

Влияние эффектов распаривания на зависимость тока от разности фаз в контактах типа SIS при наличии немагнитных примесей произвольной концентрации

О.Ю. Пастух, А.М. Шутовский, В.Е. Сахнюк

*Восточноевропейский национальный университет им. Леси Украинки,
кафедра теоретической и математической физики
пр. Воли, 13, г. Луцк, 43000, Украина
E-mail: pastukh.olexandr@gmail.com*

Статья поступила в редакцию 25 июля 2016 г., опубликована онлайн 25 апреля 2017 г.

Исследованы равновесные токовые состояния в сверхпроводящих контактах типа SIS (S — сверхпроводник, I — диэлектрик) для произвольной прозрачности диэлектрического слоя и при наличии немагнитных примесей произвольной концентрации. Исследования проводились для области температур, близких к критической, поэтому в основе работы используется теория Гинзбурга–Ландау. Расчеты проведены с учетом эффектов распаривания электронов, наличие которых в системе отражает выражение со сверхтекучей скоростью в уравнении Гинзбурга–Ландау. Кроме представленных в работе численных результатов, получена новая аналитическая формула для зависимости тока от разности фаз для произвольных значений коэффициента прохождения электронов и различных длин их свободного пробега. Показано, что аналитический результат хорошо согласуется с численными расчетами.

Досліджено рівноважні струмові стани у надпровідних контактах типу SIS (S — надпровідник I — діелектрик) за довільної прозорості діелектричного прошарку та за наявності немагнітних домішок довільної концентрації. Дослідження проводились для області температур, близьких до критичної, а тому в основі роботи використовується теорія Гінзбурга–Ландау. Розрахунки проведено з урахуванням ефектів розпаровування, наявність яких в системі відображає доданок з надплинною швидкістю в рівнянні Гінзбурга–Ландау. Крім представлених в роботі чисельних результатів, одержано нову аналітичну формулу для залежності струму від різниці фаз для довільних значень коефіцієнта проходження електронів та різних довжин їх вільного пробігу. Показано, що аналітичний результат добре узгоджується з чисельними розрахунками.

PACS: 74.50.+g Туннельные эффекты, эффект Джозефсона.

Ключевые слова: сверхпроводник, SIS-контакт, теория Гинзбурга–Ландау, эффект распаривания, параметр упорядочения.

Введение

Исследование зависимости сверхпроводящего тока от разности фаз параметров упорядочения в контактах разного типа остается актуальным вопросом физики сверхпроводимости и по сегодняшний день. Традиционно, форме ток-фазовой зависимости не уделяли достаточного внимания и принимали ее равной $j \sim \sin \varphi$. Однако детальный анализ сверхпроводящих контактов позволяет учесть ряд явлений, которые непосредственно влияют на зависимость $j(\varphi)$ и приводят к результату, который отличается от традиционного синусои-

дального (см. обзор [1]). При рассмотрении джозефсоновского тока в туннельном SIS-контакте важным вопросом становится учет влияния прозрачности диэлектрического слоя. Оказывается, если коэффициент прозрачности изменяется в широком интервале значений, то величина тока может принимать значения, близкие к термодинамически критическому. Вследствие немалых значений тока возникает так называемый эффект распаривания. То есть после достижения критическим током значений, сопоставимых с током распаривания внутри сверхпроводника, контакт перестает представлять собой слабую связь, что в свою очередь

влияет на ангармоничность $j(\varphi)$. Не менее важным вопросом остается учет наличия в сверхпроводящем контакте немагнитных примесей и их влияния на ток-фазовую зависимость. Впервые численный анализ для SIS-контакта при немалых значениях прозрачности диэлектрического слоя был проведен в [2]. Теоретический анализ проводится с использованием уравнений Узаделя [3], которые являются асимптотической формой уравнений микроскопической теории сверхпроводимости при наличии немагнитных примесей высокой концентрации (предельно грязный контакт). Подобный анализ для широкого класса сверхпроводящих контактов и с использованием различных подходов был выполнен в [4,5]. В работе [6] изучена зависимость тока от разности фаз для контактов типа SFIFS, SNINS и SIS с использованием аналитического метода для решения линеаризованных уравнений Узаделя. Анализ влияния прозрачности диэлектрического слоя на зависимость $j(\varphi)$ был проведен для случая предельно чистого SIS-контакта в [7]. Ангармоничность тока в сверхпроводящих контактах, обусловленная разрушением электронных пар на поверхности раздела, исследована в [8]. В [10] проведено исследование токовых состояний в SNS-контакте при наличии немагнитных примесей произвольной концентрации. Пространственное поведение параметра упорядочения в SIS-контакте для широкого интервала значений коэффициента прохождения электронов и при наличии примесей произвольной концентрации изучено в [11], однако полученные результаты слишком громоздки и сложные для восприятия и анализа.

В данной работе изучены равновесные токовые состояния в сверхпроводящих контактах типа SIS для произвольной прозрачности диэлектрического слоя и при наличии немагнитных примесей произвольной концентрации. Исследования проведены в области температур, близких к критической, поэтому в основе работы лежит теория Гинзбурга–Ландау [9]. Проведен как численный, так и аналитический анализ ток-фазовой зависимости на основе исследования пространственного поведения параметра упорядочения.

Модель и основные уравнения

Рассмотрим два массивных сверхпроводника, разделенных пленкой диэлектрика. Систему координат выберем так, чтобы сверхпроводники занимали область $|z| > 0$, а пленка диэлектрика находилась в плоскости $z = 0$. В теории Гинзбурга–Ландау плотность тока при наличии примесей определяется формулой [9]

$$j(\zeta) = i \frac{7\zeta(3)}{16\pi^2} \frac{en v_0}{p_0 \xi_0 T_c^2} \left(\Delta \frac{d\Delta^*}{d\zeta} - \Delta^* \frac{d\Delta}{d\zeta} \right) \chi \left(\frac{\xi_0}{l} \right), \quad (1)$$

где e — заряд электрона, n — концентрация электронов, v_0 — ферми-скорость, p_0 — ферми-импульс,

$\xi_0 = v_0/2\pi T_c$ — длина когерентности, T_c — критическая температура, $\zeta = z/\xi_0$ — безразмерная переменная. В формуле (1) введено обозначение для суммы

$$\chi \left(\frac{\xi_0}{l} \right) = \frac{8}{7\zeta(3)} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{1}{(2n+1)^2 (2n+1 + \xi_0/l)}, \quad (2)$$

где $l/\xi_0 = \lambda$ — безразмерная длина свободного пробега электронов, которая определяет степень загрязнения сверхпроводников примесями.

Для нахождения тока в контакте исследовано пространственное поведение параметра упорядочения $\Delta(\zeta)$, который, при наличии тока в контакте, представим в форме

$$\Delta(\zeta) = e^{\pm i\varphi/2} \Delta_{\infty} f(\zeta) e^{2im\chi(\zeta)}. \quad (3)$$

Здесь $\Delta_{\infty} = \sqrt{8\pi^2/(7\zeta(3))} T_c \sqrt{1-T/T_c}$ — параметр упорядочения в пространственно однородном случае вблизи критической температуры, φ — скачок фазы при переходе через контакт, $\chi(\zeta)$ — непрерывная составляющая фазы параметра упорядочения, что определяет сверхтекучую скорость v_s через соотношение $d\chi/d\zeta = \xi_0 v_s(\zeta)$.

Вблизи критической температуры параметр упорядочения $\Delta(\zeta)$ удовлетворяет уравнению Гинзбурга–Ландау

$$\frac{\xi^2(T)}{\xi_0^2} \frac{d^2 \Delta(\zeta)}{d\zeta^2} - \frac{1}{\Delta_{\infty}^2} |\Delta(\zeta)|^2 \Delta(\zeta) + \Delta(\zeta) = 0, \quad (4)$$

где $\xi(T) = \xi_0 \left(\frac{7\zeta(3)}{12} \frac{\chi(\xi_0/l)}{1-T/T_c} \right)^{1/2}$ — характерная длина

теории Гинзбурга–Ландау. Однако вблизи IS-границы параметр упорядочения может существенно меняться на расстоянии порядка длины когерентности ξ_0 , которая значительно меньше характерной длины $\xi(T)$ в теории Гинзбурга–Ландау при температурах, близких к критической. Поэтому в этой области уравнение Гинзбурга–Ландау теряет силу [9], вместо этого имеем систему линейных интегральных уравнений [12], которую запишем в безразмерной форме

$$\Delta(\zeta) = \frac{\rho}{2} \sum_n \int_0^1 \frac{dx}{x} \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta' \Delta_n(\zeta') \left\{ \exp \left(-\frac{|2n'+1|}{x} |\zeta - \zeta'| \right) + \text{sign } \zeta \zeta' R(x) \exp \left(-\frac{|2n'+1|}{x} (|\zeta| + |\zeta'|) \right) \right\}, \quad (5)$$

$$\Delta_n(\zeta) = \Delta(\zeta) + \frac{1}{2\lambda} \int_0^1 \frac{dx}{x} \int_{-\infty}^{\infty} d\zeta' \Delta_n(\zeta') \left\{ \exp \left(-\frac{|2n'+1|}{x} |\zeta - \zeta'| \right) + \text{sign } \zeta \zeta' R(x) \exp \left(-\frac{|2n'+1|}{x} (|\zeta| + |\zeta'|) \right) \right\}. \quad (6)$$

В системе (5), (6) $R(x) = 1 - D(x)$, $D(x) = x^2 / (x^2 + \alpha^2)$ — коэффициент отражения и коэффициент прохождения электронов сквозь потенциальный барьер, роль которого играет пленка диэлектрика, $x = \cos \theta$, где θ — угол падения электрона на границу IS, $\alpha^2 = R(1)/D(1)$ — отношение коэффициента отражения к коэффициенту прохождения электронов, которые налетают на границу IS под прямым углом. Число n' удовлетворяет соотношению $|2n' + 1| = |2n + 1| + 1/\lambda$.

Найти точное аналитическое решение системы интегральных уравнений (5) и (6) в общем случае невозможно. Но если $\zeta \rightarrow \pm\infty$, то эта система имеет асимптотически точное решение в виде линейных функций

$$\Delta(\zeta) = \Delta'_+\zeta + \Delta_+, \quad \Delta_n(\zeta) = \left| \frac{2n'+1}{2n+1} \right| (\Delta'_+\zeta + \Delta_+), \quad \zeta \rightarrow +\infty,$$

$$\Delta(\zeta) = \Delta'_-\zeta + \Delta_-, \quad \Delta_n(\zeta) = \left| \frac{2n'+1}{2n+1} \right| (\Delta'_-\zeta + \Delta_-), \quad \zeta \rightarrow -\infty. \quad (7)$$

Перейдем к рассмотрению симметричной и антисимметричной частей параметра упорядочения, для которых на основе (5), (6) получаем

$$\Delta_s(\zeta) = \int_0^\infty d\zeta' \Delta_{n,s}(\zeta') \{K(\zeta - \zeta') + K(\zeta + \zeta')\}, \quad (8)$$

$$\Delta_a(\zeta) = \int_0^\infty d\zeta' \Delta_{n,a}(\zeta') \{K(\zeta - \zeta') + K_D(\zeta + \zeta')\}, \quad (9)$$

$$\Delta_{n,s}(\zeta) = \Delta_s(\zeta) + \int_0^\infty d\zeta' \Delta_{n,s}(\zeta') \{ \tilde{K}(\zeta - \zeta') + \tilde{K}(\zeta + \zeta') \}, \quad (10)$$

$$\Delta_{n,a}(\zeta) = \Delta_a(\zeta) + \int_0^\infty d\zeta' \Delta_{n,a}(\zeta') \{ \tilde{K}(\zeta - \zeta') + \tilde{K}_D(\zeta + \zeta') \}, \quad (11)$$

где

$$K(\zeta) = \frac{\rho}{2} \sum_n \int_0^1 \frac{dx}{x} \exp\left(-\frac{|2n'+1||\zeta|}{x}\right),$$

$$K_D(\zeta) = \frac{\rho}{2} \sum_n \int_0^1 \frac{dx}{x} \tau(x) \exp\left(-\frac{|2n'+1||\zeta|}{x}\right),$$

$$\tilde{K}(\zeta) = \frac{1}{2\lambda} \int_0^1 \frac{dx}{x} \exp\left(-\frac{|2n'+1||\zeta|}{x}\right),$$

$$\tilde{K}_D(\zeta) = \frac{1}{2\lambda} \int_0^1 \frac{dx}{x} \tau(x) \exp\left(-\frac{|2n'+1||\zeta|}{x}\right).$$

В выражения для $K_D(\zeta)$ и $\tilde{K}_D(\zeta)$ введено обозначение $\tau(x) = 2R(x) - 1 = 1 - 2D(x)$.

Точными решениями уравнений (8) и (10) являются постоянные числа

$$\Delta_s = A, \quad \Delta_{n,s} = \left| \frac{2n'+1}{2n+1} \right| A.$$

Точные аналитические решения уравнений (9) и (11) найти невозможно, однако легко убедиться, что асимптотика решений данных уравнений при $\zeta \rightarrow \infty$ является линейной:

$$\Delta_a(\zeta) = C(\zeta + q_\infty),$$

$$\Delta_{n,a}(\zeta) = \left| \frac{2n'+1}{2n+1} \right| C(\zeta + q_\infty), \quad \zeta \rightarrow \infty. \quad (12)$$

Принимая во внимание (7) и (12), связь между коэффициентами асимптотик будет следующей:

$$\Delta'_+ = \Delta'_-,$$

$$\Delta_+ = \Delta_- + 2q_\infty \Delta'_-. \quad (13)$$

Используя в (13) представление (3), получаем граничное условие для функции $f(\zeta)$:

$$\lim_{\zeta \rightarrow 0} \frac{1}{f(\zeta)} \frac{df(\zeta)}{d\zeta} = \frac{\sin^2 \frac{\Phi}{2}}{q_\infty}. \quad (14)$$

Как видим, в граничное условие входит неизвестный постоянный коэффициент q_∞ . Для его отыскания в уравнение (9) и (11) подставим выражения для $\Delta_a(\zeta)$ и $\Delta_{n,a}(\zeta)$ с выделенной асимптотикой:

$$\Delta_a(\zeta) = \zeta + q_\infty + \Psi_a(\zeta),$$

$$\Delta_{n,a}(\zeta) = \left| \frac{2n'+1}{2n+1} \right| (\zeta + q_\infty) + \Psi_{n,a}(\zeta).$$

На функции $\Psi_a(\zeta)$ и $\Psi_{n,a}(\zeta)$ накладываются условия: $\lim_{\zeta \rightarrow \infty} \Psi_a(\zeta) = 0$, $\lim_{\zeta \rightarrow \infty} \Psi_{n,a}(\zeta) = 0$. Тогда, используя так называемый метод квазиортогональности к асимптотике [10], получаем

$$q_\infty = \frac{3\chi_1(\lambda)}{\chi(\lambda)} \int_0^1 x^3 R(x) dx +$$

$$+ \frac{3\chi(\lambda)}{S_2} \left(\int_0^1 x D(x) dx \right)^{-1} \left(\int_0^1 x^2 R(x) dx \right)^2, \quad (15)$$

где

$$\chi(\lambda) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{|2n+1|^2 |2n'+1|},$$

$$\chi_1(\lambda) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{|2n+1|^2 |2n'+1|^2}, \quad S_2 = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \frac{1}{|2n+1|^2}.$$

Найдя граничное условие для параметра упорядочения, можем перейти к отысканию плотности тока. Подставляя (3) в (1) и (4), приходим к следующим соотношениям:

$$j(\zeta) = 2en \left(1 - \frac{T}{T_c}\right) f^2(\zeta) v_s(\zeta) \chi\left(\frac{\xi_0}{l}\right), \quad (16)$$

$$\frac{\xi^2(T)}{\xi_0^2} \frac{d^2 f(\zeta)}{d\zeta^2} - 4m^2 \xi^2(T) v_s^2(\zeta) f(\zeta) + f(\zeta) - f^3(\zeta) = 0, \quad (17)$$

$$f^2(\zeta) v_s(\zeta) = \text{const}. \quad (18)$$

Условие (18) позволяет исключить из уравнения (17) сверхтекучую скорость. Тогда

$$\frac{1}{\tau^2} \frac{d^2 f(\zeta)}{d\zeta^2} - \frac{I^2}{f^3(\zeta)} + f(\zeta) - f^3(\zeta) = 0. \quad (19)$$

В последнем равенстве

$$\tau^2 = \frac{\xi_0^2}{\xi^2(T)} = \frac{12}{7\zeta(3)} \frac{1}{\chi(\xi_0/l)} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right),$$

$I = j/j_0$ — безразмерная плотность тока, где

$$j_0 = \sqrt{\frac{12}{7\zeta(3)}} \frac{env_0}{\rho_0 \xi_0} \sqrt{\chi(\xi_0/l)} \left(1 - \frac{T}{T_c}\right)^{3/2}.$$

В предельном случае $\zeta \rightarrow \infty$ функция $f(\zeta)$ стремится к постоянной, которую обозначим f_∞ , а производная $f'(\zeta)$ будет стремиться к нулю. В результате для безразмерной плотности тока получаем

$$I^2 = f_\infty^4 (1 - f_\infty^2). \quad (20)$$

Тогда, согласно (20), первый интеграл в уравнении (19) запишем в виде

$$\frac{1}{\tau^2} \left(\frac{df(\zeta)}{d\zeta}\right)^2 - \frac{(f_\infty^2 - f^2(\zeta))^2}{f^2(\zeta)} \left(\frac{1}{2} f^2(\zeta) + f_\infty^2 - 1\right) = 0.$$

Поскольку вычисления выполнены в области, где решение для параметра упорядочения является асимптотикой решения уравнения Гинзбурга–Ландау в нуле, принимая во внимание граничное условие (14), перепишем последнее равенство:

$$\frac{\sin^4 \frac{\varphi}{2}}{\tau^2 q_\infty^2} f_+^4 - (f_\infty^2 - f_+^2)^2 \left(\frac{1}{2} f_+^2 + f_\infty^2 - 1\right) = 0, \quad (21)$$

где f_+ — значение функции $f(\zeta)$ при $\zeta \rightarrow 0$, т.е. на границе с диэлектриком. Для нахождения еще одного уравнения для неизвестных функций f_+ и f_∞ вернемся к равенству (1). Плотность тока вычисляем на промежутке $\xi_0 \ll z \ll \xi(T)$. Тогда, подставляя асимптотику (7) в равенство (1), а также используя формулы (13) и представление (3), получаем выражение для безразмерной плотности тока

$$I = \frac{f_+^2}{2\tau q_\infty} \sin \varphi. \quad (22)$$

На основе (20) и (22) запишем уравнение, которое вместе с уравнением (21) образует замкнутую систему уравнений для функций f_+ и f_∞ :

$$\begin{cases} \frac{\sin^4 \frac{\varphi}{2}}{\tau^2 q_\infty^2} f_+^4 - (f_\infty^2 - f_+^2)^2 \left(\frac{1}{2} f_+^2 + f_\infty^2 - 1\right) = 0, \\ f_\infty^4 (1 - f_\infty^2) = \frac{f_+^4}{4\tau^2 q_\infty^2} \sin^2 \varphi. \end{cases} \quad (23)$$

Решая полученную систему, находим зависимость $f_+(\varphi)$, а подставляя ее в уравнение (22), получаем зависимость тока от разности фаз. Отметим, что в выражении для плотности тока j/j_0 также учитывается зависимость от коэффициента прозрачности D и степени загрязнения немагнитными примесями $\chi(\xi_0/l)$.

Получить точное аналитическое решение системы (23) в общем случае невозможно, однако можно выполнить численные расчеты.

Как видно на рис. 1(а), с увеличением коэффициента прохождения электронов форма кривой начинает отличаться от синусоидальной и ток достигает максимума при разности фаз, меньшей $\pi/2$. Последнее является значением разности фаз, при котором ток достигает максимального значения при $D \ll 1$. Горизонтальная линия на рис. 1(а) соответствует максимуму тока для пространственно однородного сверхпроводника. Очевидно, что при значениях коэффициента прохождения электронов, которые больше $D = 0,5$, максимум тока быстро приближается к значению в однородном случае. Однако не менее важным остается и вопрос о влиянии длины свободного пробега на ток-фазовую зависимость. Как видно на рис. 1(б), изменение длины свободного пробега существенно влияет на величину тока и уже при $\lambda \leq 0,1$ максимум тока в контакте существенно меньше соответствующего значения в беспримесном случае, а при $\lambda \geq 10$ влияние примесей практически отсутствует. Наличие примесей отражается также и на форме ток-фазовой зависимости: максимум тока смещается в сторону меньших значений разности фаз. Из рис. 2 очевидно, что критическое значение тока ощутимо зависит от величины свободного пробега и с уменьшением прозрачности барьера ток быстрее достигает своего макси-

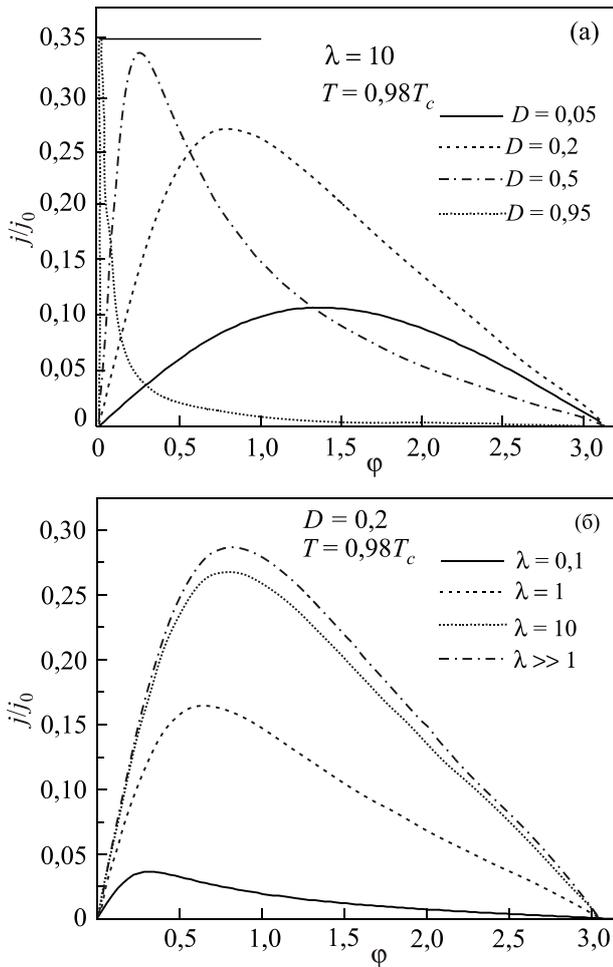


Рис. 1. Зависимости тока в контакте от разности фаз: (а) для длины свободного пробега электронов $\lambda = 10$ и для различных значений коэффициента прохождения электронов D ; (б) для коэффициента прохождения электронов $D = 0,2$ и различных значений длины свободного пробега электронов λ .

мального значения, а при больших D и малых λ медленно растет, стремясь к току пространственно однородного сверхпроводника.

Таким образом, и значение прозрачности туннельного барьера, и степень загрязнения немагнитными примесями существенно влияют на ангармоничность зависимости тока от разности фаз в контакте.

На рис. 3 нижняя линия на графике (в парах с одинаковым типом линий) соответствует случаю $\zeta = 0$, т.е. отвечает значению f_+^2 , а верхняя линия — случаю $\zeta \rightarrow \infty$, т.е. значению функции f_∞^2 . На рис. 3(а) видно, что значение параметра упорядочения на поверхности IS-границы ($\zeta \rightarrow 0$) и в глубине образца ($\zeta \rightarrow \infty$) мало отличаются для значений разности фаз, меньших φ_c . То есть именно в этой области отображается то, как влияет на эволюцию системы наличие барьера с различными возможными значениями прозрачности. На рис. 3(б) показано, что с увеличением длины свободного пробега уменьшается разница между значениями

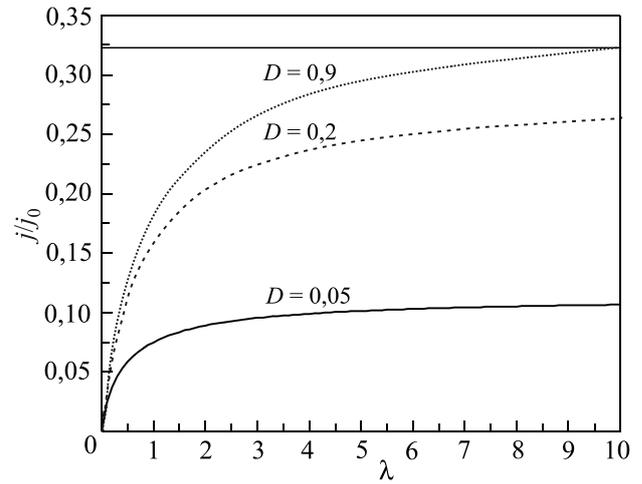


Рис. 2. Зависимости критического тока в контакте от длины свободного пробега для различных значений коэффициента прохождения электронов (аналитический расчет). Горизонтальная линия соответствует критическому значению тока для пространственно однородного случая.

функций f_+^2 и f_∞^2 . То есть даже при заданном коэффициенте прохождения электронов концентрация немагнитных примесей заметно влияет на эволюцию системы в области $[0, \varphi_c]$.

3. Аналитические результаты

Кроме рассмотренных численных результатов, имеет смысл рассмотреть приближенную аналитику. На рис. 3 видно, что функция f_∞^2 с увеличением D и уменьшением λ быстро приближается к единице для значений разности фаз $\varphi > \varphi_c$, а при $D \rightarrow 0$ и $\lambda \gg 1$ значения f_∞^2 близки к единице на всем интервале изменения φ . Введем малый параметр ϵ и предположим $f_\infty^2 = 1 - \epsilon$. Подставляя последнее равенство в систему (23) и сохраняя только линейные по ϵ слагаемые, получаем аналитический результат для зависимости тока от разности фаз:

$$I(\varphi) = \frac{1}{2\tau q_\infty} \left(1 - \frac{1}{\sqrt{2\tau^2 q_\infty^2 + 1}} \right) \frac{\sin \varphi}{1 - \frac{1}{\sqrt{2\tau^2 q_\infty^2 + 1}} \cos \varphi}. \quad (24)$$

Полученная формула также учитывает влияние коэффициента прохождения электронов, который может изменяться в широких пределах, и наличие в контакте немагнитных примесей произвольной концентрации.

На рис. 4 изображена ток-фазовая зависимость, полученная с помощью численных расчетов и на основе аналитической формулы (24). Как видим, оба результата хорошо согласуются и имеют небольшое отличие в области максимума тока. На рис. 4(а) видно, что данное отличие ослабевает для меньших значений прозрачности барьера. На рис. 4(б) легко видеть, что вместе с ростом

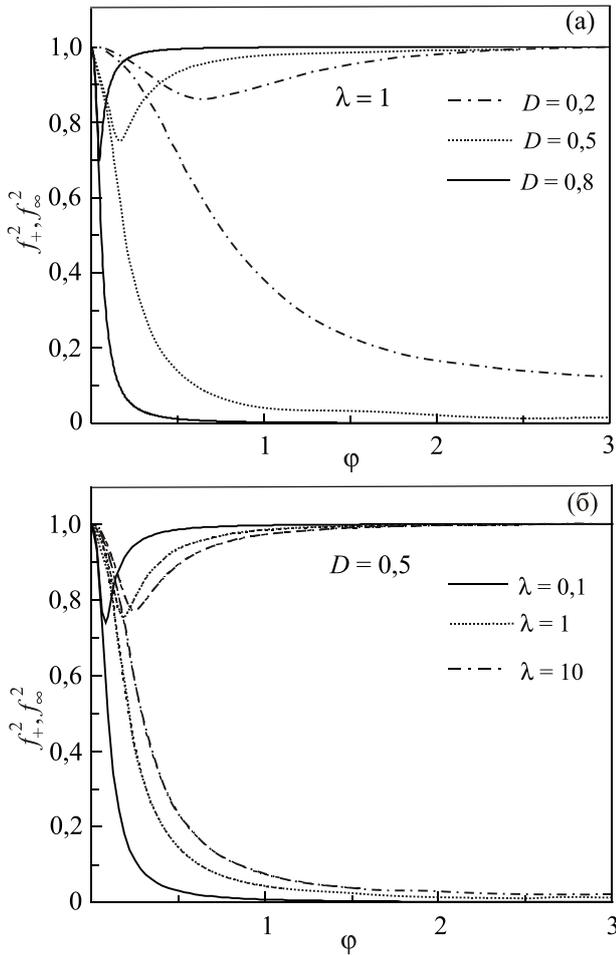


Рис. 3. Зависимости функций f_+^2 и f_∞^2 от разности фаз: (а) при заданной длине свободного пробега $\lambda = 1$ и различных значениях коэффициента прохождения электронов D ; (б) для коэффициента прохождения электронов $D = 0,5$ и различных значений длины свободного пробега электронов λ .

значений тока, вследствие увеличения длины свободного пробега, растет и различие между численными и аналитическими результатами в области критического тока. Это объясняется тем, что при увеличении λ функция f_∞^2 медленнее стремится к единице (см. рис. 3(б)).

Получив выражение для тока, рассмотрим ряд частных случаев. Поскольку плотность тока определяется значением постоянной q_∞ , сосредоточимся на поведении этой величины.

Пусть $\lambda \gg 1$ или $l \gg \xi_0$. В таком случае контакт будет предельно чистым. Тогда из формулы (15) получаем

$$q_\infty = \frac{\pi^4}{28\zeta(3)} \int_0^1 x^3 R(x) dx + \frac{21\zeta(3)}{\pi^2} \left(\int_0^1 x D(x) dx \right)^{-1} \left(\int_0^1 x^2 R(x) dx \right)^2.$$

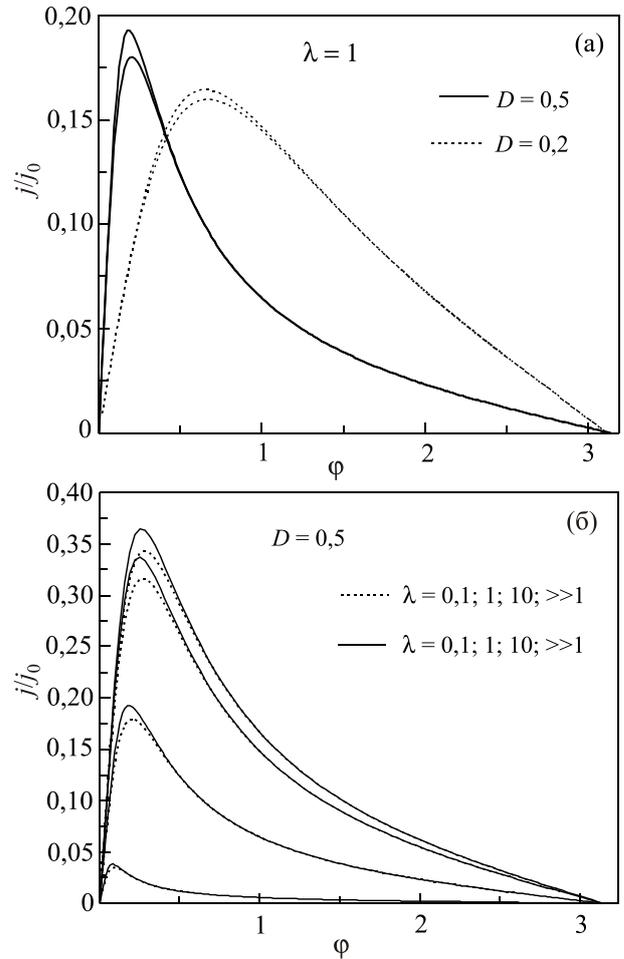


Рис. 4. Зависимость тока от разности фаз: (а) при заданной длине свободного пробега и различных значениях коэффициента прохождения электронов; (б) при заданной прозрачности барьера и различных значениях длины свободного пробега. Верхний график (в парах) соответствует численному результату, а нижний — аналитическому.

Данное выражение соответствует результату для q_∞ , полученному при рассмотрении контакта без примесей [7]. Если же $\lambda \ll 1$, получаем предельно грязный контакт и выражение для q_∞ принимает вид

$$q_\infty = 3\lambda \int_0^1 x^3 R(x) dx + 3\lambda \left(\int_0^1 x D(x) dx \right)^{-1} \left(\int_0^1 x^2 R(x) dx \right)^2.$$

Рассмотрим зависимость q_∞ и плотности тока от прозрачности барьера. В случае малой прозрачности, когда $D \ll 1$, первое слагаемое в формуле (15) дает незначительный вклад по сравнению со вторым слагаемым, потому им можно пренебречь. Используя приближение $\int_0^1 x^2 R(x) dx \cong \frac{1}{3}$, получаем

$$q_{\infty} = \frac{4\chi(\lambda)}{3\pi^2} \left(\int_0^1 xD(x) dx \right)^{-1} \gg 1. \quad (25)$$

В данном случае, когда коэффициент прохождения электронов близок к нулю, из формулы (24) получаем обычную синусоидальную зависимость тока от разности фаз $I(\varphi) \cong \frac{1}{2\tau q_{\infty}} \sin \varphi$ (см. рис. 1). Тогда с учетом (25) выражение для тока в первом по D порядке имеет вид

$$j(\varphi) = \frac{21\zeta(3)}{64\chi(\lambda)} \frac{env_0}{p_0\xi_0} \chi(\xi_0/l) \frac{\Delta_0^2}{T_c^2} \int_0^1 xD(x) dx \sin \varphi.$$

В области $D \lesssim 1$, т.е. при прозрачности близкой к единице, ток достигает максимального значения при $\varphi \ll 1$ (рис. 1), тогда из первого уравнения системы (23), получаем следующие условия:

$$f_+^2 = f_{\infty}^2, \quad (26)$$

$$f_+^2 = 2(1 - f_{\infty}^2). \quad (27)$$

Подставляя условие (26) во второе уравнение системы (23), имеем $f_{\infty}^2 = 1 - \varphi^2 / (4\tau^2 q_{\infty}^2)$, а принимая во внимание (22), получаем

$$I(\varphi) = \frac{\varphi}{2\tau q_{\infty}} \left(1 - \frac{\varphi^2}{4\tau^2 q_{\infty}^2} \right). \quad (28)$$

Поскольку $2/3 \leq f_{\infty}^2 \leq 1$, уравнение (28) справедливо для интервала $0 \leq \varphi \leq 2\tau q_{\infty} / \sqrt{3}$ и при $\varphi_c = 2\tau q_{\infty} / \sqrt{3}$ ток достигает максимального значения, которое соответствует термодинамически критическому току.

При подстановке условия (27) в первое уравнение системы (23) получаем $f_+^2 = 8\tau^2 q_{\infty}^2 / (\varphi + \sqrt{\varphi^2 + 4\tau^2 q_{\infty}^2})^2$, а выражение для тока

$$I(\varphi) = \frac{4\tau q_{\infty} \varphi}{(\varphi + \sqrt{\varphi^2 + 4\tau^2 q_{\infty}^2})^2}. \quad (29)$$

Выражение (28) справедливо для области $2\tau q_{\infty} / \sqrt{3} \leq \varphi \ll 1$.

Если рассматривать случай, когда $\varphi > \varphi_c$, то вследствие близости f_{∞}^2 к единице, воспользуемся формулой (24), из которой при условии $\tau q_{\infty} \ll 1$ получаем

$$I(\varphi) = \frac{\tau q_{\infty} \sin \varphi}{2\tau^2 q_{\infty}^2 + 4 \sin^2 \frac{\varphi}{2}}, \quad (30)$$

где q_{∞} определяется следующим выражением:

$$q_{\infty} = \frac{3\chi_1(\lambda)}{\chi(\lambda)} \int_0^1 x^3 R(x) dx \ll 1.$$

Заключение

Теоретически исследованы токовые состояния в SIS-контакте при наличии немагнитных примесей произвольной концентрации и без наложения ограничений на коэффициент прохождения электронов. Численный анализ зависимости тока от разности фаз проведен при различных значениях прозрачности диэлектрического слоя и для разных длин свободного пробега электронов. Получена новая аналитическая формула ток-фазовой зависимости и показано согласование аналитических результатов с численными. Рассмотрены асимптотические случаи для q_{∞} (которой определяется плотность тока) в случаях предельно грязного и предельно чистого контактов, а также получены результаты для тока при $D \ll 1$ и $D \lesssim 1$.

1. A.A. Golubov, M.Yu. Kupriyanov, and E. P'ichev, *Rev. Mod. Phys.* **6**, 411 (2004).
2. М.Ю. Куприянов, *Письма ЖТФ* **8**, 56, 414 (1992).
3. K.D. Usadel, *Phys. Rev. Lett.* **25**, 507 (1970).
4. F. Sols and J. Ferrer, *Phys. Rev. B* **49**, 15913 (1994).
5. J.K. Freericks, B.K. Nikolic, and P. Miller, *Int. J. Mod. Phys. B* **16**, 531 (2002).
6. A.A. Golubov and M.Yu. Kupriyanov, *JETP Lett.* **81**, iss. 7, 335 (2005).
7. В. Сахнюк, В. Головій, *Журнал фізичних досліджень* **15**, 2702 (2011).
8. Yu.S. Barash, *Phys. Rev. B* **85**, 100503 (2012).
9. А.В. Свідзинський, *Мікроскопічна теорія надпровідності*: монографія, Вежа, Луцьк (2011).
10. A.V. Svidzinsky and V.E. Sakhnyuk, *Cond. Matter Phys.* **3**, 683 (2000).
11. В.С. Сахнюк, А.В. Свідзинський, *Укр. фіз. журн.* **9**, 876 (2006).
12. А.В. Свідзинський, *Пространственно неоднородные задачи теории сверхпроводимости*, Наука, Москва (1982).

Influence of depairing effects on current-phase relation in SIS contacts in present of nonmagnetic impurities of arbitrary concentration

O.Yu. Pastukh, A.M. Shutovskii, and V.E. Sakhnyuk

The equilibrium current states in superconducting junctions of SIS-type (S is the superconductor, I is the insulator) for an arbitrary dielectric layer transparency and in the presence of nonmagnetic impurities of arbitrary concentration are investigated. The investigation has been done for temperatures close to the critical one, that's why Ginzburg–Landau theory has been used. The calculations have been made considering depairing effects the presence of which in the system is reflected by the superfluid velocity term in Ginzburg–Landau equation. In addition to numerous results available in the

present research a new analytical formula for current-phase relation for arbitrary electrons transmission values and for arbitrary electron free path has been obtained. Analytical formula for the dependence of critical current from barrier transparency and electron free path was also obtained. It is shown that the analytical result is consistent with numerical calculations very well.

PACS: **74.50.+r** Tunneling phenomena; Josephson effects.

Keywords: superconductor, SIS contact, Ginzburg–Landau theory, depairing effect, order parameter.