Физика низких температур, 2001, т. 27, № 2, с. 178–187

Аномалии магнонного спектра ограниченного антиферромагнетика с центром антисимметрии
II. Эффекты неоднородного обменного взаимодействия

С. В. Тарасенко

Донецкий физико-технический институт им. А. А. Галкина НАН Украины
ул. Р. Люксембург 72, Донецк, 83114, Украина
E-mail: tarasen@host.dipt.donetsk.ua

Статья поступила в редакцию 14 июля 2000 г.

На основе одновременного учета электродипольного, магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий показано, что в тонкой пленке тетрагонального антиферромагнетика с центром антисимметрии возможно формирование в спектре распространяющихся объемных магнонов аномалий, отсутствующих как в модели неограниченного магнетика, так и в тонкой пленке центросимметричного антиферромагнетика.

На основі одночасного урахування електродипольної, магнітопружньої й неоднорідної обмінної взаємодій показано, що в тонкій плівці тетрагонального антиферомагнетика з центром антисиметрії можливо формування в спектрі поширюючих об'ємних магнонів аномалій, які відсутні як в моделі необмеженого магнетика, так і в тонкій плівці центросиметричного антиферомагнетика.

PACS: 75.30.Ds

Введение

В работе [1] показано, что в ограниченном антиферромагнетике наличие центра антисимметрии может приводить к формированию нового класса безобменных магнонов — электростатических спиновых волн. Физическим механизмом, ответственным за существование этого типа распространяющихся спиновых возбуждений в ограниченном магнитоупорядоченном кристалле, является косвенный спин-спиновый обмен через дальнодействующее электродипольное поле. В результате в тетрагональном антиферромагнетике с центром антисимметрии при определенной геометрии задачи становится возможным одновременное (с одним и тем же волновым числом $k_\perp$ и частотой ω) и независимое распространение безобменных магнонов магнитостатического и электростатического типов.

Кроме того, из результатов [1] следует, что в общем случае закон дисперсии электростатической спиновой волны существенно зависит от соотношения между температурами Нееля и Дебая магнитоупорядоченного кристалла. В частности, для низкотемпературного антиферромагнетика ($T_N < T_D$) последовательный учет взаимодействия спиновой подсистемы реального кристалла и решетки приводит к тому, что в рассматриваемом типе магнитных кристаллов наряду с дипольным механизмом спин-спинового взаимодействия имеется также и косвенное взаимодействие спинов через дальнодействующее поле квазистатических магнитоупругих деформаций. При этом необходимо учитывать, что в антиферромагнетиках в спектре спиновых волн одновременно с обменным ослаблением магнитодипольных эффектов существует и обменное усиление эффектов линейного магнон-фононного взаимодействия. В результате, как показано в [1] для дисперсионных кривых мод, принадлежащих спектру объемных безобменных электродипольноактивных магнонов, распространяющихся вдоль тонкой пленки антиферромагнитного магнитоэлектрика, становится возможным формирование при $k_\perp \neq 0$ ранее неизвестных аномалий: 1) участков дисперсионной кривой с $\partial\omega/\partial k_\perp = 0$; 2) точек вырождения дисперсионных кривых мод с номерами ν и ρ; 3) точек сгущения спектра при $k_\perp = 0$ и $k_\perp \to \infty$.

Однако построение последовательной теоретической модели динамики реального магнитного кристалла при температурах ниже температуры магнитного упорядочения невозможно без учета нелокальной части гейзенберговского обмена, тогда как все расчеты в [1] были проведены в пренебрежении эффектами неоднородного обменного взаимодействия (с этой целью считалось, что, как в выражении (3), так и в последующих соотношениях в [1], выполнено условие $\alpha = 0$, α — константа неоднородного обменного взаимодействия)*.

В связи с этим цель настоящей работы состоит в определении необходимых условий, при выполнении которых неоднородное обменное взаимодействие приводит к формированию ранее неизученных аномалий в спектре объемных спин-волновых возбуждений тонкой пленки тетрагонального антиферромагнетика с центром антисимметрии, отсутствующих в модели неограниченного кристалла.

Следуя [1], в дальнейшем рассмотрим электродипольноактивную часть магнонного спектра в коллинеарной фазе ($\mathbf{l} \parallel 0z$) двухподрешеточной модели тетрагонального антиферромагнетика (ось четвертого порядка $0z$), ограничившись только такой геометрией распространения спиновых колебаний, которая допускает независимое существование безобменных магнонов магнитостатического и электростатического типов.

Работа состоит из нескольких разделов. В разд. 1 на основе одновременного учета магнитодипольного, электродипольного, магнитоупругого и неоднородного обменного взаимодействий изучены дополнительные (по сравнению с безобменным приближением) аномалии спиновой динамики тонкой пленки магнитоэлектрического антиферомагнетика с центром антисимметрии, индуцированные нелокальностью гейзенберговского механизма спин-спинового взаимодействия. Раздел 2 посвящен анализу связи структуры полученных решений с формой поверхности волновых векторов соответствующего типа нормальных спин-волновых возбуждений неограниченного магнитоэлектрика. В разд. 3 приведены результаты исследования основных особенностей спектра объемных магнонов, которые индуцированы изменением электродинамических граничных условий на поверхности исследуемой пленки магнитоэлектрического антиферромагнетика. Анализ влияния эффекта акустического запаздывания на общую структуру спектра нормальных объемных колебаний тонкой магнитоэлектрической пленки проведен в разд. 4. В заключении сделаны основные выводы из полученных в работе результатов.

1. Эффекты неоднородного обмена

Как упомянуто выше, в работе [1] при анализе дисперсионных соотношений (1.16) мы пренебрегали эффектами, связанными с неоднородным обменным взаимодействием, для чего в (1.18)–(1.21) был сделан формальный предельный переход $\alpha \to 0$. Из (1.16) следует, что в случае, когда $\alpha \neq 0$ ($\omega/c \to 0$, $\omega/c_{\text{ph}} \to 0$), соотношения (1.18)–(1.21) могут быть представлены

при $T_N > T_D$ и $\mathbf{n} \parallel 0z$ как

$$\Omega_\nu^2(k_\perp) = [R + s^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)]\left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2\varepsilon_\perp k_\perp^2}{\kappa_\nu^2\varepsilon + k_\perp^2(1+\varepsilon_\perp)}\right); \tag{1}$$

при $\mathbf{n} \parallel 0x$

$$\Omega_\nu^2(k_\perp) = [R + s^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)]\left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2\varepsilon_\perp \kappa_\nu^2}{k_\perp^2\varepsilon + \kappa_\nu^2(1+\varepsilon_\perp)}\right); \tag{2}$$

при $T_N < T_D$ и $\mathbf{n} \parallel 0z$

$$\Omega_\nu^2(k_\perp) = [R_\nu(k_\perp) + s^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)]\left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2\varepsilon_\perp k_\perp^2}{\kappa_\nu^2\varepsilon + k_\perp^2(1+\varepsilon_\perp)}\right); \tag{3}$$

при $\mathbf{n} \parallel 0x$

$$\Omega_\nu^2(k_\perp) = [R_\nu(k_\perp) + s^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)]\left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2\varepsilon_\perp \kappa_\nu^2}{k_\perp^2\varepsilon + \kappa_\nu^2(1+\varepsilon_\perp)}\right). \tag{4}$$

* В дальнейшем ссылки на соотношения, взятые из работы [1], будем приводить с двойной нумерацией. Например, ссылка на выражение (3) из [1] будет иметь вид (1.3).

Совместный анализ соотношений (1.18)–(1.21) и (1)–(4) показывает, что, когда в безобменном пределе (1.18)–(1.21) в окрестности точки сгущения (ω_A^* или ω_B^*) для мод с заданными номерами ν и ρ ($\nu < \rho$) справедливо соотношение $\Omega_\nu(k_\perp) < \Omega_\rho(k_\perp)$, уже при бесконечно малой величине константы неоднородного обменного взаимодействия α становится возможным исчезновение точки сгущения и формирование при $k_\perp \neq 0$ дополнительной точки пересечения дисперсионных кривых, принадлежащих модам $\Omega_\nu(k_\perp)$ и $\Omega_\rho(k_\perp)$, определяемым соотношениями (1)–(4). Если это условие в окрестности рассматриваемой точки сгущения дисперсионных кривых (1.18)–(1.21) не выполняется, то учет $\alpha \neq 0$ приводит просто к ее исчезновению в (1)–(4).

Как следует из сопоставления (1), (2) и (1.18), (1.19), в высокотемпературном антиферромагнетике с центром антисимметрии учет $\alpha \neq 0$ существенно изменяет структуру спектра распространяющихся объемных спин-волновых возбуждений по сравнению с (1.18), (1.19). В частности, при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$ становится возможным формирование при $k_\perp \neq 0$ двух точек пересечения $\Omega_\nu(k_{\nu\rho}) = \Omega_\rho(k_{\nu\rho})$ для дисперсионных кривых мод с заданными номерами ν и ρ. Из (1) следует, что обе эти точки кроссовера в спектре электродипольноактивных объемных спин-волновых возбуждений высокотемпературного антиферромагнетика существуют только при одновременном учете как электродипольного, так и неоднородного обменного механизмов спин-спинового взаимодействия (т.е. при $\hat{\gamma} \neq 0$ константа $\alpha \neq 0$). Если же $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$, то, как следует из (2), совместный учет электродипольного и гейзенберговского механизмов спин-спинового обмена может приводить к формированию при $k_\perp \neq 0$ минимума на дисперсионной кривой моды с номером ν, принадлежащей спектру дипольно-обменных спин-волновых возбуждений тонкой пленки магнитоэлектрика с $T_N > T_D$.

Для пленки низкотемпературного антиферромагнетика с центром антисимметрии анализ соотношений (3), (4) показывает, что, уже без учета магнитоэлектрического взаимодействия (что формально соответствует переходу к пределу $\hat{\gamma} \to 0$), гибридизация эластостатического и гейзенберговского механизмов спин-спинового взаимодействия приводит к следующим особенностям в спектре объемных магнонов по сравнению с безобменным ($\alpha \to 0$) пределом (1.20), (1.21): 1) наличию двух точек кроссовера дисперсионных кривых эластообменных спин-волновых возбуждений с номерами ν и ρ ($k_{\nu\rho}^\pm$); 2) формированию двух точек экстремума дисперсионной кривой $\Omega_\nu(k_\perp)$, одна из которых отвечает максимуму $k_{*\nu}^-$, а другая — минимуму $k_{*\nu}^+$. В безобменном пределе $\alpha \to 0$ происходит предельный переход к характерным точкам спектров, определяемых (1.20), (1.21): $k_{*\nu}^- \to k_{*\nu}$, $k_{*\nu}^+ \to \infty$, $k_{\nu\rho}^- \to 0$, $k_{\nu\rho}^+ \to k_{\nu\rho}$.

Учет наряду с эластостатическим и гейзенберговским также и электростатического механизма нелокального спин-спинового взаимодействия, в свою очередь, приводит к возникновению дополнительных аномалий в спектре спин-волновых возбуждений по сравнению с исследованным выше предельным случаем чисто эластообменных магнонов (т.е. при $\gamma \to 0$ константа $\alpha \neq 0$). Во-первых, в тех случаях, когда в безобменном пределе (1.20), (1.21) в окрестности коротковолновой точки сгущения дисперсионная кривая моды объемных спин-волновых колебаний относится к волне обратного типа ($\partial\Omega_\nu / \partial k_\perp < 0$), учет неоднородного обменного взаимодействия приводит к формированию минимума на соответствующей дисперсионной кривой. Во-вторых, из (3), (4) следует, что при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$ или при $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$ на дисперсионных кривых, соответствующих модам магнонного спектра с номерами ν и ρ, может отсутствовать точка кроссовера либо их может быть две или четыре. В частности, для $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$ в случае, когда в спектре имеются четыре кроссоверных точки (k_1–k_4, для $i < j$ ($i, j = 1$–4) $k_i < k_j$), несложно убедиться, что в пренебрежении электростатическим механизмом спин-спинового взаимодействия ($\hat{\gamma} \to 0$) $k_1 \to 0$; $k_2 \to k_{\nu\rho}^-$; $k_3 \to k_{\nu\rho}^+$ и $k_4 \to \infty$.

Как показывает анализ соотношений (1)–(4), при $\alpha \neq 0$ число точек кроссовера спектра для мод с номерами ν и ρ всегда четно ($N_{\nu\rho} \leq 4$). С возрастанием $(\kappa_\nu^2 - \kappa_\rho^2)$ и $\alpha \neq 0$ величина $N_{\nu\rho}$ может изменяться только на величину кратную двум. В конечном счете для достаточно больших ν и ρ или обратной толщины магнитной пленки d соответствующая дисперсионная кривая $\Omega_\nu(k_\perp)$, описываемая соотношениями (1)–(4), при любой величине волнового числа $k_\perp$ будет волной прямого типа ($\partial\Omega_\nu / \partial k_\perp > 0$), не имеющей ни точек перегиба ($\partial^2\Omega_\nu / \partial k_\perp^2 = 0$), ни точек кроссовера ($N_{\nu\rho} = 0$).

Как известно из кристаллографии [2], при анализе условий отражения и преломления рассматриваемого объемного нормального колебания на границе исследуемого кристалла важную роль играет форма поверхности рефракции такой нормальной волны. Таким образом, локальная геометрия поверхности волновых векторов изучаемых нормальных объемных колебаний неограниченного кристалла должна существенно влиять и на структуру спектра нормальных объемных колебаний кристалла конечных размеров, поскольку пространственное распределение амплитуды объемных колебаний является результатом интерференции падающих и отраженных от границ образца объемных волн. В связи с этим анализу влияния электродипольного, эластостатического и неоднородного обменного взаимодействий на форму поверхности рефракции нормальных спин-волновых колебаний в неограниченном магнетике и связи ее локальной геометрии с найденными выше аномалиями спектра объемных магнонов в тонкой магнитоэлектрической пленке высокотемпературного или низкотемпературного антиферромагнетика посвящен следующий раздел работы.

2. Связь с формой поверхности рефракции

Поскольку волновой вектор рассматриваемой волны в соотношениях (1.9), (1)–(4) лежит в плоскости xz, для решения поставленной задачи необходимо с помощью (1.9) при условии $\omega/c \to 0$, $\omega/c_{\rm ph}|\mathbf{k}| \to \infty$ при $T_N > T_D$ или $\omega/c \to 0$, $\omega/c_{\rm ph}|\mathbf{k}| \to 0$ при $T_N < T_D$, изучить в $\mathbf{k}$-пространстве форму сечения изочастотной поверхности рассматриваемой электродипольноактивной спиновой волны ($\omega = \mathrm{const}$) плоскостью $k_x\, k_z$. Соответствующее выражение может быть представлено в виде

$$s^2\mathbf{k}^2 = \omega^2 \left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2\varepsilon_\perp}{\varepsilon\, \mathrm{tg}^2\, \theta + (1 + \varepsilon_\perp)}\right)^{-1} - \omega_0^2 - \omega_{me}^2 \quad \text{при } T_N > T_D \tag{5}$$

и

$$s^2\mathbf{k}^2 = \omega^2 \left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2\varepsilon_\perp}{\varepsilon\, \mathrm{tg}^2\, \theta + (1 + \varepsilon_\perp)}\right)^{-1} - \omega_0^2 - \omega_{me}^2 \left(1 - \frac{c_{44}(\sin^2\theta\, \bar\Lambda_{11} + \cos^2\theta\, \bar\Lambda_{33} - \sin 2\theta\, \bar\Lambda_{13})}{\rho\, [\bar\Lambda_{11}\, \bar\Lambda_{33} - \bar\Lambda_{13}^2]}\right) \quad \text{при } T_N < T_D\,, \tag{6}$$

$(k_z^2/\mathbf{k}^2 \equiv \sin^2\theta \;;\; \mathbf{k}^2 \equiv k_x^2 + k_z^2) \;;\; \bar\Lambda_{ik} \equiv \Lambda_{ik}$ $(k_x \equiv k\cos\theta,\ k_z \equiv k \sin\theta)$.

Анализ экстремальных точек кривых, описываемых выражениями (5), (6), и их сопоставление с результатами проведенного выше анализа формы дисперсионных кривых (1)–(4) показывают, что наличие локального максимума на дисперсионной кривой исследумого волноводного магнона связано с формированием в неограниченном кристалле на соответствующем сечении поверхности рефракции нормальной спиновой волны той же поляризации ((5), (6)) участка с максимальной отрицательной кривизной. Его положение на кривой (5), (6) в $\mathbf{k}$-пространстве определяется условием $\partial k/\partial\theta = 0$ и однозначно связано с частотой ω, номером моды ν, толщиной пленки $2d$ и волновым числом $k_\perp$ исследуемого волноводного магнона (1)–(4). Если же на поверхности рефракции (5) имеется участок с локальным максимумом отрицательной кривизны (при $\partial k/\partial\theta = 0$), то, как показывает анализ, на дисперсионной кривой объемной электродипольноактивной спиновой волны (1)–(4) это приводит к формированию локального минимума для соответствующих ω, ν, d и $k_\perp$.

Если рассматривать сечения кривой (5), (6) прямыми, определяемыми условием $k_x = \mathrm{const}$ или $k_z = \mathrm{const}$, то анализ общих точек такой прямой и поверхности рефракции (5), (6) позволяет получить дополнительную информацию о структуре спектра соответствующего волноводного магнона для заданного волнового числа $k_\perp$, частоты ω, а также номера моды ν (в данном случае кривых (1)–(4)). В частности, если направление нормали к поверхности пленки $\mathbf{n}$ в плоскости волновых векторов k_x , k_z совпадает с легкой осью ($\mathbf{n} \parallel 0z$), то число общих точек прямой $k_x = k_\perp$ и кривой (5), (6) определяет номера мод ν спектра объемных спин-волновых колебаний электродипольного типа, которые могут распространяться вдоль оси $0x$ исследуемой магнитоэлектрической пленки толщиной d с одинаковым волновым числом $k_\perp$ и частотой ω (т.е. точки кроссовера). В этой же геометрии наличие общих точек кривой (5), (6) и прямой $k_z = \kappa_\nu$ позволяет определить, с какими волновыми числами $k_\perp$ может распространяться вдоль тонкой пленки толщиной $2d$ исследуемого магнитоэлектрика данный тип волноводного магнона с фиксированным номером моды ν и частотой ω. Поскольку внешняя нормаль к поверхности рефракции совпадает с направлением групповой скорости волны [2], исследование локальной геометрии сечения изочастотной поверхности (5), (6), как следует из совместного анализа (1)–(6), позволяет установить, к какому типу волны (прямому или обратному) относится соответствующий участок дисперсионной кривой волноводного магнона, определяемый из (1)–(4) заданными ω, κ_ν и $k_\perp$. В рассматриваемом случае $\mathbf{k} \in xz$ распространяющаяся вдоль пленки ($\mathbf{n} \parallel 0z$) объемная спиновая волна (1)–(4) будет волной обратного типа, если проекция внешней нормали к поверхности рефракции на ось $0x$ в точке пересечения этой поверхности с прямой $k_z = \kappa_\nu$ имеет отрицательный знак. Если же проекция положительна, то соответствующая волна при заданных $k_\perp$, ω и κ_ν будет волной прямого типа; при некотором $k_\perp \neq 0$ эта проекция на ось $0x$ может быть равной нулю. Такая ситуация наблюдается, когда на дисперсионной кривой моды с номером ν объемных колебаний, бегущих вдоль поверхности пленки толщиной $2d$, при частоте ω имеется экстремум для этого значения волнового числа $k_\perp$. Будет эта точка максимумом или минимумом, зависит от знака локальной кривизны кривой (5), (6) в этой точке.

3. Эффекты, связанные с изменением электродинамических граничных условий

До сих пор мы предполагали, что на обеих поверхностях рассматриваемой магнитоэлектрической пленки в зависимости от относительной ориентации равновесного вектора антиферромагнетизма $\mathbf{l}$ и нормали к поверхности пленки $\mathbf{n}$ при $\zeta = \pm d$ для электростатического потенциала φ выполняется условие $\varphi = 0$ или $\partial\varphi/\partial\zeta = 0$ (1.15). Это позволило в случае, когда на обеих границах пленки наряду с условиями пиннинга магнитных моментов (1.11) выполнены также и условия полностью некогерентного сопряжения (1.14), представить в явном виде соответствующее дисперсионное уравнение для распространяющихся объемных электродипольноактивных магнонов (1)–(4). Если указанные электродинамические условия для заданной геометрии пленки (относительной ориентации векторов $\mathbf{l}$, $\mathbf{n}$ и $\mathbf{k}_\perp$) не выполняются, например,

$$\varphi + \alpha_* \partial\varphi/\partial\zeta = 0 \ ; \ \zeta = \pm d \tag{7}$$

(но по-прежнему при $\zeta = \pm d$ соблюдаются граничные условия (1.11), (1.14)), то для расчета спектра объемных магнонов можно воспользоваться подходом, ранее развитым в работах [3,4] при анализе влияния магнитодипольного взаимодействия на спектр объемных обменных магнонов в тонкой ферромагнитной пленке. С этой целью при $\mathbf{k} \in xz$ ($\mathbf{n} \parallel 0z$) с помощью функции Грина

$$G(\zeta, t) = \begin{cases} \text{sh}\,(ak_\perp(t-d))\ \text{sh}\,(ak_\perp(\zeta+d))/\Delta\ , & -d \le \zeta \le t\ , \\ \text{sh}\,(ak_\perp(t+d))\ \text{sh}\,(ak_\perp(\zeta-d))/\Delta\ , & t \le \zeta \le d\ , \end{cases} \tag{8}$$

$$\Delta \equiv ak_\perp\ \text{sh}\,(2ak_\perp d)\ ,\ a^2 \equiv (1+\varepsilon_\perp)/\varepsilon$$

можно из уравнений электростатики ($\omega/c \to 0$) с граничным условием (7) получить связь между амплитудой электростатического потенциала φ и амплитудой колебания x-компоненты вектора антиферомагнетизма $\mathbf{l}$, считая пространственное распределение последней вдоль нормали к поверхности пленки заданной функцией. Это дает возможность, используя (8), исключить из рассмотрения в (1.7), (1.8) ($\omega/c \to 0$) переменные, связанные с электростатическим ваимодействием. Таким образом, необходимо решать соответствующую краевую задачу только с обменными и упругимми граничными условиями, которые мы полагаем по-прежнему заданными соотношениями (1.11) и (1.14). Следуя методике, развитой в [3,4], решение данной граничной задачи будем искать в виде ряда по собственным функциям обменной краевой задачи. В случае (1.14)

$$l_x(r,\ t) = \sum_\nu A_\nu \sin\,(\kappa_\nu z)\exp\,(i\omega t - ik_\perp x)\ . \tag{9}$$

В результате соответствующее дисперсионное уравнение, описывающее в электро- и эластостатическом приближениях спектр объемных магнонов рассматриваемой пленки антиферромагнетика с центром антисимметрии при $\mathbf{k} \in xz$, $\mathbf{n} \parallel 0z$ и граничными условиями (1.11), (1.14) и (7), может быть представлено в виде бесконечной системы линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных амплитуд A_ν :

$$(W_{\nu\nu}(k_\perp) - \omega^2)\,A_\nu - W_{\nu\rho}(k_\perp)\,A_\rho = 0\ ; \tag{10}$$

$$\nu \neq \rho\ ,\ \nu,\ \rho = 1,\ 2,\ \ldots,$$

$$T_N > T_D\ ,$$

$$W_{\nu\nu}(k_\perp) = [R + s^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)]\left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2}{\varepsilon}P_{\nu\nu}\right);$$
$$W_{\nu\rho}(k_\perp) = [R + s^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)]\,\frac{\xi^2}{\varepsilon}\,P_{\nu\rho}\ ; \tag{11}$$

$$T_N < T_D\ ,$$

$$W_{\nu\nu}(k_\perp) = [R_\nu(k_\perp) + s^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)]\left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2}{\varepsilon}P_{\nu\nu}\right); \tag{12}$$

$$W_{\nu\rho}(k_\perp) = [R_\nu(k_\perp) + s^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2)]\,\frac{\xi^2}{\varepsilon}\,P_{\nu\rho}\ ;$$

$$P_{\nu\nu} = k_{\perp}^2 \int_{-d}^{d_{11}} dz \, \sin(\kappa_{\nu} z) \int_{-d}^{d_{11}} dt \, G(z, t) \sin(\kappa_{\nu} t) \; ;$$

$$P_{\nu\rho} = k_{\perp}^2 \int_{-d}^{d_{11}} dz \, \sin(\kappa_{\rho} z) \int_{-d}^{d_{11}} dt \, G(z, t) \sin(\kappa_{\nu} t) \; .$$

Анализ показывает, что если в (7) положить $\alpha_* = 0$, то из (10) следует, что $W_{\nu\rho}(k_{\perp}) = 0$, а $W_{\nu\nu}(k_{\perp}) = \Omega_{\nu}^2(k_{\perp})$, где $\Omega_{\nu}^2(k_{\perp})$ в зависимости от соотношения между температурами Нееля и Дебая определяется уравнением (1) или (3). Таким образом, недиагональные элементы бесконечной матрицы $W_{\nu\rho}(k_{\perp})$ (10) можно рассматривать как возмущение по отношению к нулевому приближению, определяемому диагональными элементами бесконечной матрицы $W_{\nu\rho}(k_{\perp})$:

$$\omega^2 = W_{\nu\nu}(k_{\perp}) \; . \tag{13}$$

Сопоставление соотношений (11), (12) и (1), (3) показывает, что в этом нулевом приближении структура спектра объемных магнитных колебаний качественно не отличается от той, которая была ранее определена формулами (1), (3), когда наряду с граничными условиями (1.11), (1.14) выполнялось также и условие двустороннего металлического покрытия исследуемой магнитоэлектрической пленки (1.15). Теперь, однако, для мод с номерами ν и ρ $(\nu \neq \rho)$ будут отсутствовать точки кроссовера спектра $W_{\nu\nu} = W_{\rho\rho}$, поскольку в (10) $W_{\nu\rho} \neq 0$. Следуя теории возмущений для вырожденных уровней и учитывая соотношения (11), (12), структуру спектра в окрестности конкретной точки кроссовера во втором порядке теории возмущений представим как

$$(W_{\nu\nu}(k_{\perp}) - \omega^2)\,(W_{\rho\rho}(k_{\perp}) - \omega^2) - W_{\nu\rho}^2(k_{\perp}) \cong 0 \; , \quad \nu \neq \rho \; . \tag{14}$$

Совместный анализ (11), (12) и (14), в частности, позволяет считать, что если в точке кроссовера пересекались дисперсионные кривые для волны прямого типа $(\partial\Omega_{\nu} / \partial k_{\perp} > 0)$ и обратного $(\partial\Omega_{\nu} / \partial k_{\perp} < 0)$, то вследствие (14) это вырождение снимается, дисперсионные кривые отходят друг от друга, а вместо точки кроссовера на каждой из кривых в (14) появляется по одной точке экстремума $(\partial\Omega_{\nu} / \partial k_{\perp} = 0)$, одна из которых будет соответствовать локальному максимуму (для волны прямого типа $(\partial\Omega_{\nu} / \partial k_{\perp} > 0)$ при $W_{\nu\rho} = 0$ в (14)) и локальному минимуму дисперсионной кривой (для волны обратного типа $(\partial\Omega_{\nu} / \partial k_{\perp} < 0)$ при $W_{\nu\rho} = 0$ в (14)).

Несложно показать, что все вышесказанное для случая $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$ справедливо и при $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_{\perp}$ $(\mathbf{k}_{\perp} \in xz)$, однако теперь для того, чтобы при $\alpha_* \to \infty$ спектр $W_{\nu\rho} = 0$, а $W_{\nu\nu}(k_{\perp}) = \Omega_{\nu}^2(k_{\perp})$ (здесь $\Omega_{\nu}^2(k_{\perp})$ определяется соотношением (2) при $T_N > T_D$ или (4) при $T_N < T_D$), необходимо, чтобы при расчетах функция Грина вместо (8) имела вид

$$G(\zeta, t) = \begin{cases} \mathrm{ch}\,(ak_{\perp}(t-d))\,\mathrm{ch}\,(ak_{\perp}(\zeta+d))/\Delta \; , & -d \le \zeta \le t \; , \\ \mathrm{ch}\,(ak_{\perp}(t+d))\,\mathrm{ch}\,(ak_{\perp}(\zeta-d))/\Delta \; , & t \le \zeta \le d \; , \end{cases}$$
$$\Delta \equiv ak_{\perp}\,\mathrm{sh}\,(2ak_{\perp} d) \; , \; a \equiv \varepsilon/(1 + \varepsilon_{\perp}) \; . \tag{15}$$

4. Учет эффектов акустического запаздывания

До сих пор динамику исследуемой тонкой пленки магнитоэлектрического антиферромагнетика мы анализировали, учитывая взаимодействие спиновой и упругой подсистем низкотемпературного антиферромагнитного кристалла только в эластостатическом приближении, т.е. при $\omega/c_{\mathrm{ph}}\, k_{\perp} \to 0$, а высокотемпературного антиферромагнетика в приближении замороженной решетки $\omega/c_{\mathrm{ph}}\, k_{\perp} \to \infty$. Вместе с тем дисперсионные соотношения (1.16), одновременно учитывающие электродипольное, магнитоупругое и неоднородное обменное взаимодействия, были получены для произвольной величины ω/c_{ph} . Это дает возможность проанализировать роль эффектов акустического запаздывания в формировании структуры спектра нормальных объемных колебаний тонкой пленки антиферромагнетика с центром антисимметрии.

Если формально пренебречь магнитоупругим взаимодействием (что соответствует переходу в (1.16) к пределу $\hat{B} \to 0$), то результирующее дисперсионное уравнение как для $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$, так и для $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_{\perp}$ факторизуется и представляет собой совокупность двух наборов невзаимодействующих объемных мод, отвечающих соответственно

1) обменно-электродипольным колебаниям, закон дисперсии которых в этом пределе $(\hat{B} \to 0)$ независимо от соотношения между температурами Нееля и Дебая определяется уравнениями (1) при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$ или (2) при $\mathbf{n} \perp \mathbf{l}$ $(\mathbf{k} \in xz)$;

2) чисто фононным колебаниям, спектр которых для выбранного типа граничных условий (1.15) может быть представлен в виде

$$\Omega^2_{\mathrm{ph}\nu}(k_\perp) = \frac{N_1}{2} \pm \left(\left(\frac{N_1}{2}\right)^2 - N_2\right)^{1/2}, \quad \nu = 1, 2, \ldots, \tag{16}$$

$$N_1(k_\perp) = \Lambda^*_{11} + \Lambda^*_{33}\,, \quad N_2(k_\perp) = \Lambda^*_{11}\,\Lambda^*_{33} - \Lambda^{*2}_{13}\,.$$

Из сопоставления (16) и (1), (2) следует, что при $\nu \neq \rho$ соответствующие дисперсионные кривые для мод спектра фононных и дипольно-обменных возбуждений $\Omega_{\mathrm{ph}\nu}(k_\perp)$ и $\Omega_\rho(k_\perp)$ как при $T_N > T_D$, так и при $T_N < T_D$ могут иметь при $k_\perp \neq 0$ точки пересечения. Если перейти к рассмотрению более общего случая $\hat{B} \neq 0$ $(\omega/c \neq 0)$, то, согласно (1.16), независимо от соотношения между температурами Нееля и Дебая для исследуемой модели тонкой магнитоэлектрической пленки как при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$, так и при $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$ $(\mathbf{k} \in xz)$ в электростатическом пределе $(\omega/c \to 0)$ спектр объемных магнитоупругих колебаний, для которых $\tilde{l}_x \neq 0$, а вектор смещений решетки u лежит в сагиттальной плоскости (xz), можно с учетом введенных выше обозначений представить в виде

$$\omega^2 \equiv \left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2 \varepsilon_\perp k_x^2}{\varepsilon k_z^2 + k_x^2(1+\varepsilon_\perp)}\right)\left[\omega_0^2 + s^2(k_x^2 + k_z^2) + \right.$$
$$\left. + \,\omega^2_{me}\left(1 - \frac{c_{44}[k_x^2(\Lambda^*_{11} - \omega^2) + k_z^2(\Lambda^*_{33} - \omega^2) - 2\Lambda^*_{13}\,k_x\,k_z]}{\rho[(\Lambda^*_{11} - \omega^2)(\Lambda^*_{33} - \omega^2) - \Lambda^{*2}_{13}]}\right)\right] \tag{17}$$

$(k_z \equiv \kappa_\nu$ при $\mathbf{n} \parallel 0z$ и $k_x \equiv \kappa_\nu$ при $\mathbf{n} \parallel 0x$, $\nu = 1, 2, \ldots)$.

Таким образом, учет ненулевого динамического магнитоупругого взаимодействия $(\hat{B} \neq 0)$ приводит к тому, что в низкотемпературном антиферромагнетике $(c_{\mathrm{ph}} > s,\ \ k_\perp > \omega/c_{\mathrm{ph}})$ спектр объемных фононных колебаний с $\mathbf{u} \in xz$ практически не изменяется по сравнению с (16), тогда как спектр дипольно-обменных мод качественно не отличается от того, который был найден выше в эластостатическом пределе (3), (4).

Иной оказывается ситуация при $T_N > T_D$ $(c_{\mathrm{ph}} < s)^*$. В этом случае, как следует из (17), дисперсионные соотношения для спин-волновых возбуждений практически не изменяются (по сравнению с условием $\hat{B} = 0$). Они по-прежнему качественно не отличаются от (1), (2), тогда как структура спектра объемных фононных колебаний, поляризованных в сагиттальной плоскости кристалла (xz), в отличие от (16), принимает следующий вид:

$$\omega^4 + N_1\omega^2 + N_2 = 0 \ (\mathbf{kn} \equiv \kappa_\nu)\,; \tag{18}$$

$$N_1 = \tilde{\Lambda}_{11} + \tilde{\Lambda}_{33}\,;\ N_2 = \tilde{\Lambda}_{11}\tilde{\Lambda}_{33} - \tilde{\Lambda}^2_{13}\,;$$

$\tilde{\Lambda}_{ik} \equiv \tilde{c}_{iklm}\,k_{\perp k}\,k_{\perp m}/\rho$, $\tilde{c}_{iklm} \equiv c_{iklm}$ при $i \neq k$ и $i = k = 1, 2, 3, 6$; $\tilde{c}_{44} = c_{44}(1 - \omega^2_{me}/\Omega^2_\nu(k_\perp))$.

Здесь $\Omega^2_\nu(k_\perp)$ определяется соотношением (1) при $\mathbf{n} \parallel \mathbf{l}$ или соотношением (2) при $\mathbf{n} \perp \mathbf{l} \parallel \mathbf{k}_\perp$.

Анализ (18) показывает, что в этом приближении упругую динамику рассматриваемой пленки высокотемпературного антиферромагнетика с центром антисимметрии можно изучать на основе концепции эффективных упругих модулей, широко используемой при исследовании спектра фононных колебаний в неограниченных магнетиках или динамики дислокаций в магнитоупорядоченных кристаллах [5,6]. Однако в отличие от ранее исследовавшейся модели неограниченной среды в тонкой магнитоэлектрической пленке пространственная нелокальность упругих модулей может быть обусловлена не только неоднородным обменным взаимодействием, но и электродипольным, т.е. она существует и в безобменном пределе $(\alpha \to 0)$.

Кроме того, анализируя соотношения (17), приходим к выводу, что при $\hat{B} \neq 0$, независимо от соотношения между температурами Нееля и Дебая, снимается вырождение между спектрами чисто фононных и дипольно-обменных магнонных возбуждений, которое существовало в пределе $\hat{B} = 0$. При этом снятие вырождения вследствие выбранных граничных условий (1.11), (1.14) и (1.15) происходило только в тех модах спектра объемных магнитоупругих колебаний, которые

* Либо для низкотемпературного антиферромагнетика $(c_{\mathrm{ph}} > s,\ k_\perp < \omega/c_{\mathrm{ph}})$.

при $\hat{B} = 0$ имели один и тот же номер моды ν. В то же время имевшиеся при $\hat{B} = 0$ и $k_\perp \neq 0$ точки кроссовера дисперсионных кривых спектра магнонных и фононных объемных колебаний, соответствующие модам с $\nu \neq \rho$, остаются и при $\hat{B} \neq 0$.

Если, как и в разд. 3, рассмотрим ситуацию, связанную с изменением характера электродинамических граничных условий с (1.11) на (7), то при $\mathbf{k} \in xz$, $\mathbf{n} \parallel 0z$ с помощью (8) можно показать, что соответствующее дисперсионное соотношение, обобщающее (17) на случай конечной скорости распространения акустических колебаний (как для $T_N > T_D$, так и для $T_N < T_D$), может быть представлено в виде (14), в котором теперь $\nu = 1, 2, \ldots$:

$$W_{\nu\nu}(k_\perp) = \left(1 - \xi^2 + \frac{\xi^2}{\varepsilon} P_{\nu\nu}\right)\left[\omega_0^2 + s^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2) + \omega_{me}^2 \times\right.$$

$$\left.\times\left(1 - \frac{c_{44}[k_\perp^2(\Lambda_{11}^* - \omega^2) + \kappa_\nu^2(\Lambda_{33}^* - \omega^2) - 2\Lambda_{13}k_\perp\kappa_\nu]}{\rho[(\Lambda_{11}^* - \omega^2)(\Lambda_{33}^* - \omega^2) - \Lambda_{13}^{*2}]}\right)\right]; \tag{19}$$

$$W_{\nu\rho}(k_\perp) = \frac{\xi^2}{\varepsilon} P_{\nu\rho}\left[\omega_0^2 + s^2(k_\perp^2 + \kappa_\nu^2) + \omega_{me}^2 \times\right.$$

$$\left.\times\left(1 - \frac{c_{44}k_\perp^2(\Lambda_{11}^* - \omega^2) + \kappa_\nu^2(\Lambda_{33}^* - \omega^2) - 2\Lambda_{13}k_\perp\kappa_\nu}{\rho[(\Lambda_{11}^* - \omega^2)(\Lambda_{33}^* - \omega^2) - \Lambda_{13}^{*2}]}\right)\right],$$

$$\nu \neq \rho\,.$$

Если в (7) положить $\alpha_* = 0$, то из (19) следует, что $W_{\nu\rho} = 0$, а $W_{\nu\nu}(k_\perp)$ определяется правой частью (17). Таким образом, и в данном случае недиагональные элементы $W_{\nu\rho}$ бесконечного определителя (19) можно рассматривать как возмущение по отношению к нулевому приближению, определяемому диагональными элементами исследуемой бесконечной матрицы.

Необходимо отметить, что во всех изученных в настоящей работе случаях снятия вырождения в точках пересечения дисперсионных кривых объемных нормальных колебаний, безусловно, необходимо учитывать также и затухание мод. Технически учет такого затухания в рамках используемой феноменологической теории не представляет затруднений. Расчет показывает, что при этом соответствующая физическая картина качественно не отличается от той, которая ранее была проанализирована при рассмотрении связанных объемных магнитоупругих и обменно-магнитодипольных колебаний в тонкой ферромагнитной пленке [7]. Поэтому лишь перечислим основные моменты, относящиеся к влиянию затухания ($\Delta\Omega_\nu$ — ширина линии объемной нормальной моды $\Omega_\nu(k_\perp)$) на поведение дисперсионных кривых объемных нормальных колебаний в окрестности точки кроссовера. В достаточно толстых пленках при $T_N > T_D$ ($c >> s$) объемные магноны будут иметь конечную ширину линии из-за однофононных процессов, тогда как при $T_N < T_D$ и $c << s$ объемные фононы будут иметь конечную ширину линии вследствие одномагнонных процессов. По мере уменьшения толщины пленки d зависимость спектра нормальных объемных колебаний от частоты возбуждения ω станет дискретной, однако по-прежнему будет присутствовать вырождение некоторых мод спектра объемных нормальных колебаний с номерами ν и ρ. Затем, при дальнейшем уменьшении d, начнет проявляться тонкая структура исследуемого спектра объемных колебаний рассматриваемой магнитоэлектрической пленки: сначала для моды с фиксированным номером ν в зависимости от величины волнового числа $k_\perp$ в окрестности ее точки кроссовера с дисперсионной кривой моды с номером ρ будет существенно возрастать ширина линии. Если таких точек кроссовера для рассматриваемой моды ν было несколько, то в результате ее ширина линии при изменении величины волнового числа будет осциллировать. При дальнейшем уменьшении толщины пленки d вырождение спектров мод объемных нормальных колебаний с номерами ν и ρ снимается, а на их месте при этих $k_\perp$ возникнет область запрещенных частот, внутри которой распространение объемных нормальных колебаний с такими $k_\perp$ станет невозможным. Аналогичные запрещенные области частот, индуцированные обменно-дипольным взаимодействием, ранее рассматривались в физике МСВ и получили название дипольных щелей (см., например, [3]).

Заключение

Таким образом, на примере пленки антиферромагнетика с центром антисимметрии определены необходимые условия, при выполнении которых последовательный учет линейного магнитоэлектрического эффекта приводит к формированию в спектре объемных магнонов ранее неизвестных аномалий. Для их существования принципиально важным является одновременный учет не только конечных размеров реального образца, но и соотношения между температурами Нееля и Дебая. К числу найденных в настоящей работе особенностей спектра объемных магнонов, индуцированных гибридизацией магнитоэлектрического и неоднородного обменного взаимодействий, относятся

1) возможность формирования с учетом неоднородного обменного взаимодействия дополнительных (по сравнению с безобменным приближением) точек дисперсионной кривой $\Omega_\nu(k_\perp)$ с $\partial\Omega_\nu / \partial k_\perp = 0$ при $k_\perp \neq 0$. Указанные точки могут соответствовать как локальному максимуму, так и локальному минимуму такой дисперсионной кривой;

2) возможность существования при $k_\perp \neq 0$ вследствие гибридизации эластостатического, электростатического и гейзенберговского механизмов спин-спинового взаимодействия точек кроссовера диперсионных кривых, соответствующих модам с номерами ν и ρ в спектре объемных нормальных колебаний $\Omega_\nu(k_\perp)$, тонкой магнитоэлектрической пленки;

3) наличие взаимного соответствия между локальной геометрией поверхности рефракции нормальных спин-волновых колебаний неограниченного кристалла и структурой спектра этого типа волноводных колебаний в тонкой пленке из того же материала. Указанная корреляция между формой поверхности рефракции нормальной волны, структурой спектра волноводных колебаний и их типом (прямая или обратная волна), безусловно, реализуется и для других типов нормальных колебаний неограниченного кристалла (фононов, экситонов и т.д.).

Существование в законе дисперсии нормальных колебаний $\Omega_\nu(k_\perp)$ точек, в которых одна или несколько компонент групповой скорости $(\partial\Omega_\nu / \partial k_\perp)$ равны нулю, приводит, как известно, к формированию особенностей в плотности состояний соответствующего типа квазичастиц (в данном случае магнонов). Такие точки называются критическими, и с ними связано наличие особенностей термодинамических, кинетических и оптических свойств кристалла. Возникновение критических точек обусловливается симметрийными свойствами кристалла (симметричные критические точки) [8]. Кроме того, могут существовать также и критические точки, наличие которых никак не зависит от симметрии кристалла. Они называются динамическими критическими точками [8]. Анализ условий существования критических точек в магнонном спектре исследовался в работах [9,10], но до сих пор он проводился только для модели неограниченного кристалла. Нами впервые показано, что последовательный учет влияния нелокальных взаимодействий на спиновую динамику ограниченного магнетика позволяет определять механизмы формирования и условия существования в магнонном спектре антиферромагнетика с центром антисимметрии целого ряда новых динамических критических точек, отсутствующих в модели неограниченного кристалла.

Необходимо отметить, что, хотя в настоящей работе расчет выполнялся для конкретного вида обменных и упругих граничных условий, область применимости полученных результатов, на самом деле, является более широкой, поскольку, согласно [11], характер спектра объемных колебаний, неоднородных по толщине образца, слабо чувствителен к типу граничных условий. Анализ показывает, что для мод с $\nu \geq 1$ изменение типа обменных и упругих граничных условий не окажет существенного влияния на характер обнаруженных аномалий спектра нормальных объемных колебаний в тонкой магнитоэлектрической пленке. Исключением могут быть условия существования точек кроссовера для дисперсионных кривых, рассчитанных на основе граничных условий (1.11), (1.14), (1.15).

1. С. В. Тарасенко, *ФНТ* **27**, 000 (2000).
2. Ю. И. Сиротин, М. П. Шаскольская, *Основы кристаллофизики*, Наука, Москва (1979).
3. Б. А. Калиникос, *Изв. вузов. Физика* **24**, 42 (1981).
4. B. A. Kalinikos and A. N. Slavin, *J. Appl. Phys.* **C19**, 7013 (1986).
5. Е. А. Туров, В. Г. Шавров, *УФН* **130**, 429 (1983).
6. В. Г. Барьяхтар, В. В. Тарасенко, *ФТТ* **22**, 431 (1980).
7. Ю. В. Гуляев, И. Е. Дикштейн, В. Г. Шавров, *УФН* **167**, 735 (1997).
8. Дж. Бирман, *Пространственная симметрия и оптические свойства твердых тел*, Мир, Москва (1978), т. 1.
9. В. Г. Барьяхтар, А. Г. Квирикадзе, В. А. Попов, *ЖЭТФ* **59**, 898 (1970).
10. В. В. Еременко, С. А. Звягин, Ю. Г. Пашкевич, В. В. Пишко, В. Л. Соболев, С. А. Федоров, *ЖЭТФ* **93**, 2075 (1987).
11. Л. М. Бреховских, *Волны в слоистых средах*, Наука, Москва (1973).

The magnon spectrum anomalies of the finite size antiferromagnet with the antisymmetry center. II. Nonuniform exchange interaction effects

S. V. Tarasenko

Taking into account the electrodipole, magnetoelastic and non-uniform exchange interactions simultaneously, it has been shown that in a thin film of a tetragonal antiferromagnet with the antisymmenty center, anomalies can develop in the spectrum of propagating volume magnons. Such anomalies are absent not only in the infinite-size magnet model, but also in a thin film of a symmetry centered antiferromagnet.