УДК 621.3.073

В.Ю.Розов, чл.-корр. НАН Украины, **Д.А.Ассуиров**, канд.техн.наук, **А.А.Давыдов** (Научно-технический центр магнетизма технических объектов НАН Украины, Харьков)

МЕТОДЫ ФОРМИРОВАНИЯ СИГНАЛОВ ОБРАТНЫХ СВЯЗЕЙ В ЗАМКНУТЫХ СИСТЕМАХ УПРАВЛЕНИЯ МАГНИТНЫМ ПОЛЕМ ТЕХНИЧЕСКИХ ОБЪЕКТОВ ПРИ НАЛИЧИИ СТОРОННИХ ИСТОЧНИКОВ МАГНИТНОГО ПОЛЯ

Предложены методы формирования сигналов обратных связей в замкнутых системах управления магнитным полем технических объектов, обеспечивающие повышение точности управления за счет уменьшения влияния на систему управления возмущающего действия магнитного поля внешних источников.

Запропоновано методи формування сигналів зворотних зв'язків у замкнутих системах управління магнітним полем технічних об'єктів, що забезпечують підвищення точності управління за рахунок зменшення впливу на систему управління збурювальної дії магнітного поля зовнішніх джерел.

Введение. Создание методов и средств управления магнитным полем (МП) технических объектов (ТО) является одной из актуальных проблем магнетизма ТО. В частности, задачи управления МП ТО возникают при магнитной защите подвижных ТО, при магнитном управлении ориентацией космических аппаратов на околоземной орбите, при снижении МП различных ТО для уменьшения их негативного влияния на здоровье людей и окружающую среду.

Современный уровень развития теории управления МП ТО [2,3,12–15] позволяет приступить к созданию работающих по замкнутому циклу систем автоматического управления МП, которые потенциально способны обеспечить наиболее эффективное управление МП ТО. На рис. 1 показана обобщенная структурная схема таких систем управления, где приняты следующие обозначения: СУР – система управления и регулирования; МИО – магнитный исполнительный орган; ИП – источник питания МИО; ДМП – датчик МП; ФСОС – формирователь сигналов обратных связей; ВИМП – внешний источник МП.

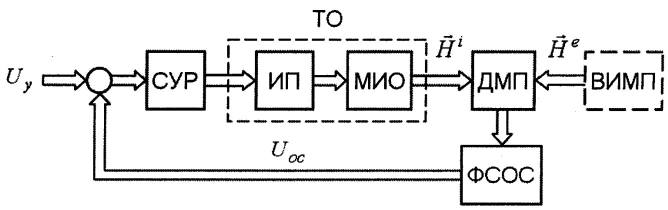

Рис. 1

Как известно [5], реализация управления в замкнутой системе связана с необходимостью формирования сигналов обратных связей U_{oc} для замыкания системы по управляемым переменным. В качестве таких переменных при стационарном (квазистационарном) характере магнитного поля ТО используют напряженность МП [15] или скалярный магнитный потенциал [3] в отдельных точках поверхности ТО.

Напряженность МП является физической величиной, которая может быть измерена с помощью специальных датчиков (ДМП), установленных на поверхности ТО. В отличие от нее скалярный магнитный потенциал является характеристикой МП, определение которой производится расчетным путем по измеренным значениям напряженности МП [14]. Таким образом, независимо от типа используемых управляемых переменных, необходимым этапом формирования сигналов обратных связей в замкнутых системах управления МП ТО является измерение напряженности МП на поверхности ТО.

Как правило, ТО находятся в МП Земли и могут находиться в МП других сторонних источников. Поэтому МП на поверхности ТО может быть измерено только как суперпозиция МП собственных (внутренних) источников ТО и МП сторонних, внешних относительно ТО источников. При этом МП внутренних источников является собственно МП ТО, подлежащим управлению, а МП внешних источников – помехой, негативно влияющей на процесс управления МП ТО [13].

В связи с изложенным, при решении проблем управления МП ТО возникает задача разделения суммарного МП, измеренного на поверхности ТО, на МП внешних и внутренних источников с целью селектирования (выделения) собственного МП ТО.

Задача селектирования собственного МП ТО может быть решена различными методами, которые можно разделить на три основные группы: аналитические методы, основанные только на математической обработке измеренных параметров суммарного МП; аппаратурно-параметрические методы, использующие для селектирования МП ТО дополнительную информацию о параметрах МП или его источников; комбинированные методы, сочетающие в себе элементы аналитического и аппаратно-параметрического методов селекции МП ТО.

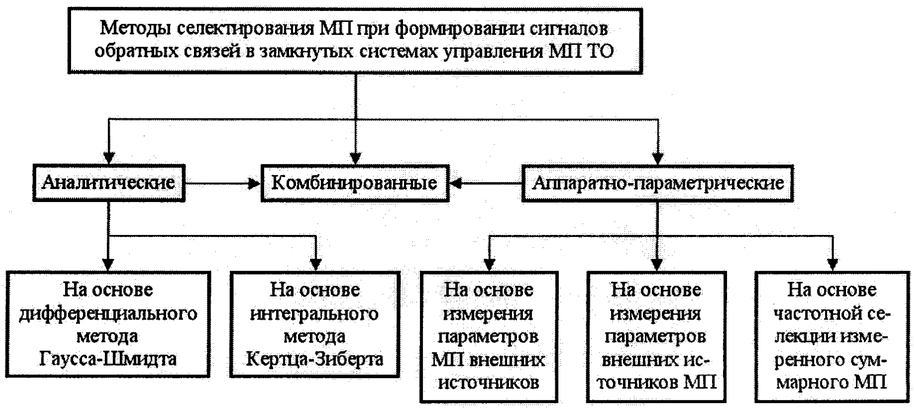

Рис. 2

Аналитические методы селектирования МП ТО. В их основе лежат математические приемы разделения потенциального поля на составляющие внешних и внутренних относительно поверхности измерения источников. Эти приемы разработаны для решения задач геофизики, геологии, гравио- и магниторазведки [1,4,6–11,16,17]. Из существующих математических методов разделения потенциальных полей наибольший интерес для решения задачи селектирования МП ТО представляют дифференциальный метод Гаусса-Шмидта и интегральные методы на основе интегралов Коши.

Метод селектирования МП ТО на основе дифференциального метода Гаусса-Шмидта основан на разложении наблюдаемого в точке измерения МП в ряд по сферическим функциям. К.Гаусс, являясь первым исследователем проблемы разделения МП [6], поставил перед собой задачу аналитического описания стационарного МП Земли в виде функции координат заданной точки на поверхности Земли. При этом он исходил из предположения о потенциальности внешнего МП Земли $\vec{H}$

$$rot\vec{H} = 0, \tag{1}$$

считая, что все его источники находятся внутри Земного шара.

Свойство потенциальности (1) позволяет ввести для описания внешнего МП Земли скалярный потенциал, удовлетворяющий соотношению

$$\vec{H} = -gradU. \tag{2}$$

Стационарное МП поле обладает свойством соленоидальности

$$div\vec{H} = 0, \tag{3}$$

поэтому, подставляя (2) в уравнение (3), получим для потенциалов вне магнитных масс уравнение Лапласа

$$\Delta U = 0. \tag{4}$$

Используя это уравнение и принимая форму Земли за шарообразную, Гаусс получил для точек вне Земли в сферических координатах r, θ, φ разложение скалярного магнитного потенциала в ряд

$$U^i = R_0 \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{R_0}{r} \right)^{n+1} \cdot \sum_{m=0}^{n} (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) \cdot P_n^m(\cos\theta), \quad r \geq R_0, \tag{5}$$

где R_0 – радиус земного шара; $P_n^m(\cos\theta)$ – полиномы Лежандра; g_n^m, h_n^m – постоянные коэффициенты.

Подставляя (5) в (2) и полагая после дифференцирования $r = R_0$, получаем в сферических координатах разложение в ряд сферических компонент стационарного МП внутренних источников на поверхности Земли:

$$H_r^i = -\frac{\partial U}{\partial r} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) \cdot (n+1) P_n^m(\cos\theta);$$

$$H_\theta^i = -\frac{1}{r} \cdot \frac{\partial U}{\partial \theta} = -\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (g_n^m \cos m\varphi + h_n^m \sin m\varphi) \cdot \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta};$$

$$H_\varphi^i = -\frac{1}{r\sin\theta} \cdot \frac{\partial U}{\partial \varphi} = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (g_n^m \sin m\varphi - h_n^m \cos m\varphi) \cdot \frac{m P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta}. \tag{6}$$

Для внешних относительно Земли источников МП А.Шмидтом [17] было получено аналогичное разложение скалярного магнитного потенциала в ряд для точек, расположенных внутри Земли

$$U^e = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{r^n}{R_0^{n-1}} \cdot \sum_{m=0}^{n} (a_n^m \cos m\varphi + b_n^m \sin m\varphi) \cdot P_n^m(\cos\theta), \quad r \leq R_0. \tag{7}$$

На основе этого разложения находятся выражения для сферических компонент стационарного МП внешних источников на поверхности Земли:

$$H_r^e = -\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (a_n^m \cos m\varphi + b_n^m \sin m\varphi) \cdot n P_n^m(\cos\theta);$$

$$H_\theta^e = -\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (a_n^m \cos m\varphi + b_n^m \sin m\varphi) \cdot \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta};$$

$$H_\varphi^e = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (a_n^m \sin m\varphi - b_n^m \cos m\varphi) \cdot \frac{m P_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta}. \tag{8}$$

Результирующее МП на поверхности Земли является суперпозицией (6) и (8), то есть

$$H_r = H_r^i + H_r^e; \quad H_\theta = H_\theta^i + H_\theta^e; \quad H_\varphi = H_\varphi^i + H_\varphi^e. \tag{9}$$

Подставляя (6) и (8) в (9) и вводя обозначения для коэффициентов:

$$p_n^m = (n+1) g_n^m - n a_n^m; \quad q_n^m = (n+1) h_n^m - n b_n^m;$$

$$c_n^m = g_n^m + a_n^m; \quad d_n^m = h_n^m + b_n^m, \tag{10}$$

получаем выражения для результирующего МП внутренних и внешних источников на поверхности Земли:

$$H_r = -\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (p_n^m \cos m\varphi + q_n^m \sin m\varphi) \cdot n P_n^m(\cos\theta);$$

$$H_\theta = -\sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (c_n^m \cos m\varphi + d_n^m \sin m\varphi) \cdot \frac{dP_n^m(\cos\theta)}{d\theta};$$

$$H_\varphi = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=0}^{n} (c_n^m \sin m\varphi - d_n^m \cos m\varphi) \cdot \frac{mP_n^m(\cos\theta)}{\sin\theta}. \tag{11}$$

Полученные на основе разложений Гаусса и Шмидта формулы (11) позволяют по результатам наблюдения суммарного МП на поверхности сферы определить вклад в это поле внутренних и внешних источников [1,16].

Если ТО имеет сферическую поверхность, то с помощью формул (11) можно разделить суммарное МП, измеренное на поверхности ТО, на составляющие внутренних и внешних источников. Для этого необходимо, используя имеющиеся данные о сферических компонентах суммарного МП H_r, H_θ, H_φ на поверхности ТО, определить коэффициенты p_n^m, q_n^m, c_n^m, d_n^m, а затем, подставляя полученные коэффициенты в уравнения (10), определить коэффициенты g_n^m и h_n^m разложения (6) для МП внутренних источников. С помощью этого разложения можно непосредственно восстановить МП ТО в любой точке поверхности ТО. Если из уравнений (10) определить коэффициенты a_n^m и b_n^m разложения (8) для МП внешних источников и с его помощью восстановить это поле, то МП ТО может быть определено как разность измеренного суммарного МП и вычисленного МП внешних источников:

$$H_r^i = H_r - H_r^e; \quad H_\theta^i = H_\theta - H_\theta^e; \quad H_\varphi^i = H_\varphi - H_\varphi^e. \tag{12}$$

Вариант селектирования МП ТО по формулам (12) представляется более приемлемым в смысле вычислительных затрат, когда в качестве внешнего относительно ТО источника МП выступает Земля. Ее МП в пределах ТО можно считать однородным, поэтому для определения МП Земли в точках поверхности ТО, где ищется МП ТО, достаточно определить координатные компоненты МП Земли в одной какой-либо точке внутри или на поверхности ТО, а затем пересчитать эти данные для других точек поверхности ТО используя известные данные об их взаимном расположении.

При наличии достаточно плотных данных о суммарном МП на поверхности ТО коэффициенты p_n^m, q_n^m, c_n^m, d_n^m разложения (11) могут быть определены с помощью интегральных формул [1]:

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(\int_0^\theta H_\theta d\theta \right) \cos m\varphi \, d\varphi P_n^m(\cos\theta) \sin\theta d\theta = -c_n^m = -g_n^m - a_n^m;$$

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} \left(\int_0^\theta H_\theta d\theta \right) \sin m\varphi \, d\varphi P_n^m(\cos\theta) \sin\theta d\theta = -d_n^m = -h_n^m - b_n^m;$$

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} H_\varphi \sin\theta \sin m\varphi \, d\varphi P_n^m(\cos\theta) \sin\theta d\theta = mc_n^m = m(g_n^m + a_n^m);$$

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} H_\varphi \sin\theta \cos m\varphi \, d\varphi P_n^m(\cos\theta) \sin\theta d\theta = md_n^m = m(h_n^m + b_n^m);$$

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} H_r \cos m\varphi \, d\varphi P_n^m(\cos\theta) \sin\theta d\theta = p_n^m = (n+1)g_n^m - na_n^m;$$

$$\int_0^\pi \int_0^{2\pi} H_r \sin m\varphi \, d\varphi P_n^m(\cos\theta) \sin\theta d\theta = q_n^m = (n+1)h_n^m - nb_n^m, \tag{13}$$

которые получены с использованием условий ортогональности сферических и тригонометрических функций, а также правил интегрирования разложений на сфере. Поскольку система алгебраических уравнений (13) переопределена, для нахождения коэффициентов a_n^m, b_n^m, g_n^m, h_n^m из нее необходимо исключить часть уравнений, например, содержащих угловую компоненту поля H_φ. При этом определение коэффициентов a_n^0, b_n^0, g_n^0, h_n^0 будет невозможным, так как правые части уравнений, содержащие H_φ, при $m = 0$ обращаются в нуль.

Следует отметить, что реализация метода селектирования, основанного на математическом методе Гаусса-Шмидта, требует измерения в каждой из точек поверхности ТО, где осуществляется управление МП ТО, двух (из трех) координатных компонент суммарного МП – радиальной и одной из угловых. В то же время, для управления внешним МП ТО в замкнутой системе достаточно только одной радиальной компоненты [14]. Таким образом, использование математического метода Гаусса-Шмидта при формировании сигналов обратных связей по МП требует определенного усложнения измерительной части замкнутых систем управления МП ТО. Кроме того, данный метод может быть использован в системах управления МП ТО только сферической формы, что существенно ограничивает область его применения.

Интегральные методы селектирования МП ТО на основе интегралов типа Коши. Интегральный метод Кертца-Зиберта. Рассмотрим потенциальное в конечной области D векторное поле $\vec{F}(\vec{r})$, все источники которого находятся вне области D, то есть $\vec{F}(\vec{r})$ – лапласово поле, непрерывно дифференцируемое вплоть до границы S. Положим, что в области D это поле полностью характеризуется скалярным потенциалом U, вводимым соотношением $\vec{F}(\vec{r}) = -gradU(\vec{r})$. Тогда для этого поля будет справедливо соотношение [7]

$$\frac{1}{4\pi}\int_S \left\{(\vec{n}\,\vec{F}(\vec{r}))grad\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + [\vec{n}\times\vec{F}(\vec{r})]\times grad\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right\}ds = \begin{cases}\vec{F}(\vec{r}'), & \vec{r}' \in D,\\ 0, & \vec{r}' \in C\overline{D},\end{cases} \tag{14}$$

где $C\overline{D}$ – дополнение конечной области $\overline{D} = D \cup S$ до всей бесконечной области.

Формула (14) решает задачу определения лапласова векторного поля $\vec{F}$ внутри области D по его значениям на границе S этой области. Вне области $\overline{D}$ интеграл (14) обращается в нуль.

В частном случае, когда S – сферическая поверхность радиуса R с центром в точке $\vec{r}_0$, из (14) можно получить простое интегральное выражение

$$\vec{F}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi R^2}\int_S \vec{F}(\vec{r})ds, \tag{15}$$

позволяющее определить поле $\vec{F}$ в центре сферы по его значениям на поверхности сферы.

Пусть поле $\vec{F}(\vec{r})$ является лапласовым в бесконечной области $C\overline{D}$ и непрерывно дифференцируемо вплоть до границы S. Тогда для этого поля будет справедлива формула [16]

$$\frac{1}{4\pi}\int_S \left\{(\vec{n}\,\vec{F}(\vec{r}))grad\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + [\vec{n}\times\vec{F}(\vec{r})]\times grad\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right\}ds = \begin{cases}-\vec{F}(\vec{r}') + \vec{F}(\infty), & \vec{r}' \in C\overline{D},\\ +\vec{F}(\infty), & \vec{r}' \in D,\end{cases} \tag{16}$$

где $\vec{F}(\infty) = \lim\limits_{|\vec{r}|\to\infty} \vec{F}(\vec{r})$.

При рассмотрении физических полей справедливо равенство $\vec{F}(\infty) = 0$. В этом этом случае формула (16) преобразуется к виду

$$\frac{1}{4\pi}\int_S \left\{(\vec{n}\,\vec{F}(\vec{r}))grad\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|} + [\vec{n}\times\vec{F}(\vec{r})]\times grad\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right\}ds = \begin{cases}-\vec{F}(\vec{r}'), & \vec{r}' \in C\overline{D},\\ 0, & \vec{r}' \in D.\end{cases} \tag{17}$$

Формула (17) решает задачу определения лапласова векторного поля $\vec{F}$ вне области D по его значениям на границе S этой области. Внутри области D интеграл (17) обращается в нуль.

Следует отметить, что по своей структуре и внутреннему содержанию формулы (14), (16) и (17) имеют существенное сходство с известными в теории функций комплексного переменного классическими интегральными формулами Коши. Более того, для двухмерного векторного поля эти формулы становятся идентичными соответствующим формулам Коши. В этой связи формулы (14), (16) и (17) получили название трехмерных аналогов интегральных формул Коши [7].

Предположим теперь, что потенциальное поле $\vec{F}(\vec{r})$ создается двумя источниками, расположенными вне и внутри области D. Очевидно, что это поле может быть представлено в виде суммы

$$\vec{F}(\vec{r}) = \vec{F}^e(\vec{r}) + \vec{F}^i(\vec{r}), \tag{18}$$

где $\vec{F}^e$ и $\vec{F}^i$ – поле внешнего и внутреннего источников соответственно.

Тогда, используя формулы (14) и (17), можно записать [7]

$$\frac{1}{4\pi}\int_S \left\{ (\vec{n}\,\vec{F}(\vec{r}))\,grad\,\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + [\vec{n}\times\vec{F}(\vec{r})]\times grad\,\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \right\} ds = \begin{cases} \vec{F}^i(\vec{r}\,'), & \vec{r}\,' \in D, \\ \vec{F}^e(\vec{r}\,'), & \vec{r}\,' \in C\overline{D}. \end{cases} \tag{19}$$

Формула (19) обладает селектирующими свойствами, позволяющими выделить поле внешних источников $\vec{F}^e$ в области D или поле внутренних источников $\vec{F}^i$ в области $C\overline{D}$ по известным значениям суммарного поля $\vec{F}$ на граничной поверхности S. К сожалению, для селектирования поля на самой поверхности S формула (19) непригодна, поскольку ее интеграл становится сингулярным и в обычном понимании не существует.

Для селектирования поля внутренних и внешних источников на поверхности S может быть использован математический аппарат аналогов интегралов типа Коши [7].

Пусть на S задано непрерывно дифференцируемое векторное поле

$$\vec{\varphi} = \vec{\varphi}_n + \vec{\varphi}_\tau, \tag{20}$$

где $\vec{\varphi}_n$ и $\vec{\varphi}_\tau$ – нормальная и тангенциальная составляющие $\vec{\varphi}$, удовлетворяющее условию

$$rot\,\vec{\varphi}_\tau = 0. \tag{21}$$

Интеграл

$$C^s(\vec{r}\,',\vec{\varphi}) = -\frac{1}{4\pi}\int_s \left\{ (\vec{n}\,\vec{\varphi})\,grad\,\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} + [\vec{n}\times\vec{\varphi}]\times grad\,\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|} \right\} ds =$$
$$= \frac{1}{4\pi}\,grad'\int_s \frac{\vec{n}\,\vec{\varphi}_n}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}ds - \frac{1}{4\pi}\,rot'\int_s \frac{\vec{n}\,\vec{\varphi}_\tau}{|\vec{r}-\vec{r}\,'|}ds \tag{22}$$

является трехмерным аналогом интеграла типа Коши, а функция $\vec{\varphi}$ – его векторной плотностью. Всюду вне поверхности S функция $\vec{C}^S$ описывает лапласово поле: $div\vec{C}^S = 0$, $rot\vec{C}^S = 0$, а ее скалярные компоненты являются гармоническими функциями.

Интеграл (22), когда точка $\vec{r}\,' = \vec{r}_0$ находится на поверхности S, является несобственным, так как при $\vec{r} = \vec{r}_0$ подынтегральное выражение превращается в бесконечность. Для его вычисления используют следующий прием. Пусть точка $\vec{r}_0$ является центром сферы O_ρ радиуса ρ, а S_ρ – частью поверхности S вне сферы O_ρ. Тогда несобственный интеграл (22) по поверхности S может быть вычислен как предел соответствующего интеграла по поверхности S_ρ при $\rho \to 0$

$$\vec{C}^S(\vec{r}_0,\vec{\varphi}) = \lim_{\rho\to 0} \vec{C}^{S_\rho}(\vec{r}_0,\vec{\varphi}). \tag{23}$$

Этот предел называется сингулярным интегралом в смысле главного значения по Коши и обозначается тем же символом, что и обычный интеграл, исходя из соображения, что если интеграл несобственный, то рассматривается его главное значение.

В зависимости от типа точки $\vec{r}_0 \in S$, в которой вычисляется сингулярный интеграл, вычисление предела (23) производится по различным формулам. В частности, когда поверхность S гладкая, то есть все ее точки простые и в каждой из них существует касательная к S плоскость, сингулярный интеграл (23) вычисляется по формуле [7]

$$\vec{C}^S(\vec{r}_0,\vec{\varphi}(\vec{r}))=\vec{C}^S(\vec{r}_0,\vec{\varphi}(\vec{r})-\vec{\varphi}(\vec{r}_0))+\frac{\vec{\varphi}(\vec{r}_0)}{2}. \tag{24}$$

С использованием аналогов интегралов типа Коши составляющие потенциального поля (18) на поверхности S определяются следующим образом

$$\vec{F}^i(\vec{r}_0)=\frac{F(\vec{r}_0)}{2}+\vec{C}^S(\vec{r}_0,\vec{F}(\vec{r})), \qquad \vec{F}^e(\vec{r}_0)=\frac{F(\vec{r}_0)}{2}-\vec{C}^S(\vec{r}_0,\vec{F}(\vec{r})). \tag{25}$$

Раскрывая в (25) выражение сингулярного интеграла для случая гладкой замкнутой поверхности S, получаем формулы:

$$\vec{F}^i(\vec{r}_0)=\frac{F(\vec{r}_0)}{2}-\frac{1}{4\pi}\int_S\left\{(\vec{n}\,\vec{\varphi})grad\,\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}+[\vec{n}\times\vec{\varphi}]\times grad\,\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right\}ds, \tag{26}$$

$$\vec{F}^e(\vec{r}_0)=\frac{F(\vec{r}_0)}{2}+\frac{1}{4\pi}\int_S\left\{(\vec{n}\,\vec{\varphi})grad\,\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}+[\vec{n}\times\vec{\varphi}]\times grad\,\frac{1}{|\vec{r}-\vec{r}'|}\right\}ds, \tag{27}$$

которые составляют основу обобщенного метода Кертца-Зиберта разделения трехмерных потенциальных полей [7]. Эти формулы позволяют выделить поле внешних источников $\vec{F}^e$ или поле внутренних источников $\vec{F}^i$ по значениям суммарного поля $\vec{F}=\vec{F}^e+\vec{F}^i$ на замкнутой граничной поверх-ности S.

Внешнее МП ТО $\vec{H}^i$ и МП внешних источников $\vec{H}^e$ внутри ТО являются лапласовыми полями, поэтому разделение суммарного поля $\vec{H}=\vec{H}^e+\vec{H}^i$ на поверхности ТО на его составляющие может быть произведено с помощью интегральных формул (26) и (27), в которых следует принять $\vec{F}^i=\vec{H}^i$ и $\vec{F}^e=\vec{H}^e$. Для осуществления управления МП ТО в замкнутой системе требуется определение МП $\vec{H}^i$ на поверхности ТО. Это поле может быть определено непосредственно по формуле (26) с использованием измеренных на поверхности ТО значений суммарного МП $\vec{H}$. Однако поле $\vec{H}^i$ может быть определено и как разность измеренного на поверхности ТО суммарного МП $\vec{H}$ и вычисленного по формуле (27) поля внешних источников $\vec{H}^e$

$$\vec{H}^i=\vec{H}-\vec{H}^e. \tag{28}$$

В том случае, когда МП внешних источников $\vec{H}^e$ в пределах объема ТО можно считать однородным, достаточно определить это поле только в одной какой-либо точке внутри или на поверхности ТО, а затем пересчитать координатные составляющие этого поля для других точек поверхности ТО, используя известные данные о взаимном расположении всех точек. В частности, когда поверхность ТО имеет форму шара, для определения МП внешних источников в объеме ТО может использоваться достаточно простая интегральная формула (19).

Необходимо отметить, что применение математического метода Кертца-Зиберта для селектирования МП ТО, также как и математического метода Гаусса-Шмидта, приводит к определенному усложнению системы управления МП ТО в связи с необходимостью измерения полного вектора суммарного МП в каждой из точек поверхности ТО, где осуществляется управление МП. Однако существенным преимуществом метода Кертца-Зиберта по сравнению с методом Гаусса-Шмидта является возможность его использования для селектирования МП ТО на замкнутых поверхностях произвольной формы.

Аппаратно-параметрические методы селектирования МП ТО основаны на использовании дополнительной информации о МП внешних источников или параметрах самих источников, которая может быть получена с помощью аппаратных средств или иными способами. Наличие такой информации позволяет определить МП внешних источников в точках, в которых осуществляется управление МП ТО, и, соответственно, определить МП ТО в этих точках путем вычитания значений МП внешних источников, измеренных непосредственно или определенных по косвенным данным, из измеренных на поверхности ТО значений суммарного МП.

Так, например, информация о МП Земли в зоне расположения ТО может быть получена либо путем измерения МП Земли с помощью датчиков, расположенных на таком расстоянии от ТО, где влиянием его собственного МП можно пренебречь (например, на мачте корабля), либо путем расчета МП Земли по специальным таблицам на основе данных о географическом местоположении и ориентации ТО в околоземном пространстве, полученных с помощью навигационных приборов. Если вблизи ТО расположены намагниченные в МП Земли ферромассы, то их индуцированное МП может быть определено расчетным путем по известным (измеренным) физическим параметрам этих масс и МП Земли. МП внешних токовых источников также может быть определено расчетным путем, если известна плотность распределения токов этих источников в окружающем ТО пространстве. В случаях, когда МП ТО изменяется во времени, селектирование МП ТО может быть произведено путем фильтрации суммарного МП с помощью специальных избирательных фильтров, настроенных на выделение характерных спектральных составляющих МП ТО.

В заключение отметим, что в большинстве случаев для реализации аппаратно-параметричес-ких методов селектирования МП ТО достаточно измерения только одной (нормальной) компоненты суммарного МП на поверхности ТО, что не ведет к усложнению измерительной части системы управ-ления МП ТО.

Комбинированные методы селектирования МП ТО. В ряде случаев формирование обратных связей в системе управления МП ТО целесообразно выполнять с использованием элементов как аналитического, так и аппаратно-параметрического методов селектирования МП ТО. В зависимости от конкретных условий такое комбинированное селектирование МП ТО может быть реализовано в различных формах.

Рассмотрим пример использования комбинированного метода селектирования МП ТО для случая, когда МП внешних источников является однородным в пределах пространства, занимаемого ТО, а сам ТО имеет форму шара радиуса R.

При наличии априорной информации о том, что МП внешних источников $\vec{H}^e$ однородно, селекция МП ТО $\vec{H}^i$ из суммарного поля $\vec{H} = \vec{H}^e + \vec{H}^i$, измеренного на поверхности ТО, может быть выполнена по следующей алгоритмической схеме. С помощью формулы (15) определяются координатные составляющие МП внешних источников в центре ТО

$$H^e_{x,y,z}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi R^2}\int_S H_{x,y,z}(\vec{r})ds\,, \tag{29}$$

где $H_{x,y,z}$ – координатные составляющие суммарного МП $\vec{H}$ на поверхности ТО S.

Поскольку МП внешних источников предполагается однородным, можно принять

$$H^e_{x,y,z}(\vec{r}_0) = H^e_{x,y,z}(\vec{r})\,, \tag{30}$$

где $H^e_{x,y,z}(\vec{r})$ – координатные составляющие МП внешних источников на поверхности ТО.

С учетом (30) координатные составляющие МП ТО на его поверхности рассчитываются по формуле

$$H^i_{x,y,z}(\vec{r}) = H_{x,y,z}(\vec{r}) - H^e_{x,y,z}(\vec{r})\,. \tag{31}$$

На практике информация о суммарном МП на поверхности ТО может быть получена только для точек поверхности ТО, где расположены измерительные датчики. В этом случае, аппроксимируя интеграл (29) конечной суммой и учитывая (30), получим приближенную формулу для определения координатных составляющих МП внешних источников на поверхности ТО

$$H^e_{x,y,z}(\vec{r}) \approx \tilde{H}^e_{x,y,z}(\vec{r}_0) = \frac{1}{4\pi R^2}\sum_{i=1}^{N} H_{x,y,z}(\vec{r}_i)s_i\,, \tag{32}$$

где $H_{x,y,z}(\vec{r}_i)$ – координатные составляющие суммарного МП на поверхности ТО, измеренного в центре i-й элементарной площадки s_i поверхности ТО; N – количество элементарных площадок, на которые разделена поверхность ТО.

Заключение. 1. Теоретически обоснована возможность управления магнитным полем технических объектов в замкнутой структуре при наличии магнитного поля сторонних источников и предложены методы селектирования собственного магнитного поля на поверхности технических объектов, обеспечивающие полноценное формирование сигналов обратных связей в условиях возмущающего действия стороннего магнитного поля.

2. Из предложенных аналитических методов наиболее предпочтительно применение метода селектирования на основе математического метода Кертца-Зильберта, позволяющего осуществлять формирование сигналов обратных связей инвариантно к форме поверхности технического объекта, однако применение как этого, так и других аналитических методов при синтезе замкнутых систем управления магнитным полем приводит к усложнению их измерительной части.

3. Дальнейшее развитие методов формирования сигналов обратных связей в замкнутых системах управления магнитным полем технических объектов целесообразно проводить в направлении совершенствования комбинированных методов селектирования, сочетающих в себе элементы как аппаратно-параметрических, так и аналитических методов и способных в ряде случаев обеспечить упрощение замкнутых систем управления магнитным полем технических объектов при сохранении высокого качества управления.

1. *Аксенов В.В.* Алгоритмы разделения геофизических полей. Новосибирск, 1989. – 59 с.

2. *Ассуиров Д.А.* Управление внешним магнитным полем технических объектов с источниками управляющего поля поверхностно-распределенного типа // Технічна електродинаміка. – 2007. – № 6. – С. 8–14.

3. *Ассуиров Д.А.* Управление внешним магнитным полем технических объектов с источниками управляющего поля поверхностно-распределенного типа в замкнутой системе // Технічна електродинаміка. – 2008. – №1. – С. 19–24.

4. *Бердичевский М.Н., Жданов М.С.* Интерпретация аномалий переменного электромагнитного поля Земли. – М.: Недра,1981. – 327 с.

5. *Бесекерский В.А., Попов Е.П.* Теория систем автоматического регулирования. – М.: Наука, 1966. – 992 с.

6. *Гаусс К.Ф.* Избранные труды по земному магнетизму. – М.: Изд. АН СССР, 1953.

7. *Жданов М.С.* Аналоги интеграла типа Коши в теории геофизических полей. М.: Наука, 1984. – 326 с.

8. *Жданов М.С.* Разделение переменных электромагнитных полей Земли // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1973. – № 8. – С. 43–54.

9. *Краснов И.П.* Об определении магнитных моментов по результатам измерений на замкнутых поверхностях // Геомагнетизм и аэрономия. – 1981. – Т. 21. – № 1. – С. 137–142.

10. *Логачев А.А., Захаров В.П.* Магниторазведка. Изд. 4, перераб. и доп. Л.: Недра, 1973. – 352 с.

11. *Недялков И.П.* Разделение потенциальных полей // Изв. АН СССР. Физика Земли. – 1965. – № 12. – С. 31–44.

12. *Розов В.Ю., Ассуиров Д.А.* Принципы построения систем автоматического управления внешним магнитным полем технических объектов // Вісник Нац. техн. ун–ту "Харківський політехнічний інститут". – Харків, НТУ "ХПІ". – 2005. – №45. – С. 101–102.

13. *Розов В.Ю., Кузнецов Б.И., Ассуиров Д.А.* Робастное управление внешним магнитным полем технических объектов. Збірник наукових праць Дніпродзержинського державного технічного університету (технічні науки). Тематичний випуск «Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика» / Дніпродзержинськ: ДГТУ, 2007. – С. 418–419.

14. *Розов В.Ю., Ассуиров Д.А., Реуцкий С.Ю.* Замкнутые системы компенсации магнитного поля технических объектов с различными способами формирования обратных связей // Техн. електродинаміка. Тем. вип. “Проблеми сучасної електротехніки”. – 2008. – Ч. 4. – С. 97–100.

15. *Шидловский А.К., Розов В.Ю.* Системы автоматической компенсации внешних магнитных полей энергонасыщенных объектов // Техн. електродинаміка. – 1996. – №1. – С. 3–9.

16. *Яновский Б.М.* Земной магнетизм. Часть 1. – Л.: Изд-во ЛГУ, 1964. – 446 с.

17. *Schmidt A.* Der magnetische Mittelpunkt der Erde und seine Bedeutung. Gerlands Beitz Geophis. – 1934. – Bd.41. – №3. – S. 346–358.

Надійшла 15.07.2009