

# Анизотропия критического тока и направленное движение вихрей в стохастической модели бианизотропного пиннинга. I. Теоретическая модель

В. А. Шкловский<sup>1,2</sup>, А. А. Сорока<sup>1</sup>

<sup>1</sup> Национальный научный центр «Харьковский физико-технический институт», Институт теоретической физики, ул. Академическая, 1, г. Харьков, 61108, Украина

<sup>2</sup> Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина  
пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61077, Украина  
E-mail: Valerij.A.Shklovskij@univer.kharkov.ua

Статья поступила в редакцию 30 ноября 2001 г., после переработки 21 декабря 2001 г.

Рассмотрена планарная стохастическая модель бианизотропного пиннинга, создаваемого двумя различными взаимно ортогональными системами периодических потенциалов типа «стиральной доски». Предложены как естественно возникающие, так и искусственно получаемые реализации такой модели. В отличие от стохастической модели *одноосного* анизотропного пиннинга системой параллельных плоскостей, где плотность критического тока  $j_c$  равна нулю фактически для всех направлений, из-за того что движение вихрей вдоль плоскостей незапинниговано, в предлагаемой модели анизотропный критический ток существует для всех направлений. Теоретические формулы для расчета анизотропного токового и температурного депиннинга вихрей интерпретированы в терминах двух базисных нелинейных температурнозависимых резистивных ХУ-откликов, имеющих физический смысл вероятностей преодоления вихрем ХУ-составляющих потенциала пиннинга.

Розглянуто планарну стохастичну модель біанізотропного пінінга, що створюється двома різними взаємно ортогональними системами періодичних потенціалів типу «пральної дошки». Запропоновано реалізації такої моделі, що природно виникають або отримуються штучно. На відміну від стохастичної моделі *одновісного* анізотропного пінінга системою паралельних площин, де щільність критичного струму  $j_c$  дорівнює нулю фактично для всіх напрямів, через те що рух вихорів вздовж площин незапінінговано, в запропонованій моделі анізотропний критичний струм існує для всіх напрямів. Теоретичні формули для розрахунку анізотропного струменевого і температурного депінінга вихорів інтерпретовано в термінах двох базисних нелінійних температурнозалежних резистивних ХУ-відгуків, що мають фізичне значення імовірностей подолання вихором ХУ-складових потенціалу пінінга.

PACS: 74.25.Fy, 74.60.Ge

## 1. Введение

Одно из важных как в прикладном, так и в теоретическом отношении направлений исследования физики сверхпроводников в смешанном состоянии связано с изучением анизотропии их резистивных свойств, обусловленной анизотропией пиннинга [1–18]. Простейшим примером реализации последней является одноосная анизотропия

пиннинга, которая в слоистых анизотропных высокотемпературных сверхпроводниках (ВТСП) появляется либо как следствие их слоистой структуры в виде собственного (intrinsic) пиннинга, либо в результате наличия в образце системы однонаправленных (параллельных) плоских дефектов (в первую очередь, двойников). Так, в ВТСП на основе Y, La и Nd в процессе роста кристаллов образуются двойники, ориентирован-

ные своей плоскостью параллельно оси  $c$ . Физическая причина пиннинга на двойниках в ВТСП связана с тем надежно установленным фактом [19], что параметр порядка на двойниках слегка подавлен. Вследствие этого граница изолированного двойника притягивает вихри и пиннингует их. Поскольку сила пиннинга, создаваемая двойником, направлена перпендикулярно его плоскости, вихри будут двигаться предпочтительно вдоль этой плоскости, если движущая сила (в случае транспортного тока — сила Лоренца) имеет отличную от нуля компоненту в направлении двойника. Такое «направленное» движение вихрей (guiding, далее **G**-эффект [1–3, 14–16]) приводит к появлению четного (по отношению к инверсии  $\mathbf{H} \rightarrow -\mathbf{H}$ , где  $\mathbf{H}$  — внешнее магнитное поле) вклада в поперечное по току магнитосопротивление  $\rho_{\perp}^+$ . В работе [16] для геометрии, когда  $\mathbf{H} \parallel \mathbf{c}$ , а транспортный ток плотностью  $\mathbf{j}$  течет вдоль кристаллических слоев, были получены достаточно простые формулы для продольного и поперечного магнитосопротивлений  $\rho_{\parallel, \perp}(j, \tau, \alpha, \epsilon)$  как функций  $j$ , температуры  $\tau$ , угла  $\alpha$  между направлением тока и двойников и относительной доли объема  $\epsilon$ , занимаемого двойниками.

С математической точки зрения задача, решенная в [16], сводится к уравнению Фоккера—Планка для одномерной динамики вихря [14, 20, 21], так как пиннинг отсутствует для движения вихрей в направлении, параллельном плоскостям двойников. Следовательно, критическая плотность тока  $j_c$  существует только для направления, строго перпендикулярного плоскостям двойников ( $\alpha = 0$ );  $j_c(\alpha) = 0$  для любого другого направления ( $0 < \alpha \leq \pi/2$ ). С физической точки зрения это типично для отклика вихревой жидкости [16, 22]. Тем не менее измерения резистивного отклика для твердой вихревой фазы всегда показывают, что  $j_c(\alpha) > 0$  для любых углов  $\alpha$  [7, 8] (хотя  $j_c(\alpha)$  может быть анизотропной). Таким образом, несмотря на некоторые достоинства модели с одной системой однонаправленных двойников, она не может учесть анизотропию  $j_c$  твердой вихревой фазы [7, 8].

В настоящей статье предлагается самая простая модель, реализующая анизотропию  $j_c$  для любых углов  $\alpha$  при наличии планарного потенциала пиннинга — модель бианизотропного пиннинга с составным потенциалом, формируемым суперпозицией двух периодических планарных потенциалов пиннинга, действующих во взаимно перпендикулярных направлениях. Модель может быть реализована экспериментально как в естественно возникающих, так и в искусственно получаемых

пиннинговых структурах. Например, параллельные нанотрещины, перпендикулярные плоскостям однонаправленных двойников, недавно обнаружены в ориентированных вдоль оси  $c$  пленках  $\text{YBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$  на подложках из  $\text{NdGaO}_3$  [10]. Искусственная бианизотропная пиннинговая структура в виде сетки узких магнитных полосок (вместо регулярной решетки магнитных точек) может быть создана методом, использованным в работах [23, 24]. Кроме того, представляется возможным создание различных бианизотропных пиннинговых структур, в которых совмещены естественно выращенные структуры параллельных плоских дефектов и перпендикулярные им искусственно полученные пиннинговые структуры с планарными потенциалами пиннинга. Например, в бездвойниковой ориентированной вдоль оси  $a$  пленке  $\text{YBCO}$  [25], покрытой магнитной лентой с предварительно записанным периодическим сигналом [26], возможно изучение бианизотропной конкуренции между собственным пиннингом слоистой структуры  $\text{YBCO}$  и искусственно программируемым магнитным пиннингом.

Итак, возможными экспериментальными реализациями анизотропного пиннинга являются существующие в образце системы однонаправленных плоских центров пиннинга (ЦП) или наличие двух таких взаимно ортогональных систем однонаправленных плоских ЦП — бианизотропный пиннинг. Первый из этих случаев интенсивно исследовался как экспериментально [1–8], так и теоретически [11–17], тогда как бианизотропный пиннинг экспериментально изучался мало [9, 10], а теоретически еще не был рассмотрен.

Настоящая работа посвящена исследованию резистивных свойств сверхпроводника в смешанном состоянии при наличии бианизотропии пиннинга в пренебрежении эффектом Холла и анизотропией электронной вязкости. Резистивный отклик системы получен в приближении невзаимодействующих вихрей в рамках двумерной стохастической модели бианизотропного пиннинга на основе уравнений Фоккера—Планка. Двумерный потенциал бианизотропного пиннинга, моделирующий две взаимно ортогональные системы однонаправленных плоских дефектов, предполагается аддитивным и периодическим в направлениях анизотропии. Для такого потенциала общего вида получены формулы для основных резистивных характеристик системы — продольного и поперечного по току магнитосопротивлений как функций плотности тока, температуры, угла  $\alpha$ , задающего направление вектора плотности тока по отношению к осям анизотропии (см. рис. 1). Вследствие

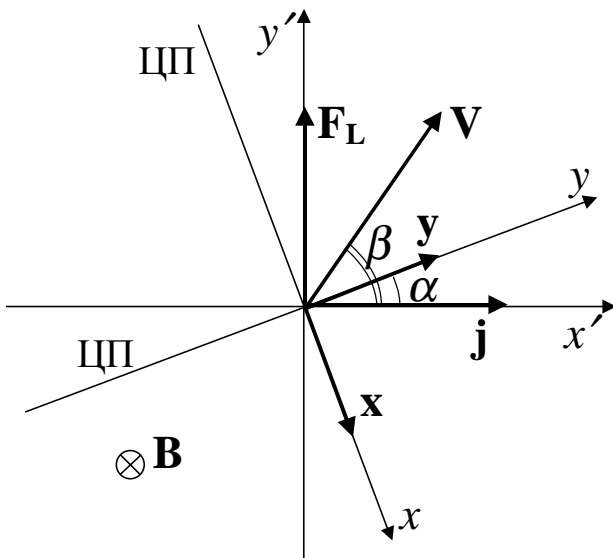


Рис. 1. Система координат  $xy$ , связанная с двумя взаимно ортогональными системами ЦП (их расположение задают векторы анизотропии  $\mathbf{x}$ ,  $\mathbf{y}$ , являющиеся перпендикулярами к их плоскостям), и система координат  $x'y'$ , связанная с направлением тока (вектор плотности тока  $\mathbf{j}$  направлен вдоль оси  $0x'$ );  $\alpha$  — угол между векторами  $\mathbf{y}$  и  $\mathbf{j}$ ;  $\beta$  — угол между вектором скорости вихрей  $\mathbf{v}$  и вектором  $\mathbf{j}$ ;  $\mathbf{B}$  — вектор магнитного поля,  $\mathbf{F}_L$  — сила Лоренца.

пренебрежения эффектом Холла выражения для магнитосопротивлений являются четными по отношению к изменению направления магнитного поля на противоположное.

Наиболее существенными особенностями задачи являются нелинейное поведение наблюдаемых анизотропных магнитосопротивлений в зависимости от плотности транспортного тока и температуры и анизотропия критического тока, обусловленная анизотропией пиннинга. С этим связано появление в некоторой области параметров эффекта направленного движения вихрей, нелинейного как по току, так и по температуре, при котором вихревая система имеет тенденцию к движению вдоль плоскостей ЦП за счет действия сил пиннинга перпендикулярно этим плоскостям. Основной нелинейной компонентой задачи является функция вероятности  $\nu$  преодоления вихрем потенциального барьера плоского центра пиннинга. Поведение функции  $\nu$  в зависимости от внешней силы или температуры отображает нелинейный переход между режимами термически активируемого течения потока и свободного течения потока (TAFF- и FF-режимы соответственно) для движения вихрей по отношению к соответствующим системам плоских ЦП. Для системы в целом в

зависимости от значений параметров возможны режим направленного движения вихрей вдоль плоскостей ЦП какой-либо из взаимно ортогональных систем, режим слабого пиннинга вихрей на ЦП (эти два типа режимов соответствуют линейному по току резистивному отклику) и различные промежуточные режимы, соответствующие нелинейному по току переходу в резистивном отклике системы. Использование конкретного вида потенциала бианизотропного пиннинга позволяет довести задачу до конечных аналитических формул и проанализировать как качественно, так и количественно все интересующие нас эффекты в зависимости от безразмерных параметров задачи.

Актуальный вопрос, рассмотренный теоретически впервые, связан с исследованием полярных диаграмм полного магнитосопротивления  $\rho(\alpha)$ . Такая постановка задачи связана с возможностью измерений анизотропного резистивного отклика по так называемой схеме эксперимента с вращающимся током, недавно реализованной в работах [7,8] по исследованию динамики вихрей в кристаллах  $YBa_2Cu_3O_{7-\delta}$  с системой однонаправленных двойников. В настоящей работе представлен теоретический анализ полярных диаграмм магнитного сопротивления  $\rho(\alpha)$  в общем нелинейном случае. Характерный вид токовых и температурных зависимостей  $\rho(\alpha)$ , обусловленный эволюцией динамики вихрей с изменением угла  $\alpha$ , может быть проанализирован качественно и количественно с помощью диаграммы динамических состояний вихревой системы на плоскости  $(j_x, j_y)$ , которая дает наглядную связь между анизотропией критического тока и направленным движением вихрей вдоль плоскостей пиннинга.

Таким образом, в рамках рассматриваемой здесь стохастической модели бианизотропного пиннинга возможно изучение анизотропии критических токов системы, нелинейного G-эффекта и установление непосредственной взаимосвязи этих аспектов динамики вихрей и резистивных свойств системы. Отметим также, что исследуемая стохастическая модель бианизотропного пиннинга является обобщением изученной ранее модели одноосного анизотропного пиннинга [16], так как в последней в качестве источника пиннинга рассматривалась только одна система однонаправленных плоских ЦП, чему соответствует тождественное равенство нулю одной из составляющих бианизотропного потенциала пиннинга общего вида. В статье излагается теоретическая модель рассматриваемой задачи. В разд. 2 изложена двумерная стохастическая модель бианизотропного

пиннинга на основе уравнений Фоккера—Планка и получены выражения для средней скорости вихревой системы в рамках данной модели. В разд. 3 получены в общем виде формулы для тензоров нелинейных проводимостей и сопротивлений и основных наблюдаемых характеристик системы — продольного и поперечного по току магнитосопротивлений. В разд. 4 потенциал бианизотропного пиннинга общего вида конкретизирован применительно к его возможным экспериментальным реализациям, обсуждены точные частные выражения для функций вероятности  $v_x$  и  $v_y$ , введены критические токи и токи насыщения для всей области углов  $\alpha$  и, в частности, основные («базисные») критические токи и токи насыщения вдоль направлений анизотропии пиннинга системы.

## 2. Метод Фоккера-Планка в модели бианизотропного пиннинга

Рассмотрим задачу о динамике вихрей в двумерном сверхпроводящем образце (пленка, тонкий слой) при наличии бианизотропного пиннинга. Под бианизотропным понимается пиннинг, создаваемый двумя ортогональными системами плоских однонаправленных равноотстоящих центров пиннинга, в общем случае с различными концентрациями ЦП и видом потенциалов пиннинга в этих системах. Выделенные базисные направления, вдоль которых действуют силы пиннинга со стороны соответствующих систем ЦП, характеризуются векторами анизотропии пиннинга  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  (см. рис. 1). Двумерный потенциал пиннинга такой системы плоских дефектов предполагается аддитивным и периодическим в направлениях анизотропии, т.е.

$$U_p(x, y) = U_{pa}(x) + U_{pb}(y), \quad (1)$$

где  $U_{pa}(x) = U_{pa}(x + a)$ ;  $U_{pb}(y) = U_{pb}(y + b)$ ;  $a, b$  — постоянные периоды.

Резистивные свойства сверхпроводника исследуем в пренебрежении эффектом Холла. При таком предположении задача существенно упрощается и становится возможным непосредственно увидеть роль эффектов направленного движения вихрей при наличии бианизотропного пиннинга в общем нелинейном случае.

Уравнение Ланжевена для движущегося со скоростью  $\mathbf{v}$  вихря в магнитном поле  $\mathbf{B} = n\mathbf{B}$  (где  $B \equiv |\mathbf{B}|$ ,  $\mathbf{n} = n\mathbf{z}$ ,  $\mathbf{z}$  — орт вдоль оси  $z$ , а  $n = \pm 1$ ) имеет вид [14–18]:

$$\eta\mathbf{v} = \mathbf{F}_L + \mathbf{F}_p + \mathbf{F}_{th}, \quad (2)$$

где  $\mathbf{F}_L = n(\Phi_0/c)\mathbf{j} \times \mathbf{z}$  — сила Лоренца ( $\Phi_0$  — квант магнитного потока,  $c$  — скорость света,  $\mathbf{j}$  — плотность тока);  $\mathbf{F}_p = -\nabla U_p$  — сила пиннинга ( $U_p$  — потенциал пиннинга);  $\mathbf{F}_{th}$  — сила термических флуктуаций;  $\eta$  — константа электронной вязкости. Флуктуационная сила  $\mathbf{F}_{th}(t)$  представляется гауссовым белым шумом, стохастические свойства которого задаются соотношениями:

$$\langle F_{th,i}(t) \rangle = 0, \quad \langle F_{th,i}(t)F_{th,j}(t') \rangle = 2\tilde{T}\eta\delta_{ij}\delta(t - t'), \quad (3)$$

где  $\tilde{T}$  — температура в энергетических единицах. Используя соотношения (3), уравнение (2) можно свести к системе уравнений Фоккера—Планка:

$$\eta\mathbf{S} = (\mathbf{F}_L + \mathbf{F}_p)P - \tilde{T}\nabla P, \quad (4)$$

$$\frac{\partial P}{\partial t} = -\nabla\mathbf{S}, \quad (5)$$

где  $P(\mathbf{r}, t)$  — плотность вероятности местонахождения вихря в момент времени  $t$  в точке  $\mathbf{r} = (x, y)$ , а  $\mathbf{S}(\mathbf{r}, t) \equiv P(\mathbf{r}, t)\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$  — плотность потока вероятности вихря. Средняя скорость вихрей по определению равна

$$\langle \mathbf{v} \rangle = \frac{\iint \mathbf{S}d^2\mathbf{r}}{\iint P d^2\mathbf{r}}. \quad (6)$$

В стационарном случае уравнение (4) для функций  $P = P(x, y)$  и  $\mathbf{S} = (S_x(x, y), S_y(x, y))$  сводится к уравнениям

$$\begin{cases} \eta S_x = F_x P - \tilde{T}(\partial P/\partial x) \\ \eta S_y = F_y P - \tilde{T}(\partial P/\partial y) \end{cases}, \quad (7)$$

где  $F_x = F_{Lx} - dU_{pa}/dx$ ,  $F_y = F_{Ly} - dU_{pb}/dy$ . Условие стационарности для уравнения (5) приводит к равенству

$$\partial S_x/\partial x + \partial S_y/\partial y = 0. \quad (8)$$

Ввиду аддитивности потенциала пиннинга функция плотности вероятности местонахождения вихрей может быть представлена в факторизованном виде  $P(x, y) = P_a(x)P_b(y)$ . Вводя обозначения

$$\begin{cases} a_x \equiv F_x P_a - \tilde{T}(dP_a/dx) \\ b_y \equiv F_y P_b - \tilde{T}(dP_b/dy) \end{cases} \quad (9)$$

и используя формулы (7) и (8), получаем уравнение  $P_b da_x/dx = -P_a db_y/dy$ . Его интегрирование

по  $x$  и  $y$  с учетом периодичности функций  $a_x$  и  $b_y$  дает  $a_x = a_0 = \text{const}$ ,  $b_y = b_0 = \text{const}$ . Тогда из уравнений (9) найдем функции  $P_a(x)$ ,  $P_b(y)$ , а их интегралы (дающие величины  $a_0$  и  $b_0$ ) по соответствующим периодам потенциала равны

$$\int_0^a P_a(x) dx = aa_0/\tilde{v}_x(F_{Lx}), \int_0^b P_b(y) dy = bb_0/\tilde{v}_y(F_{Ly}), \quad (10)$$

где

$$1/\tilde{v}_i(F) \equiv 1/(Fv_i(F)) = \{l\tilde{T}[1 - \exp(-Fl/\tilde{T})]\}^{-1} \times \\ \times \int_0^l dx \exp(-Fx/\tilde{T}) \times \\ \times \int_0^l dx' \exp\{[U_{pl}(x+x') - U_{pl}(x')]/\tilde{T}\}. \quad (11)$$

Здесь  $i = x, y$ ,  $l = a, b$  и функция  $v_i(F)$  имеет физический смысл вероятности преодоления вихрями потенциальных барьеров ЦП в направлениях  $x$  и  $y$  под действием внешней эффективной силы  $F$  (см. подробнее [16]). В результате, используя формулы (10), (11), по формуле (6) получаем следующие выражения для компонент средней скорости вихря:

$$\langle v_x \rangle = \tilde{v}_x(F_{Lx})/\eta, \langle v_y \rangle = \tilde{v}_y(F_{Ly})/\eta. \quad (12)$$

### 3. Тензоры нелинейной проводимости и сопротивления и наблюдаемые резистивные характеристики — продольное и поперечное по току магнитосопротивления $\rho_{\parallel}$ , $\rho_{\perp}$

Среднее электрическое поле, индуцируемое движущейся вихревой системой, равно

$$\mathbf{E} = (1/c)\mathbf{B} \times \langle \mathbf{v} \rangle = n(B/c)(-\langle v_y \rangle \mathbf{x} + \langle v_x \rangle \mathbf{y}). \quad (13)$$

Из формул (12) и (13) получим тензор магнитосопротивлений  $\hat{\rho}$  (с компонентами, измеряемыми в единицах сопротивления течению потока  $\rho_f \equiv (\Phi_0 B/\eta c^2)$ ) для нелинейного закона Ома  $\mathbf{E} = \hat{\rho}(\mathbf{j})\mathbf{j}$ :

$$\hat{\rho} = \begin{pmatrix} \rho_{xx} & \rho_{xy} \\ \rho_{yx} & \rho_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_y(F_{Ly}) & 0 \\ 0 & v_x(F_{Lx}) \end{pmatrix}, \quad (14)$$

где  $F_{Lx}$ ,  $F_{Ly}$  — компоненты внешней силы, действующие вдоль векторов  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  соответственно. Как видно из (14), очевидным следствием пренебрежения эффектом Холла является равенство нулю недиагональных компонент тензора  $\hat{\rho}$ . Диагональные компоненты тензора  $\hat{\rho}$  являются функциями плотности тока  $j$ , температуры  $\tilde{T}$  и угла  $\alpha$ .

Тензор проводимости  $\hat{\sigma}$  (компоненты которого измеряются в единицах  $1/\rho_f$ ), обратный тензору  $\hat{\rho}$ , имеет вид:

$$\hat{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v_y(F_{Ly})^{-1} & 0 \\ 0 & v_x(F_{Lx})^{-1} \end{pmatrix}. \quad (15)$$

Измеряемые в эксперименте величины относятся к системе координат, связанной с током (см. рис. 1). Продольная  $E_{\parallel}$  и поперечная  $E_{\perp}$  по отношению к направлению тока компоненты электрического поля связаны простыми соотношениями с  $E_x$ ,  $E_y$ :

$$\begin{cases} E_{\parallel} = E_x \sin \alpha + E_y \cos \alpha, \\ E_{\perp} = -E_x \cos \alpha + E_y \sin \alpha. \end{cases} \quad (16)$$

Следовательно, выражения для наблюдаемых экспериментально продольного  $\rho_{\parallel} = E_{\parallel}/j$  и поперечного  $\rho_{\perp} = E_{\perp}/j$  по току магнитосопротивлений, согласно (16), имеют вид:

$$\begin{cases} \rho_{\parallel} = \rho_{xx} \sin^2 \alpha + \rho_{yy} \cos^2 \alpha, \\ \rho_{\perp} = (\rho_{yy} - \rho_{xx}) \sin \alpha \cos \alpha. \end{cases} \quad (17)$$

Формулы (17) представлены формально в виде, аналогичном линейному случаю [11], с тем, однако, существенным отличием, что в нелинейном случае обе диагональные компоненты тензора сопротивлений, в общем случае различные, зависят как от плотности тока и температуры, так и от угла  $\alpha$  (а также, как будет видно ниже, от соответствующих концентраций ЦП):  $\rho_{xx} = v_y(F_{Ly}, \tilde{T})$ ,  $\rho_{yy} = v_x(F_{Lx}, \tilde{T})$ .

Безразмерные функции  $v_x(F_{Lx}, \tilde{T})$ ,  $v_y(F_{Ly}, \tilde{T})$  в случаях  $F_{Lx} \rightarrow 0$ ,  $F_{Ly} \rightarrow 0$  совпадают с аналогичными величинами, введенными в работе [14], и одна из них ( $v_x(F_{Lx}, \tilde{T})$ , ввиду несимметричности задачи о динамике вихрей при наличии одноосного анизотропного пиннинга) первоначально была использована в работе [16] для описания динамики вихрей во всем интервале соответствующей перпендикулярной ЦП компоненты внешней силы (и, следовательно, во всем интервале плотностей тока). Они имеют физический смысл вероятности преодоления вихрем потенциальных барьеров

$U_{0x}$  и  $U_{0y}$  (их характерную величину обозначим  $U_0$  и опустим временно индексы  $x, y$ , так как проводимый анализ относится в равной степени к  $v_x$ - и  $v_y$ -функциям). Это можно увидеть при рассмотрении предельных случаев высоких ( $\tilde{T} \gg U_0$ ) и низких ( $\tilde{T} \ll U_0$ ) температур. В случае высоких температур  $v \approx 1$ , а выражения (11) соответствуют режиму свободного течения потока (FF-режим). Действительно, в этом случае влиянием пиннинга можно пренебречь. В случае низких температур  $v$  является функцией плотности тока. При сильных токах ( $Fa \gg U_0$ ) потенциальный барьер исчезает,  $v \approx 1$  и также реализуется FF-режим. При слабых токах ( $Fa \ll U_0$ )  $v \propto \exp(-U_0/\tilde{T})$ , что соответствует TAFF-режиму [18]. Переход от TAFF- к FF-режиму связан с уменьшением потенциального барьера при возрастании тока. В работе [16] показано, что для периодического потенциала, обладающего свойством четности ( $U_p(-x) = U_p(x)$ ), функция  $v(F)$  четна по  $F$ , т.е.  $v(-F) = v(F)$ .

Как известно, в общем случае необходимо разделять четную и нечетную по магнитному полю составляющие магнитосопротивления. Очевидно, что вследствие пренебрежения эффектом Холла нечетные по магнитному полю компоненты  $\rho_{||}^-$  и  $\rho_{\perp}^-$  тождественно равны нулю. Четные по магнитному полю компоненты продольного  $\rho_{||}^+$  и поперечного  $\rho_{\perp}^+$  по току магнитосопротивлений являются непосредственно измеряемыми величинами. Из формул (14), (17) получим для них следующие выражения

$$\begin{cases} \rho_{||}^+ \equiv \rho_{||} = v_y(F_{Ly}) \sin^2 \alpha + v_x(F_{Lx}) \cos^2 \alpha \\ \rho_{\perp}^+ \equiv \rho_{\perp} = [v_x(F_{Lx}) - v_y(F_{Ly})] \sin \alpha \cos \alpha \end{cases} \quad (18)$$

Введем  $X$ - и  $Y$ -геометрии, в которых  $\mathbf{j} \parallel \mathbf{x}$  ( $\alpha = \pi/2$ ) и  $\mathbf{j} \parallel \mathbf{y}$  ( $\alpha = 0$ ). В обоих случаях существуют только продольные магнитосопротивления  $\rho_{||}^x(j, \tilde{T}) = \rho_{xx} = v_y(j, \tilde{T})$ ,  $\rho_{||}^y(j, \tilde{T}) = \rho_{yy} = v_x(j, \tilde{T})$ , тогда как  $\rho_{\perp}^x = \rho_{\perp}^y \equiv 0$ . Таким образом, измерения продольных магнитосопротивлений в  $XY$ -геометриях, совпадающих с соответствующими диагональными компонентами тензора магнитосопротивлений, позволяют получить токовые и температурные зависимости  $v_{x,y}$ -функций, являющихся основными нелинейными компонентами задачи. Знание зависимостей  $\rho_{||}^{x,y}(j, \tilde{T})$  достаточно для получения сопротивлений  $\rho_{||,\perp}(j, \tilde{T})$  при произвольных углах  $\alpha$ , поскольку входящие в формулу (18)  $v_{x,y}$ -функции можно представить как  $v_x(j_y, \tilde{T}) = \rho_{||}^y(j_y, \tilde{T})$ ,  $v_y(j_x, \tilde{T}) = \rho_{||}^x(j_x, \tilde{T})$ .

Отметим, что функции вероятности  $v_x, v_y$  обратно пропорциональны эффективным нелиней-

ным пиннинговым вязкостям, введенным в работе [12], где развит феноменологический подход. В областях нелинейности функций  $v_x, v_y$  по току и температуре (или, другими словами, в областях нелинейности пиннинговых вязкостей) в соответствующих зависимостях для магнитосопротивлений (18) может проявляться ярко выраженная нелинейность, а в динамике вихревой системы за счет анизотропии пиннинговой вязкости — нелинейный G-эффект как по току, так и по температуре. В нелинейном случае  $v_{x,y}$ -функции соответствуют сглаженному ступенчатому резистивному переходу (см. ниже) и сопротивления  $\rho_{||,\perp}(j, \tilde{T})$  являются комбинациями соответствующих функций. Из формул (18) видно, что магнитосопротивление  $\rho_{||}$  всегда положительно, тогда как  $\rho_{\perp}$  может изменять знак.

Отметим также, что в отличие от анизотропного пиннинга с несимметричной  $xy$ -динамикой [16] в случае бианизотропного пиннинга  $x, y$ -направления симметричны в том смысле, что теперь они принципиально эквивалентны.

#### 4. Обсуждение модели и анализ нелинейного поведения вероятностей преодоления периодических потенциалов пиннинга

$$v_{x,y}(j, \tau, \alpha, p, \varepsilon, k)$$

Нелинейные свойства тензора магнитосопротивлений  $\hat{\rho}$ , как видно из формулы (14), полностью определяются поведением функций  $v_x(F_{Lx}, \tilde{T})$  и  $v_y(F_{Ly}, \tilde{T})$ , которые, согласно формулам (11), зависят от вида потенциала пиннинга. Конкретизируем этот потенциал применительно к ВТСП типа YBaCuO, когда экспериментальной реализацией анизотропных центров пиннинга могут быть двойники, нанотрещины или промежутки между плоскостями слоистого сверхпроводника [1,10,18]. Для каждого из этих случаев параметр порядка понижен в области ЦП, и, следовательно, в этой области вихрям энергетически выгодно локализоваться.

Анализ резистивных свойств проведем на основе потенциалов пиннинга следующего вида (рис. 2):

$$U_{pa} = \begin{cases} -F_{px}x, & 0 \leq x \leq d \\ F_{px}(x - 2d), & d \leq x \leq 2d \\ 0, & 2d \leq x \leq a \end{cases} \quad (19)$$

$$U_{pb} = \begin{cases} -F_{py}y, & 0 \leq y \leq d \\ F_{py}(y - 2d), & d \leq y \leq 2d \\ 0, & 2d \leq y \leq b \end{cases}$$

где  $U_{0x}$ ,  $U_{0y}$  — глубины потенциальных ям потенциалов пиннинга;  $F_{px} = U_{0x}/d$ ,  $F_{py} = U_{0y}/d$  — силы пиннинга на ЦП вдоль направленных векторов  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  соответственно. Области ЦП в потенциалах (19) соответствуют ямы шириной  $2d$ , а областям между ЦП — нулевой потенциал пиннинга. В качестве параметров, характеризующих концентрацию ЦП, используем величины  $\epsilon_x = 2d/a$  и  $\epsilon_y = 2d/b$  (точнее, это доли объема, занимаемые ЦП).

Подстановка потенциалов (19) в формулы (11) для функций  $v_x$ ,  $v_y$  вероятности преодоления вихрем потенциальных барьеров ЦП дает следующее выражение [16]:

$$v(f, \tau, \epsilon) = \frac{2f(f^2 - 1)^2}{2f(f^2 - 1)(f^2 - 1 + \epsilon) - \epsilon\tau G}, \quad (20)$$

где

$$G = [(3f^2 + 1) \operatorname{ch}(f/\tau\epsilon) + (f^2 - 1) \operatorname{ch}(f(1 - 2\epsilon)/(\tau\epsilon)) - 2f(f - 1) \operatorname{ch}(f(1 - \epsilon)/(\tau\epsilon) - (1/\tau)) - 2f(f + 1) \times \operatorname{ch}(f(1 - \epsilon)/(\tau\epsilon) + (1/\tau))] / \operatorname{sh}(f/(\tau\epsilon)).$$

Здесь и далее временно опущены индексы  $x$ ,  $y$  у физических величин, относящихся к потенциалам пиннинга  $U_{pa}$ ,  $U_{pb}$ , а формула (20) в равной степени описывает свойства пиннинга на обоих потенциалах (т.е. индексы подразумеваются). Безразмерные величины введены для удобства качественного анализа формул.

В формуле (20) эффективную внешнюю силу  $F$ , действующую на вихри перпендикулярно ЦП и обуславливающую преодоление вихрями потенциальных барьеров ЦП (slipping), характеризует безразмерный параметр  $f = Fd/U_0$ , задающий ее отношение к силе пиннинга  $F_p = U_0/d$ , а температуру — безразмерный параметр  $\tau = \tilde{T}/U_0$ . Влияние действующей на вихри внешней силы  $F$  состоит в том, что она уменьшает величину потенциального барьера для вихрей, локализованных на ЦП, и, следовательно, увеличивает вероятность выхода с них. Повышение температуры также приводит к увеличению вероятности выхода вихрей с ЦП за счет увеличения энергии тепловых флуктуаций вихрей. Таким образом, потенциал пиннинга ЦП, ведущий при  $F, \tilde{T} \rightarrow 0$  к локализации вихрей, может быть подавлен как внешней силой, так и температурой.

Количественный и качественный анализ поведения функции  $v(f, \tau, \epsilon)$  в зависимости от всех параметров и асимптотики этих зависимостей по-

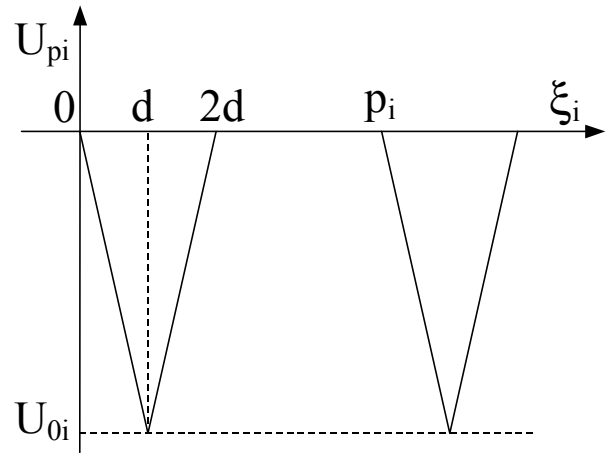


Рис. 2. Потенциалы пиннинга двух взаимно ортогональных систем ЦП  $U_{pi}(\xi_i)$ ,  $i = x, y$ ,  $\xi_i \leftrightarrow i$ ;  $U_{0i}$  — глубины потенциальных ям ЦП;  $p_i$  — периоды соответствующих потенциалов;  $2d$  — ширина потенциальных ям обоих потенциалов. Концентрация ЦП обеих систем задается параметром  $\epsilon_i = 2d/p_i$ .

дробно проведены в работе [16]. Обратим только особое внимание на характерные графики зависимостей функции  $v(f, \tau, \epsilon)$  от параметров  $f$  и  $\tau$ , описывающие нелинейную динамику вихревой системы в зависимости от действующей на вихри перпендикулярно ЦП внешней силы и температуры (см. [16], рис. 4, 5). Как видно на этих рисунках, вид графиков зависимостей  $v(f)$  и  $v(\tau)$  определяется значениями фиксированных параметров  $\tau$  и  $f$ . Монотонно возрастающая зависимость  $v(f)$  отображает нелинейный переход движения вихрей от ТАФФ- к FF-режиму при возрастании внешней силы при низких температурах ( $\tilde{T} \ll U_0$ ), тогда как при высоких температурах ( $\tilde{T} \geq U_0$ ) FF-режим реализуется во всей области изменения внешней силы, при малых силах — за счет действия на вихри термических флуктуаций. Монотонно возрастающая зависимость  $v(\tau)$  отображает нелинейный переход из динамического состояния, соответствующего значению внешней силы при нулевой температуре, в FF-режим насыщения. Характер перехода от ТАФФ- к FF-режиму в зависимостях  $v(f)$  и  $v(\tau)$  существенно различен. Зависимость  $v(f)$  с ростом  $\tau$  сдвигается влево, и ее крутизна уменьшается (см. [16], рис. 4). То есть, чем выше температура, тем плавнее переход от ТАФФ- к FF-режиму, и тем при меньших значениях внешней силы он происходит. Зависимость  $v(\tau)$  с ростом  $f$  также сдвигается влево, но ее крутизна растет (см. [16], рис. 5). Следовательно, чем больше потенциальный барьер центра пиннинга подавлен внешней силой, тем круче переход от ТАФФ- к FF-режиму, и тем при более

низких температурах он происходит. Эти графики понадобятся нам в дальнейшем для физической интерпретации наблюдаемых резистивных и связанных с G-эффектом зависимостей. Заметим также, что зависимость функции вероятности  $v(\epsilon)$  от концентрации ЦП является монотонно убывающей от значения  $v(0) \equiv 1$ , соответствующего отсутствию ЦП, а ее крутизна возрастает с уменьшением фиксированных параметров  $f$  и  $\tau$  вследствие возрастания плотности вероятности местонахождения вихрей на ЦП с уменьшением температуры и внешней силы.

Перейдем теперь к безразмерным параметрам, позволяющим учесть в общем случае различие потенциалов  $U_{pa}$ ,  $U_{pb}$ , а именно различие их периодов  $a$ ,  $b$  и глубин потенциальных ям  $U_{x0}$ ,  $U_{y0}$ . Введем новые параметры:  $\epsilon = (\epsilon_x \epsilon_y)^{1/2}$  — средняя концентрация ЦП;  $U_0 = (U_{x0} U_{y0})^{1/2}$  — средняя глубина потенциальных ям;  $k = (\epsilon_y / \epsilon_x)^{1/2} = (a/b)^{1/2}$ ;  $p = (U_{x0} / U_{y0})^{1/2}$ , где параметры  $k$  и  $p$  являются мерами соответствующих анизотропий. Температуру будем характеризовать новым параметром  $\tilde{T} = T / U_0$ , задающим энергию термических флуктуаций вихрей по отношению к средней глубине потенциальных ям  $U_0$ . Плотность тока будем измерять в единицах  $j_c = cU_0 / (\Phi_0 d)$ . Тогда безразмерные параметры  $f_x$ ,  $f_y$ , задающие отношение перпендикулярных к ЦП внешних сил  $F_{Lx}$ ,  $F_{Ly}$  к силам пиннинга  $F_{px} = U_{0x} / d$ ,  $F_{py} = U_{0y} / d$  ( $v_{x,y}$ -функции четны по соответствующим аргументам), имеют вид  $f_x = F_{Lx} / F_{px} = p^{-1} j \cos \alpha$  и  $f_y = F_{Ly} / F_{py} = -p j \sin \alpha$ . Значениям внешней силы  $F = F_{px}$  и  $\tilde{F} = F_{py}$ , при которых высоты потенциальных барьеров потенциалов  $U_{pa}$ ,  $U_{pb}$  обращаются в нуль при  $\tilde{T} = 0$ , соответствуют безразмерные критические токи  $j_c^x(\alpha) = 1 / (p \sin \alpha)$ ,  $j_c^y(\alpha) = p / \cos \alpha$ . В общем случае ненулевой температуры критические токи  $j_c^x(\alpha)$ ,  $j_c^y(\alpha)$  соответствуют при заданном угле  $\alpha$  изменению динамики вихрей из TAFF-режима в нелинейный режим по отношению к системам ЦП с векторами анизотропии пиннинга  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$ . Условием, определяющим область температур, в которой понятие критических токов имеет физический смысл, является  $0 < \tilde{T} \ll U_0$  (при  $\tilde{T} \geq U_0$  переход из TAFF- в нелинейный режим размывается и понятие критического тока теряет физический смысл).

Определим также основные критические токи (вдоль векторов анизотропии пиннинга  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$ ), которые равны  $j_c^x \equiv j_c^x(\pi/2) = p^{-1}$ ,  $j_c^y \equiv j_c^y(0) = p$  (при  $\tilde{T} = 0$ ). Аналогично критическим токам  $j_c^x(\alpha)$ ,  $j_c^y(\alpha)$  введем токи насыщения  $j_s^x(\alpha)$ ,  $j_s^y(\alpha)$ , при которых нелинейный режим динамики вих-

рей переходит в FF-режим на соответствующих системах ЦП ( $j_s^x = j_s^x(\pi/2)$ ,  $j_s^y = j_s^y(0)$  — основные токи насыщения вдоль векторов анизотропии пиннинга  $\mathbf{x}$  и  $\mathbf{y}$  и  $j_s^x(\alpha) = j_s^x / \sin \alpha$ ,  $j_s^y(\alpha) = j_s^y / \cos \alpha$ ).

Основные наблюдаемые эффекты изучаемой модели рассматриваются во второй части работы. Всесторонне исследуется нелинейный G-эффект и анализируются наблюдаемые  $\rho_{\parallel}$ ,  $\rho_{\perp}$ -магнитосопротивления в рамках данной модели. Исследованы полярные диаграммы полного магнитосопротивления образца  $\rho(\alpha)$  и формулируются основные выводы двух частей работы.

1. S. Fleshler, W.-K. Kwok, U. Welp, V. M. Vinokur, M. K. Smith, J. Downey, and G. W. Grabtree, *Phys. Rev.* **B47**, 14448 (1993).
2. A. A. Prodan, V. A. Shklovskij, V. V. Chabanenko, A. V. Bondarenko, M. A. Obolenskii, H. Szymczak, and S. Piechota, *Physica* **C302**, 271 (1998).
3. V. V. Chabanenko, A. A. Prodan, V. A. Shklovskij, A. V. Bondarenko, M. A. Obolenskii, H. Szymczak, and S. Piechota, *Physica* **C314**, 133 (1999).
4. H. Ghamlouch, M. Aubin, R. Gagnon, and N. Taillefer, *Physica* **C275**, 141 (1997).
5. A. Casaca, G. Bonfait, C. Dubourdieu, F. Weiss, and J. P. Seneater, *Phys. Rev.* **B59**, 1538 (1999).
6. C. Villard, G. Koren, D. Cohen, E. Polturak, B. Thrane, and D. Chateignief, *Phys. Rev. Lett.* **77**, 3913 (1996).
7. H. Pastoriza, S. Candia, and G. Nieva, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 1026 (1999).
8. G. D'Anna, V. Berseth, L. Forro, A. Erb, and E. Walker, *Phys. Rev.* **B61**, 4215 (2000).
9. J. Z. Wu and W. K. Chu, *Phys. Rev.* **B49**, 1381 (1994).
10. G. Koren, E. Polturak, N. Levy, G. Deutscher, and N. D. Zakharov, *Appl. Phys. Lett.* **73**, 3763 (1998).
11. Э. Б. Сонин, А. Л. Холкин, *ФТТ* **34**, 1147 (1992).
12. V. A. Shklovskij, *Fiz. Nizk. Temp.* **23**, 1134 (1997).
13. V. A. Shklovskij, *Fiz. Nizk. Temp.* **25**, 153 (1999).
14. Y. Mawatari, *Phys. Rev.* **B56**, 3433 (1997).
15. Y. Mawatari, *Phys. Rev.* **B59**, 12033 (1999).
16. В. А. Шкловский, А. А. Сорока, А. К. Сорока, *ЖЭТФ* **116**, 2103 (1999).
17. N. B. Kopnin and V. M. Vinokur, *Phys. Rev. Lett.* **83**, 4864 (1999).
18. V. A. Shklovskij, A. A. Soroka, in: *Proc. of 10th Int. Workshop on Critical Currents (IWCC-2001)*, June 4–7, 2001, C. Jooss (ed.), Goettingen, Germany, p. 58.
19. G. Blatter, M. V. Feigelman, V. B. Geshkenbein, A. I. Larkin, and V. M. Vinokur, *Rev. Mod. Phys.* **66**, 1125 (1994).
20. O. V. Usatenko and V. A. Shklovskij, *J. Phys.* **A27**, 5043 (1994).
21. B. Chen and J. Dong, *Phys. Rev.* **B44**, 10206 (1991).



22. В. М. Винокур, В. Б. Гешкенбейн, А. И. Ларкин, М. Фейгельман, *ЖЭТФ* **100**, 1104 (1994).
23. A. Hoffmann P. Prieto, and Ivan K. Schuller, *Phys. Rev.* **B61**, 6958 (2000).
24. M. J. Van Bael, K. Temst, V. V. Moshchalkov, and Y. Bruynseraede, *Phys. Rev.* **B59**, 14674 (1999).
25. Z. Trajanovic, C. J. Lobb, M. Rajeswari, I. Takeuchi, C. Kwon, and T. Venkatesan, *Phys. Rev.* **B56**, 925 (1997).
26. Y. Yuzhelevski and G. Jung, *Physica* **C314**, 163 (1999).

**Critical current anisotropy and guiding of vortices in the stochastic model of bianisotropic pinning. I. Theoretical model**

**V. A. Shklovskij and A. A. Soroka**

A planar stochastic model of bianisotropic pinning created by two different mutually orthogonal «washboard» potentials is considered. Both naturally arising and artificial realizations of the model are proposed. In contrast to the previously studied stochastic model of uniaxial anisotropic pinning by a system of parallel planes, where the critical current density  $j_c$  is in fact equal to zero in all directions because of the unpinned motion of vortices along the planes in the proposed model the anisotropic critical current exists in all directions. The theoretical formulas for calculating anisotropic current and temperature depinning of vortices are interpreted in terms of two nonlinear temperature-dependent resistive XY-responses, the physical meaning of which is a probability of overcoming the XY-components of the pinning potential.