

---

doi: <https://doi.org/10.15407/dopovidi2017.12.023>

УДК 532.546

**В.Л. Поляков**

Институт гидромеханики НАН Украины, Киев

E-mail: polyakov\_igm@list.ru

## **К нелинейной теории газовых скважин**

*Представлено членом-корреспондентом НАН Украины А.Я. Олейником*

*Рассмотрено действие одиночной газовой скважины в напорном пласте с учетом сжимаемости породы и флюида. Сформулирована и решена аналитическими методами математическая задача откачки флюида с постоянным расходом в нелинейной и линейной постановках для двух стадий фильтрационного процесса. На многочисленных примерах выполнены количественный анализ расширения зоны возмущения, снижения забойного давления, оценка погрешностей при различных приемах линеаризации исходной нелинейной задачи.*

**Ключевые слова:** скважина, флюид, давление, расход, сжимаемость, зона возмущения, область фильтрации.

Характерным для глубоко залегающих насыщенных флюидом горизонтов является высокое давление, а добывающие скважины обуславливают его изменения внутри и на границах продуктивного пласта в значительных пределах. Естественно, что плотность флюида  $\rho$  здесь в сравнении с нормальными (атмосферными) условиями существенно возрастает, а кроме того, возможно проявление новых эффектов как, например, сверхсжимаемость [1]. При фильтрации газов в подобных случаях важную роль имеет их сжимаемость, так что плотность флюида в пласте, на забое скважины и при атмосферном давлении может различаться на два порядка и более [2–5]. Ниже зависимость  $\rho$  от  $p$  сначала принимается в следующем обобщенном виде:

$$\rho = \rho_0 f_\rho(p), \quad (1)$$

где  $\rho_0$  — стандартное значение плотности. Слабее, но тем не менее весьма значимо для фильтрационного процесса влияние давления на вязкость газа. Для динамической вязкости газа также принимается обобщенное выражение

$$\mu = \mu_0 f_\mu(p). \quad (2)$$

Кроме того, отчетливо прослеживается тесная связь поля давлений с фильтрационными свойствами породы пласта, что отражено в таких общих зависимостях проницаемости  $k_p$  и

пористости  $n$  от давления:

$$k_p = k_{p0} f_k(p), \quad (3)$$

$$n = n_0 f_n(p), \quad (4)$$

где  $k_{p0}, n_0$  — стандартные значения соответствующих характеристик.

В основе принятой нестационарной модели нелинейной напорной осесимметричной фильтрации лежат уравнение неразрывности и обобщенный благодаря формальному учету связи проницаемости породы  $k_p$ , динамической вязкости флюида  $\mu$  с внутрислоевым давлением  $p$  закон Дарси (нелинейный закон фильтрации). Из них вытекает уравнение фильтрации сжимаемого флюида в сжимаемой пористой среде общего вида [6]

$$\frac{\partial}{\partial r} \left[ r \rho(p) \frac{k_p(p)}{\mu(p)} \frac{\partial p}{\partial r} \right] = r \frac{\partial}{\partial t} [n(p) \rho(p)]. \quad (5)$$

Уравнение (5) дополняется оператором граничных и начальных условий при формулировке которых учитываются особенности и действия скважины, и исходного состояния пласта. Логично полагать, что ее влияние должно локализовываться в некоторой части пласта вокруг источника возмущения (скважины). Со временем подобная зона возмущения будет расширяться, так что ее радиус  $R$  окажется возрастающей функцией от  $t$ . И первоочередной целью математического моделирования фильтрационного процесса на фоне скважины становится как раз нахождение зависимости  $R(t)$ . Поэтому принимаются пара условий на внешней границе зоны возмущения

$$r = R, \quad p = p_\infty; \quad \frac{\partial p}{\partial r} = 0, \quad (6)$$

а также следующие начальные условия:

$$t = 0, \quad p = p_\infty; \quad R = r_W, \quad (7)$$

где  $p_\infty$  — давление в невозмущенной части пласта;  $r_W$  — радиус скважины. Внешнюю поверхность указанной зоны оправдано трактовать как фронт возмущения, который перемещается в безграничном пласте удаляясь от скважины сколь угодно долго. На практике скважина часто оказывается окруженной непроницаемыми границами естественного или искусственного происхождения и тогда запасы флюида в области фильтрации будут значительно ограниченными [7, 8]. При математическом моделировании с использованием аналитических методов реальная область фильтрации обычно заменяется цилиндрической с таким эффективным радиусом, что фактическая и условно введенная области будут равновеликими. Особенности длительного развития фильтрационного процесса в реальных условиях удастся разумно учесть в исходных моделях, выделив в нем две характерные стадии. Ниже они детально изучаются для основного режима откачки, когда флюид отбирается скважиной с постоянным массовым расходом  $q_m$ . Тогда соответствующее граничное условие принимает такой вид:

$$r = r_W, \quad 2\pi r_W k M \frac{\partial h}{\partial r} = 2\pi r_W \frac{k_p M}{\mu} \frac{\partial p}{\partial r} = q_m, \quad (8)$$

где  $k$  – текущий коэффициент фильтрации пласта;  $M$  – его мощность. Учитывая уравнения состояния флюида и породы (1)–(4), а также (5), исходная задача, прежде всего, включает следующие уравнение фильтрации и условие на забое скважины:

$$\frac{k_{p_0}}{n_0 \mu_0} \frac{\partial}{\partial r} \left[ r \frac{\partial F(p)}{\partial r} \right] = r \frac{\partial}{\partial t} [f_n(p) f_p(p)], \quad (9)$$

$$r = r_W, \quad 2\pi r_W M \frac{k_{p_0} \rho_0}{\mu_0} \frac{\partial F}{\partial r} = q_m, \quad (10)$$

где  $F(p) = \int \frac{f_k(p) f_p(p)}{f_\mu(p)} dp$  – аналог функции Лейбензона [9]. Далее последовательно рассматриваются две стадии фильтрационного процесса.

На первой стадии граничные и начальные условия (6), (7) остаются без изменений. Для упрощения расчетных формализмов и обобщения теоретического анализа вводятся безразмерные переменные и параметры:  $\bar{p}_{1,2} = p_{1,2}/p_\infty$ ,  $\bar{r} = r/r_W$ ,  $\bar{t} = k_{p_0} p_\infty t / (n_0 \mu_0 r_W^2)$ ,  $\bar{q}_m = \mu_0 q_m / (2\pi M k_{p_0} \rho_0 p_\infty)$ ,  $\bar{p}_0 = p_0/p_\infty$ ,  $\bar{R} = R/r_W$ . Окончательно постановка вышеупомянутой задачи для первой стадии имеет вид

$$\frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[ \bar{r} \frac{\partial F(\bar{p}_1)}{\partial \bar{r}} \right] = \bar{r} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} [f_n(\bar{p}_1) \cdot f_p(\bar{p}_1)]; \quad (11)$$

$$\bar{r} = 1, \quad \frac{\partial F(\bar{p}_1)}{\partial \bar{r}} = \bar{q}_m; \quad (12)$$

$$\bar{r} = \bar{R}(\bar{t}), \quad \bar{p}_1 = 1; \quad \frac{\partial \bar{p}_1}{\partial \bar{r}} = 0; \quad (13)$$

$$\bar{t} = 0, \quad \bar{p}_1 = 1; \quad \bar{R} = 1. \quad (14)$$

Предварительно правая часть уравнения (11) осредняется по радиусу в пределах зоны возмущения. Формально она заменяется специальной функцией

$$G_1(\bar{t}) = \frac{1}{\bar{R}(\bar{t}) - 1} \int_1^{\bar{R}(\bar{t})} \bar{r} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} [f_n(\bar{p}_1) \cdot f_p(\bar{p}_1)] d\bar{r} \quad (15)$$

и затем уравнение (11) дважды интегрируется с использованием условий (13). В итоге находим

$$F(\bar{p}_1) = F(1) + \bar{q}_m \chi_1(\bar{r}, \bar{R}), \quad (16)$$

где  $\chi_1(\bar{r}, R) = \frac{\bar{r} - \bar{R} - \bar{R} \ln \frac{\bar{r}}{\bar{R}}}{1 - \bar{R}}$ . Кстати, эффективность такого упрощения нестационарных фильтрационных задач для потоков разной конфигурации показана, например, в [10].

Вывести пригодные для приложений расчетные формализмы удастся лишь разрешив функцию  $F(\bar{p}_1)$  относительно искомого  $\bar{p}_1$  т. е. установив обратную функцию  $F^{-1}(\bar{p}_1)$ , так что

$$\bar{p}_1(\bar{r}, \bar{R}) = F^{-1}\{F(1) + \bar{q}_m \chi_1(\bar{r}, R)\}. \quad (17)$$

Ниже будут рассмотрены два характерных примера  $F, F^{-1}$ .

Подынтегральное выражение в (15) трансформируется следующим образом:

$$\frac{\partial}{\partial \bar{t}} [f_n(\bar{p}_1) \cdot f_p(\bar{p}_1)] = \Psi(\bar{r}, \bar{R}) \frac{d\bar{R}}{d\bar{t}}, \quad (18)$$

где  $\Psi(\bar{r}, \bar{R}) = [f'_n(\bar{p}_1(\bar{r}, \bar{R})) \cdot f_p(\bar{p}_1(\bar{r}, \bar{R})) + f_n(\bar{p}_1(\bar{r}, \bar{R})) \cdot f'_p(\bar{p}_1(\bar{r}, \bar{R}))] \frac{\partial p_1}{\partial R}(\bar{r}, \bar{R})$ , символ “штрих” означает дифференцирование по  $\bar{p}$ . С использованием (12), (15), (18) составляется уравнение относительно  $R$

$$\int_1^{\bar{R}} \bar{r} \Psi(\bar{r}, \bar{R}) d\bar{r} \frac{d\bar{R}}{d\bar{t}} = -\bar{q}_m. \quad (19)$$

Решение (19) при втором условии (13) имеет вид

$$\bar{t} = -\frac{1}{\bar{q}_m} \int_1^{\bar{R}} \int_1^{\xi} \bar{r} \Psi(\bar{r}, \xi) d\bar{r} d\xi. \quad (20)$$

Итак, перемещение фронта возмущения со временем в общем виде описывается зависимостью  $\bar{t}(\bar{R})$  (20), которая позволяет затем находить распределение относительного давления в зоне на любой момент времени согласно (17). В частности, снижение относительного забойного давления  $\bar{p}_W$  в ходе откачки флюида совершенной в гидродинамическом и конструктивном отношении скважиной предлагается определять по формуле

$$\bar{p}_W(\bar{R}) = F^{-1} \left\{ F(1) + \bar{q}_m \frac{\bar{R} \ln \bar{R} + \bar{R} - 1}{\bar{R} - 1} \right\}. \quad (21)$$

Одной из возможных форм аппроксимационных функций  $f_k(\bar{p}), f_n(\bar{p}), f_\mu(\bar{p})$  является экспоненциальная [11], так что можно полагать

$$f_k(\bar{p}) = e^{a_k(\bar{p}-\bar{p}_0)}, \quad f_n(\bar{p}) = e^{a_n(\bar{p}-\bar{p}_0)}, \quad f_\mu(\bar{p}) = e^{a_\mu(\bar{p}-\bar{p}_0)}, \quad (22)$$

где  $p_0$  — некоторое опорное значение давления из его рабочего диапазона. Если внутрипластовое давление под действием скважины при откачках, тестовых испытаниях отклоняется от значения  $p_0$  незначительно, то для оценочных расчетов допустимо зависимость  $p$  от  $\bar{p}$  также представить в экспоненциальной форме, т.е.

$$f_p(\bar{p}) = e^{a_p(\bar{p}-\bar{p}_0)} \quad (23)$$

добиваясь подбором коэффициента  $a_p$  удовлетворительного соответствия (23) опытными данным по  $p$  и  $\bar{p}$ . В этом случае, прежде всего

$$F(\bar{p}_1) = \frac{e^{(a_p+a_k-a_\mu)(\bar{p}_1-\bar{p}_0)}}{a_p+a_k-a_\mu}. \quad (24)$$

Расширение зоны возмущения будет происходить в соответствии с (20), где

$$\psi(\bar{r}, \bar{R}) = \bar{q}_m (a_p + a_n)(a_p + a_k - a_\mu)^{\frac{a_\mu}{(a_p + a_k - a_\mu)}} \chi'_{1R}(\bar{r}, \bar{R}) [F(1) + \bar{q}_m \chi_1(\bar{r}, \bar{R})]^{a_p + a_k - a_\mu} \quad (25)$$

и  $\chi'_{1R}(\bar{r}, \bar{R}) = \frac{\bar{r} - \bar{R} - \ln \bar{r} / \bar{R}}{(\bar{R} - 1)^2}$ . Профили же относительного давления в пределах зоны возмущения выразятся зависимостью

$$\bar{p}_1(\bar{r}, \bar{R}) = \bar{p}_0 + \frac{\ln\{(a_p + a_k - a_\mu)[F(1) + \bar{q}_m \chi_1(\bar{r}, \bar{R})]\}}{a_p + a_k - a_\mu}. \quad (26)$$

Более близкий к реальности вариант комплекта функций состояния флюида и породы имеет вид [12, 13]

$$f_p(\bar{p}) = 1 + b_p(\bar{p} - \bar{p}_0), \quad f_\mu(\bar{p}) = \frac{1}{1 - b_\mu(\bar{p} - \bar{p}_0)}, \quad f_{k,n}(\bar{p}) = 1 + b_{k,n}(\bar{p} - \bar{p}_0); \quad b_{p,\mu,k,n} \geq 0. \quad (27)$$

Тогда принимая во внимание (27), получаем

$$F(\bar{p}_1) = -\frac{1}{4} b_p b_\mu b_k (\bar{p}_1 - \bar{p}_0)^4 + \frac{1}{3} (b_p b_k - b_p b_\mu - b_k b_\mu) (\bar{p}_1 - \bar{p}_0)^3 + \frac{1}{2} (b_p + b_k - b_\mu) (\bar{p}_1 - \bar{p}_0)^2 + p_1. \quad (28)$$

Теперь представление для  $\bar{p}_1$  (или  $\bar{p}_1 - \bar{p}_0$ ) удастся определить, используя известные способы решения алгебраических уравнений четвертой степени (Феррари, Декарта–Эйлера) [14].

На второй стадии существенное влияние на фильтрационный процесс оказывает внешняя граница ( $r = R_*$ ). При этом вносимые в пласт скважиной возмущения будут теперь сразу распространяться на всю область движения. Поэтому при постановке соответствующей математической задачи относительно давления  $p_2$ , во-первых, отпадает необходимость в использовании первого из условий (13) и определении радиуса  $R$ . Во-вторых, начальным для второй стадии является нетривиальное распределение давления в пределах от  $r_W$  до  $R_*$ . Отвечающая ему величина  $\bar{p}_2^0$  совпадает с функцией относительного давления в конце первой стадии и поэтому является переменной. Итак, согласно (17)

$$\bar{t} = 0, \quad \bar{p}_2 = \bar{p}_2^0(\bar{r}) = F^{-1}\{F(1) + \bar{q}_m \chi_1(\bar{r}, \bar{R}_*)\}, \quad (29)$$

а полная постановка задачи на второй стадии кроме (29) также включает уравнение (11), условие (12) и

$$\bar{r} = \bar{R}_*, \quad \frac{\partial \bar{p}_2}{\partial \bar{r}} = 0. \quad (30)$$

При решении задачи (11), (12), также (29), (30) в первую очередь по аналогии с (15) вводится вспомогательная функция. В результате двойного интегрирования упрощенного таким образом уравнения (11) с учетом условий (12), (30) получено

$$F(\bar{p}_2) = \bar{q}_m \frac{\bar{R}_* \ln \bar{r} - \bar{r}}{\bar{R}_* - 1} + \Omega(\bar{t}). \quad (31)$$

Для вывода уравнения относительно неизвестной функции  $\Omega(\bar{t})$  привлекается уравнение неразрывности в безразмерной форме, а именно,

$$\frac{\partial}{\partial \bar{r}} \left[ \bar{r} \frac{\partial F(\bar{p}_2)}{\partial \bar{r}} \right] + \bar{r} \frac{\partial}{\partial \bar{t}} [f_n(\bar{p}_2) \cdot f_p(\bar{p}_2)] = 0. \quad (32)$$

Затем обе части уравнения (32) последовательно интегрируются по расчетному периоду (от 0 до  $\bar{t}$ ) и по области движения (от 1 до  $\bar{R}_*$ ), так что в итоге для искомой  $\Omega(\bar{t})$  выведено уравнение

$$\int_1^{\bar{R}_*} \bar{r} [f_n(\bar{p}_2(\bar{r}, \Omega)) \cdot f_p(\bar{p}_2(\bar{r}, \Omega)) - f_n(\bar{p}_2^0(\bar{r}, )) \cdot f_p(\bar{p}_2^0(\bar{r}, ))] d\bar{r} = \bar{q}_m \bar{t}. \quad (33)$$

Начальное значение  $\Omega_0 = \Omega(0)$  определяется из равенства значений функции  $F(\bar{p}_2)$  в конце первой (29) и начале второй (31) стадий и будет

$$\Omega_0 = F(1) - \bar{q}_m \bar{R}_* \frac{\ln \bar{R}_* - 1}{\bar{R}_* - 1}. \quad (34)$$

Таким образом, на заданный момент времени отвечающее ему значение  $\Omega$  находится простым подбором из уравнения (20).

Если для функций  $f_{p, \mu, k, n}(\bar{p}_2)$  справедливы представления в экспоненциальной форме (22), (23), то уравнение (33) упрощается к виду

$$\int_1^{\bar{R}_*} \bar{r} \left[ \bar{q}_m \frac{\bar{R}_* \ln \bar{r} - \bar{r}}{\bar{R}_* - 1} + \Omega \right]^{a_p + a_k - a_\mu} d\bar{r} = \bar{q}_m \bar{t} + \int_1^{\bar{R}_*} \bar{r} \left[ F(1) + \bar{q}_m \chi_1(\bar{r}, \bar{R}_*) \right]^{a_p + a_k - a_\mu} d\bar{r}. \quad (35)$$

Наконец, снижение относительного давления в пласте цилиндрической формы со временем предлагается рассчитывать по формуле

$$\bar{p}_2(\bar{r}, \bar{t}) = \bar{p}_0 + \frac{1}{a_p + a_k - a_\mu} \ln \left\{ (a_p + a_k - a_\mu) \left[ \bar{q}_m \frac{\bar{R}_* \ln \bar{r} - \bar{r}}{\bar{R}_* - 1} + \Omega(\bar{t}) \right] \right\}. \quad (36)$$

Для оценки погрешностей, которые вносятся в вычисления за счет линеаризации фильтрационной модели, получено решение исходной задачи, упрощенной путем усреднения текущего давления.

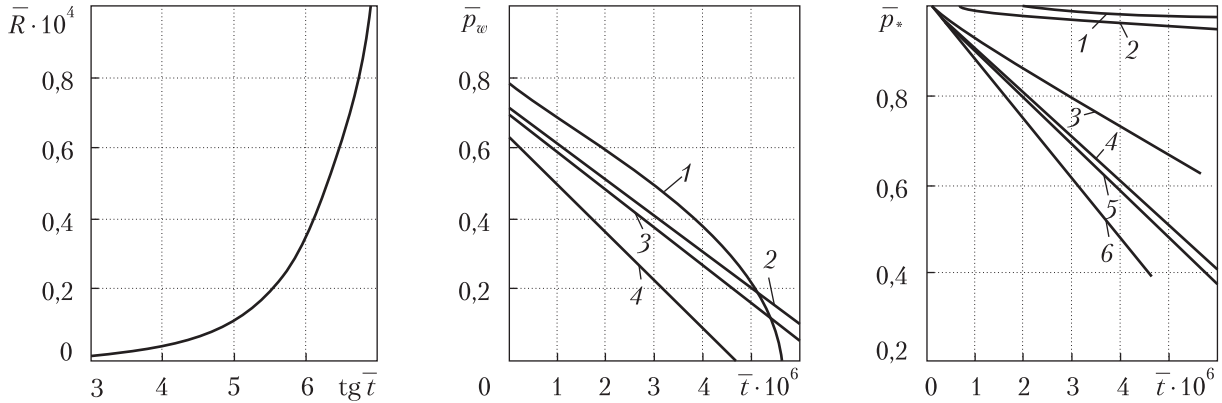
Для первой стадии ( $\bar{t} \leq \bar{t}_*$ ) выведены следующие расчетные зависимости:

$$\bar{t}(\bar{R}) = \frac{\Phi_c}{12} \left( \bar{R}^2 + \bar{R} + 4 - \frac{6\bar{R}}{\bar{R} - 1} \ln \bar{R} \right), \quad (37)$$

$$\bar{p}_1(\bar{r}, \bar{R}) = 1 - \theta \bar{q}_m \chi_1(\bar{r}, \bar{R}), \quad (38)$$

$$\bar{p}_{1c\infty}(\bar{R}_s) = \theta b_p \bar{q}_m \frac{6\bar{R}_s \ln \bar{R}_s - \bar{R}_s^3 - 3\bar{R}_s + 4}{12(\bar{R}_s - 1)}, \quad (39)$$

где  $p_{1c\infty}$  — отметка относительного стабилизированного после остановки скважины давления;  $\bar{R}_s$  — относительный радиус зоны возмущения на момент остановки скважины.



**Рис. 1.** Кривая расширения зоны возмущения

**Рис. 2.** Снижение относительного забойного давления со временем: 1 – нелинейное; 2–4 – линейное; 2 –  $\bar{p}_{c2}$ ; 3 –  $\bar{p}_{c1}$ ; 4 –  $\bar{p}_{c3}$

**Рис. 3.** Снижение относительного давления на внешней границе области фильтрации со временем: 1–3 – нелинейное; 4–6 – линейное; 1 –  $\bar{R}_* = 5000$ ; 2 –  $\bar{R}_* = 3000$ ; 3–6 –  $\bar{R}_* = 1000$ ; 1–3 – нелинейное, 4–6 – линейное; 4 –  $\bar{p}_{c2}$ ; 5 –  $\bar{p}_{c1}$ ; 6 –  $\bar{p}_{c3}$

Для второй стадии ( $\bar{t} > \bar{t}_*$ ), если время отсчитывается от начала первой, получено

$$\bar{p}_2(\bar{r}, \bar{R}) = 1 - \theta \bar{q}_m \chi_1(\bar{r}, \bar{R}_*) - \frac{2\theta \bar{q}_m (\bar{t} - \bar{t}_*)}{\bar{R}_*^2 - 1}, \quad (40)$$

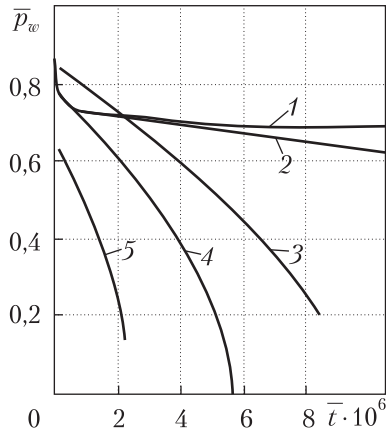
где относительное время окончания первой стадии вычисляется по формуле (37) при  $\bar{R} = \bar{R}_*$ .

Количественный анализ выполнялся на ряде характерных примеров. Предметом расчетов стали относительные величины – радиус зоны возмущения (первая стадия фильтрационного процесса), забойное давление (первая и вторая стадии), давление на непроницаемой внешней границе области фильтрации (вторая стадия). В примерах варьировались коэффициент сжимаемости  $b_p$  с дискретом 50 и радиус указанной области с дискретом 1000.

Перемещение фронта возмущения  $\bar{R}(\bar{t})$  при  $b_p = 150$ ,  $\bar{q}_m = 5$  описывается кривой на рис.1. Ее оправдано трактовать как универсальную, поскольку чувствительность величины  $R$  по отношению к упомянутым модельным параметрам оказалась очень низкой. Вычисления, проведенные при  $\bar{q}_m = 1$ ,  $b_p = 100$  и 200, показали, что соответствующие заметно отличающимся значениям параметров кривые практически сливаются с кривой, изображенной на рис. 1.

Нелинейное и линейное решения получены единым образом, а поэтому их сопоставление корректно и дает возможность достоверно оценивать ошибки вследствие линеаризации исходной задачи. При выполнении этого приема среднее значение давления  $\bar{p}_c$  выбиралось тремя способами. Наиболее обоснованным с формальной точки зрения выглядит значение  $\bar{p}_{c1}$ , определяемое осреднением текущего давления и по расчетному периоду  $[0, \bar{t}_e]$ , и по области фильтрации  $[1, \bar{R}_*]$ . Таким образом,

$$\bar{p}_{c1} = \frac{2}{\bar{t}_e (\bar{R}_*^2 - 1)} \int_1^{\bar{R}_*} \int_0^{\bar{t}_e} \bar{r} \bar{p}(\bar{r}, \bar{t}) d\bar{t} d\bar{r} = 1 - \frac{2\bar{q}_m \bar{t}_e}{b_p (\bar{R}_* - 1)}. \quad (41)$$



**Рис. 4.** Снижение относительного забойного давления со временем: 1 –  $\bar{R}_* = 5000$ ; 2 –  $\bar{R}_* = 3000$ ; 3–5 –  $\bar{R}_* = 1000$ ; 1, 2, 4 –  $b_p = 150$ ; 3 –  $b_p = 200$ ; 5 –  $b_p = 100$

Более грубо находится  $\bar{p}_c$  как среднее четырех характерных значений  $\bar{p}$ , а именно, в начале и конце расчетного периода на обеих границах области фильтрации. Тогда

$$\bar{p}_{c2} = \frac{1}{4} [\bar{p}(1, 0) + \bar{p}(1, \bar{t}_e) + \bar{p}(\bar{R}_*, 0) + \bar{p}(\bar{R}_*, \bar{t}_e)]. \quad (42)$$

Наконец, еще одно значение  $\bar{p}_c$  вычислялось просто как полусумма максимального и минимального значений  $\bar{p}$  за тот же период. В итоге при  $b_p = 150$ ,  $\bar{q}_m = 5$ ,  $\bar{R}_* = 1000$  и относительном времени  $\bar{t}_e$  снижения забойного давления до нуля предварительно вычислены:  $\bar{p}_{c1} = 0,624$ ,  $\bar{p}_{c2} = 0,657$ ,  $\bar{p}_{c3} = 0,5$ .

Результаты расчетов давления по полученным выше формулам при разных значениях  $\bar{p}_c$  представлены на рис. 2 (кривые 2–4), а на внешней границе – на рис. 3 (кривые 4–6). Эталонными для них являются кривые 1 (рис. 2) и 3 (рис. 3). Кривые 3, 6 на рис. 3 обрываются в моменты времени,

когда забойное давление снижается до нуля и последующие вычисления лишены практического смысла. Соответствующие значения  $\bar{t}$  равны исходя из нелинейного решения  $5,644 \cdot 10^6$ , исходя из линейного – при  $\bar{p}_{c1} 6,542 \cdot 10^6$ , при  $\bar{p}_{c2} 7,074 \cdot 10^6$ , при  $\bar{p}_{c3} 4,679 \cdot 10^6$ . Отсюда видно, что способ выбора  $\bar{p}_c$  может серьезно сказаться на точности вычислений. Конечно, на практике рабочий диапазон для внутрипластового давления хотя и сопоставим с характерными давлениями, в частности, невозмущенным давлением, тем не менее часто бывает заметно меньше  $p_\infty$ . Тогда ошибки за счет линеаризации фильтрационной модели будут меньшими, а упрощенные зависимости могут оказаться пригодными для ориентировочных расчетов, давая в целом правильную фильтрационную картину в газоносном пласте.

Размеры области фильтрации наряду с плотностью газа определяют его запасы, а вместе с тем и темп снижения давления в процессе откачки. В примерах выбраны три значения  $\bar{R}_*$ , которые примерно отвечают значениям  $R_*$  – 100, 300, 500 м. Однако на первой стадии и в начале второй эти различия слабо отражаются на динамике давления забойного и на внешней границе ( $p_*$ ), о чем свидетельствуют рис. 3 и 4 и особенности в поведении кривых 1, 2 и 3 на них.

Таким образом сильное влияние запасов газа имеет место только при развитии фильтрационного процесса на второй стадии, когда они истощаются и, как следствие, происходит ускоренное снижение забойного давления (кривая 1 на рис. 4). Вместе с тем значимой для барического режима является сжимаемость флюида, характеризуемая коэффициентом  $b_p$ . На рис. 4 также изображены графики зависимости  $\bar{p}_w(\bar{t})$  при  $\bar{R}_* = 1000$  для двух других значений  $b_p$ . Естественно, что большее значение  $b_p$  (200) означает изначально большее содержание флюида в области. В результате давление в нем и на забое будет снижаться явно медленнее (кривая 3).

В целом представленные выше обобщенное решение существенно нелинейной задачи газовой скважины способно обеспечить надежный прогноз изменения во времени забойного и внутрипластового давления при откачках постоянным расходом с учетом упругих свойств



как пористого коллектора, так и содержащегося в нем флюида и послужить основой для принятия рациональных инженерных решений.

#### ЦИТИРОВАННАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Семенякин В.С., Калинин А.Е. Коэффициент сверхсжимаемости пластовой смеси газов и методы его определения. *Вестн. Астрах. гос. техн. ун-та*. 2008. № 6. С.124–129.
2. Развитие исследований по теории фильтрации в СССР (1917–1967). Москва: Наука, 1969. 545 с.
3. Шагиев Р.Г. Исследование скважин по КВД. Москва: Наука, 1998. 257 с.
4. Эрлангер Р. Испытание скважин: достижения. Москва-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004. 467 с.
5. Clarkson C.R. Production data analysis of unconventional gas wells. Review of theory and best practices. *Int. J. Coal Geology*. 2013. **109-110**. P.101–146.
6. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Теория нестационарной фильтрации жидкости и газа. Москва: Недра, 1972. 288 с.
7. Бузинов С.Н., Умрихин И.Д. Исследование нефтяных и газовых скважин пластов. Москва: Недра, 1984. 269 с.
8. Олейник А.Я. Фильтрационные расчеты вертикального дренажа. Киев: Наук. думка, 1978. 202 с.
9. Чарный И.А. Подземная гидрогазодинамика. Москва: Гостоптехиздат, 1963. 396 с.
10. Поляков В.Л. Фильтрационные деформации в дренируемых грунтах: теория и приложения. Киев: Аграр Медиа Групп, 2014. 382 с.
11. Николаевский В.Н. Механика пористых и трещиноватых сред. Москва: Недра, 1984. 232 с.
12. Васильев С.В., Веригин Н.В., Глейзер Б.А. и др. Методы фильтрационных расчетов гидромелиоративных систем. Москва: Колос, 1970. 440 с.
13. Полубаринова-Кочина П.Я. Теория движения грунтовых вод. Москва: Наука, 1977. 664 с.
14. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Москва: Наука, 1968. 720 с.

Поступило в редакцию 14.07.2017

#### REFERENCES

1. Semenyakin, V. S. & Kalinin, A. E. (2008). Coefficient of gas mixture overcompressibility and the determination methods. *Bulletin of Astrakhan state tech. university*. No. 6, pp. 124-129 (in Russian).
2. Development of investigations on groundwater flow theory in USSR (1917-1967). (1969). Moscow: Nauka (in Russian).
3. Shagiev, R. G. (1988). Wells investigation by PCC (pressure recover curve). Moscow: Nauka (in Russian).
4. Erlanger, R. (2004). Wells test: achievements. Moscow-Izhevsk: Institute of Computer Research (in Russian).
5. Clarkson, C. R. (2013). Production data analysis of unconventional gas wells. Review of theory and best practices. *Int. J. Coal Geology*, 109-110, pp. 101-146.
6. Barenblatt, G. J., Entov, V. M. & Ryznik, V. M. (1972). Theory of non-steady gas and liquid groundwater flow. Moscow: Nedra (in Russian).
7. Buzinov, S. N., Umrihin, I. D. (1984). Investigation of oil and gas wells. Moscow: Nedra (in Russian).
8. Oleynik, A. Ya. (1978). Calculations of groundwater flow to vertical drainage. Kiev: Naukova Dumka (in Russian).
9. Charnyi, I. A. (1963). Underground hydrogasdynamics. Moscow: Gostoptekhizdat (in Russian).
10. Polyakov, V. L. (2014). Hydrodynamic deformations in the drained soils: theory and applications. Kiev: Agrar Media Group (in Russian).
11. Nicolaeskii, V. N. (1984). Mechanics of porous and fractured media. Moscow: Nedra (in Russian).
12. Vasilev, S. V., Verigin, N. N. & Gleyzer, B. A. (1970). Methods of calculating hydro-melioration systems. Moscow: Kolos (in Russian).
13. Polubarinova-Kochina, P. Ya. (1977). Theory of groundwater flow. Moscow: Nauka (in Russian).
14. Korn, G. & Korn, T. (1968). Mathematical handbook for scientists and engineers. Moscow: Nauka (in Russian).

Received 14.07.2017

*В.Л. Поляков*

Інститут гідромеханіки НАН України, Київ

E-mail: polyakov\_igm@list.ru

#### ДО НЕЛІНІЙНОЇ ТЕОРІЇ ГАЗОВИХ СКВАЖИН

Розглянуто дію одиночної газової свердловини в напорному пласті з урахуванням стисливості породи і флюїда. Сформульовано і розв'язано аналітичними методами математичну задачу відкачки флюїда з постійною витратою в нелінійній і лінійній постановках для двох стадій фільтраційного процесу. На багаточисленних прикладах виконано кількісний аналіз розширення зони збурення, зниження забойного тиску, оцінку похибок при різних прийомах лінеаризації вихідної нелінійної задачі.

**Ключові слова:** *свердловина, флюїд, тиск, витрата, стисливість, зона збурення, область фільтрації.*

*V.L. Polyakov*

Institute of Hydromechanics of the NAS of Ukraine, Kiev

E-mail: polyakov\_igm@list.ru

#### ON THE NONLINEAR THEORY OF GAS WELLS

The effect of a single gas well in a head seam is considered in view of a fluid and the rock compressibility. A mathematical task of the fluid pumping with constant discharge is formulated and solved in nonlinear and linear statements by analytical methods for two stages of the underground flow process. On numerous examples, the analysis of the disturbance zone expansion and the bottom pressure decrease is conducted. Errors due to different ways of the nonlinear task linearization are evaluated.

**Keywords:** *well, fluid, pressure, discharge, compressibility, disturbance zone, underground flow field.*