) \cdot r \cdot J_1(\lambda r) \cdot dr$ – образ в пространстве

Фурье–Бесселя функции $\eta(r)$, $\eta(r)$ – радиальное распределение плотности тока в витке индуктора (оригинал преобразования Фурье–Бесселя),

$$A(p, \lambda, z) = \text{ch}(q(p, \lambda) \cdot d \cdot (1 - \frac{z}{d})) + \frac{q(p, \lambda) \cdot d}{(\lambda d)} \text{sh}(q(p, \lambda) \cdot d \cdot (1 - \frac{z}{d})),$$

$$B(p, \lambda) = \left(1 + \left(\frac{q(p, \lambda) \cdot d}{(\lambda d)} \right)^2 \right) \cdot \text{sh}(q(p, \lambda) \cdot d) + 2 \left(\frac{q(p, \lambda) \cdot d}{(\lambda d)} \right) \cdot \text{ch}(q(p, \lambda) \cdot d).$$

Достоверность формулы (9) проверена с помощью предельных переходов при $\gamma \rightarrow 0$ и $\gamma \rightarrow \infty$.

Выполним в выражении (9) обратное преобразование Лапласа [6]. Опуская промежуточные преобразования, запишем конечный результат.

$$H_r(\rho, z, \theta) = -\frac{2j_m}{\omega\tau} \int_0^\infty \left[\eta(y) y e^{-\frac{y}{d}} \cdot J_1\left(y \frac{R_2}{d} \rho\right) \cdot \sum_{k=0}^\infty \frac{\beta_k^2 \cdot F_{1k}(y, \beta_k, z) \cdot \xi_k(y, \theta)}{\Phi_k(y)} \right] dy, \quad (10)$$

где $F_{1k}(y, \beta_k, z) = y \cdot \cos\left(\beta_k \left(1 - \frac{z}{d}\right)\right) - \beta_k \cdot \sin\left(\beta_k \left(1 - \frac{z}{d}\right)\right)$,

$$\xi_k(y, \theta) = \left(1 + \left[\frac{\beta_k^2 + y^2}{\omega\tau} - \delta_0\right]^2\right)^{-1} \cdot \left[e^{-\delta_0\theta} \left\{ \left[\frac{\beta_k^2 + y^2}{\omega\tau} - \delta_0\right] \sin\theta - \cos\theta \right\} + e^{-\frac{\beta_k^2 + y^2}{\omega\tau}\theta} \right].$$

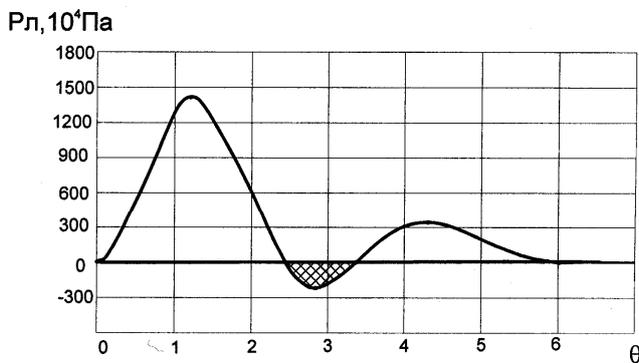
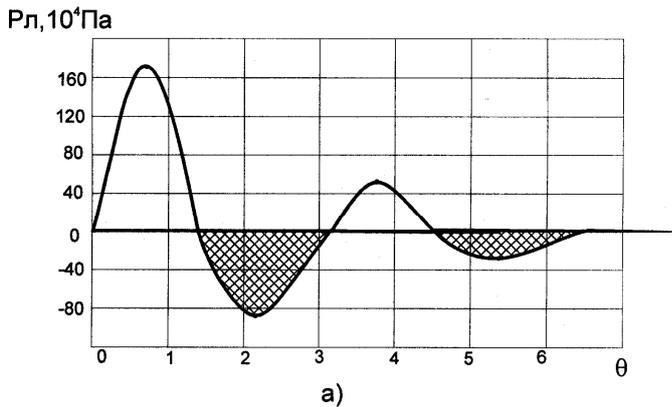


Рис. 2, а, б

частоте действующего магнитного поля $f=2$ кГц, рассчитанное подстановкой формулы (10) в выражение (1), показано на рис. 3.

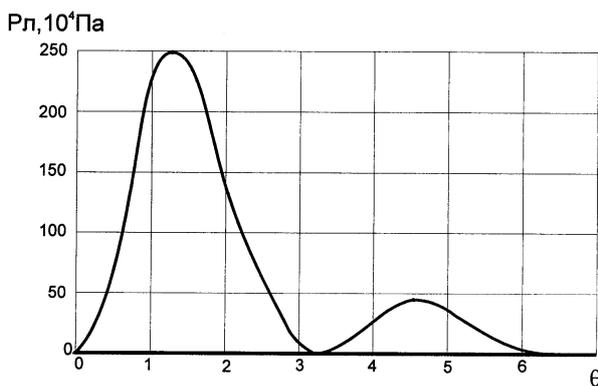


Рис. 3

Конкретные расчёты проведём для одного из вариантов индукторных систем, применявшихся в экспериментах [13]. Индуктор имел следующие размеры: $R_1 = 0,025$ м, $R_2 = 0,03$ м, расстояние до обрабатываемой заготовки $h = 0,005$ м, временная зависимость тока в индукторе определяется выражением (7), а его параметры при двух разных рабочих частотах: низкой – $f=2$ кГц и высокой – $f=50$ кГц – $I_m = 50$ кА, $\delta_0 = 0,3$, листовая заготовка: $d = 0,00075$ м, $\gamma = 0,4 \cdot 10^7 \frac{1}{\text{Ом} \cdot \text{м}}$.

Результаты численного расчета показаны на рис. 2 и рис. 3. На рис. 2 приведена временная зависимость электродинамических усилий, возбуждаемых в металле пластины в центре под витком соленоида в точке с координатой $r = (R_1 + R_2)/2R_2$, при различных частотах действующих магнитных полей: рис. 2, а – рабочая частота $f=2$ кГц, рис. 2, б – $f=50$ кГц.

Графическое изображение изменения величины ponderomotorных сил, возбуждаемых в металле пластины в центре под витком соленоида, т.е. для той же относительной координаты, как и на рис. 2, при

Сравнение результатов расчета, представленных на рис. 2, показывает, что с уменьшением частоты действующего магнитного поля осцилляция электродинамических усилий во времени увеличивается, а, следовательно, их интегральное воздействие падает. Графики на рис. 2, а и рис. 3 наглядно показывают, что расчет по традиционной методике – формуле (1) – при низких частотах действующего магнитного поля не адекватен реальности, и его необходимо проводить по формуле (3).

Выводы. 1. При низких частотах действующих магнитных полей вычисление электродина-

мических усилий в тонкостенных металлических пластинах должны проводиться непосредственно по формулам для сил Лоренца.

2. Чем ниже частота действующего магнитного поля, тем больше осцилляции во времени возбуждаемых электродинамических усилий, что объясняется ростом влияния нормальной компоненты напряжённости магнитного поля.

3. Физический механизм уменьшения сил магнитного давления на тонкостенный листовой проводник при низких частотах действующих магнитных полей определяется, в основном, не уменьшением разности значений касательных компонент напряжённости магнитного поля на его граничных поверхностях, а ростом нормальной составляющей поля.

1. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И. Магнитно-импульсная обработка тонкостенных металлов. – Харьков: МОСТ – Торнадо, 2002. – 288 с.

2. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Бажинов А.В. Магнитно-импульсные методы и системы для притяжения тонкостенных листовых металлов // Тр. межд. научн.-техн. конф. МИОМ–2007: Магнитно-импульсная обработка материалов. Пути совершенствования и развития. – Самара, 18–19 сентября 2007. – С.3–13.

3. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Бондаренко А.Ю. Силовое взаимодействие низкочастотных магнитных полей с тонкостенными листовыми проводниками. // Там же. – С.14–22.

4. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Хищенко Л.Т. Импульсные магнитные поля для прогрессивных технологий. 2-е изд., перераб. и доп. – Харьков: МОСТ – Торнадо, 2003. – 288 с.

5. Батыгин Ю.В., Лавинский В.И., Чаплыгин Е.А. Особенности токов, индуцированных низкочастотным полем одновиткового соленоида в плоских листовых металлах. // Электротехніка і електромеханіка. – 2005. – №3. – С.69–73.

6. Батыгин Ю.В., Чаплыгин Е.А. Вихревые токи в плоских листовых металлических заготовках // Электротехніка і електромеханіка. – 2006. – №5. – С.54–59.

7. Дзеницис О.Я., Бандер З.И. Расчёт распределения поля плоской катушки вблизи полубесконечной проводящей среды с учётом переходного процесса // Изв. АН Латв. ССР. Сер. физ. и техн. наук. – 1971. – №6. – С. 78–87.

8. Лютенко Л.А., Михайлов В.М. Влияние формы импульса внешнего магнитного поля на электродинамические усилия, деформирующие цилиндрическую оболочку // Техн. електродинаміка. – 2007. – №6. – С.15–19.

9. Немков В.С., Демидович В.Б. Теория и расчёт устройств индукционного нагрева. – Л.: Энергоатомиздат, 1988. – 280 с.

10. Подольцев А.Д., Кучерявая И.Н. Элементы теории и численного расчёта электромагнитных процессов в проводящих средах. – Киев: ИЭД НАН Украины, 1999. – 363 с.

11. Щеглов Б.А., Есин А.А. Раздача тонкостенных трубчатых заготовок силами притяжения импульсного магнитного поля // Кузнечно-штамповочное производство. – 1971. – №4. – С.15–18.

12. Яворский Б.М., Детлаф А.А. Справочник по физике: Для инженеров и студентов вузов. – Изд. 4 –е, перераб. – М: Наука, 1968. – 940 с.

13. Batygin Yu.V., Lavinsky V.I., Khimenko L.T. Direction Change of the Force Action upon Conductor under Frequency Variation of the Acting magnetic Field. Proceedings of the 1-st Int. Conf. on High Speed Metal Forming. March 31/April 1, 2004. Dortmund, Germany. – Pp. 157–160.

14. Материалы “Ford Motor Company” [Электронный ресурс]. – Режим доступа: Sergey Golovashchenko, FY 2005 Progress Report.

Надійшла 12.01.2009