УДК 519.713.1

А.Н. Чеботарев

СИНТЕЗ АВТОМАТА, СПЕЦИФИЦИРОВАННОГО МНОЖЕСТВОМ ДИЗЪЮНКТОВ

Предложен подход к синтезу автомата, специфицированного логической формулой в конъюнктивной нормальной форме (к.н.ф.). Хотя при этом используется метод синтеза автомата по формуле, представленной в дизъюнктивной нормальной форме (д.н.ф.), при синтезе не требуется преобразование к.н.ф. в д.н.ф. Благодаря этому предложенный метод имеет ту же эффективность, что и метод, на котором он основан.

Введение

При проектировании алгоритма исходя из декларативной спецификации функциональных требований к нему центральной задачей перехода от декларативного представления к императивному (процедурному) является построение управляющей части алгоритма, например, в виде конечно-автоматной модели. Рассматриваемая здесь задача синтеза конечного автомата представляет собой один из этапов проектирования реактивного алгоритма, требования к которому заданы в языке логики предикатов первого порядка. Под реактивным алгоритмом понимается алгоритм функционирования системы, постоянно взаимодействующей со своим окружением; его назначение — выработка реакций на изменяющиеся воздействия среды. Существенным параметром описания функциональных требований к такому алгоритму является дискретное время, в качестве которого выступает множество целых чисел. Предполагается, что спецификация алгоритма состоит из двух частей: спецификаций операционной и управляющей частей алгоритма. Последняя служит исходной информацией для синтеза процедурного (автоматного) представления управляющей части алгоритма и представляет собой формулу вида $\forall tF(t)$, где $F(t)$ — не содержащая кванторов формула языка первого порядка с одной переменной t и одноместными предикатами.

В основе рассматриваемого метода синтеза лежит представление формулы $F(t)$ в так называемой нормальной форме. Построение нормальной формы описано в [1, 2] для случая, когда $F(t)$ задана в виде дизъюнктивной нормальной формы (д.н.ф.). Синтез автомата, т.е. переход от декларативной спецификации к его процедурному представлению, осуществляется на заключительном этапе проектирования управляющей части алгоритма. На всех предыдущих этапах, таких как проверка непротиворечивости спецификации [3], проверка ее согласованности со спецификацией среды [4], детерминизация автомата [5], используется представление $F(t)$ в виде конъюнктивной нормальной формы (множества дизъюнктов). Поэтому, чтобы воспользоваться методами синтеза [1, 2], необходимо к.н.ф. формулы $F(t)$ преобразовать в д.н.ф. При реализации методики проектирования на ЭВМ такое преобразование требует значительных ресурсов памяти, что существенно ухудшает характеристики реализации и ограничивает размерность спецификации, для которой возможен автоматический синтез. Поэтому желательно иметь такой метод синтеза, который бы не требовал преобразования формулы $F(t)$ из к.н.ф. в д.н.ф.

Основная идея предлагаемого подхода состоит в том, чтобы сначала построить нормальную форму для формулы $\neg F(t)$, дизъюнктивное представление которой тривиальным образом получается из конъюнктивного представления формулы $F(t)$, а затем преобразовать ее в нормальную форму формулы $F(t)$. Как будет показано ниже, это преобразование также осуществляется достаточно просто. При этом построение нормальной формы формулы $\neg F(t)$ можно осуществлять не до конца, а на некотором промежуточном этапе перейти к дизъюнктивному представлению формулы $F(t)$ и для него продолжить построение нормальной формы. Такой подход позволяет, с одной стороны, исключить необходимость преобразования конъюнктивного представления формулы $F(t)$ в дизъюнктивное и, с другой стороны, использовать имеющиеся реализации методов синтеза, рассчитанных на дизъюнктивное представление формулы $F(t)$.

Язык спецификации автоматов и проблема синтеза

Напомним основные понятия, связанные со специфицируемыми автоматами и языком, используемым для их спецификации.

Определение 1. Конечный детерминированный Σ-автомат A определяется как $A = \langle\Sigma, Q, \delta\rangle$, где Σ — конечный входной алфавит автомата; Q — конечное множество его состояний; δ: $Q\times\Sigma \to Q$ — частичная функция переходов.

Определение 2. Σ-автомат $A = \langle\Sigma, Q, \delta\rangle$ называется *циклическим*, если для каждого $q \in Q$ существуют такие $\sigma_1, \sigma_2 \in \Sigma$ и $q_1, q_2 \in Q$, что $q = \delta(q_1, \sigma_1)$ и $q_2 = \delta(q, \sigma_2)$.

В качестве языка спецификации используется следующее подмножество языка первого порядка с одноместными предикатами, интерпретируемыми на множестве целых чисел. Пусть $\Omega = \{p_1, \ldots, p_\mathrm{m}\}$ — множество одноместных предикатных символов, а Φ — класс формул, построенных с помощью логических связок из атомов вида $p(t + k)$, где $p \in \Omega$; t — переменная, принимающая значения из множества целых чисел; k — целочисленная константа, называемая *рангом атома*, а + — операция сложения целых чисел. Формулы языка, используемые в качестве спецификации Σ-автомата (точнее, класса эквивалентных Σ-автоматов), имеют вид $\forall tF(t)$, где $F(t) \in \Phi$. Как показано в [3], в таких спецификациях достаточно ограничиться рассмотрением формул, у которых максимальный ранг атомов равен 0. В дальнейшем предполагается, что формула $F(t)$ в спецификации $S = \forall tF(t)$ удовлетворяет этому ограничению. Примером спецификации Σ-автомата может служить формула $\forall t((u(t-1) \vee \neg w(t-1))\ \&\ \neg w(t) \vee \vee \neg w(t-1)\ \&\ u(t))$, где u и w — предикатные символы. *Глубиной формулы* называется разность между максимальным и минимальным рангами входящих в нее атомов. Таким образом, глубина приведенной формулы равна 1.

Семантика формулы $\forall tF(t)$, т.е. описание класса автоматов, задаваемых этой формулой, определена в [1]. Заметим, что входной алфавит Σ этих автоматов представляет собой множество всех двоичных векторов длиной m, где m — количество предикатных символов, встречающихся в формуле $F(t)$. Рассматривая атомы нулевого ранга, т.е. вида $p(t)$, как пропозициональные переменные, произвольное множество входных символов специфицируемого автомата зададим формулой $f(t) = f(p_1(t), \ldots, p_m(t))$, а именно $f(t)$ задает множество всех тех двоичных векторов, на которых она истинна.

Примем следующее соглашение, касающееся обозначения формул. Пусть $F(t) \in \Phi$, для произвольного целого k $F(t + k)$ обозначает формулу, полученную из $F(t)$ путем добавления k к рангам всех ее атомов (сдвиг на k).

В основе методики синтеза автомата, специфицированного формулой $\forall tF(t)$, лежит представление $F(t)$ в так называемой нормальной форме. Пусть $F(t)$ представлена в виде

$$\bigvee_{i=1}^{n} F_i(t-1)\ \&\ f_i(t), \qquad (1)$$

где $F_i(t-1)$ — формула, максимальный ранг атомов в которой не превышает –1, а $f_i(t)$ — формула, построенная из атомов ранга 0. Представление $F(t)$ в таком виде будем называть *дизъюнктивным*, а конъюнкцию вида $F_i(t-1)$ & & $f_i(t)$ — *компонентой* такого представления с *левой частью* $F_i(t-1)$ и *правой* — $f_i(t)$. Дизъюнктивное представление удовлетворяет *условию ортогональности*, если для $i \neq j$ $(i, j \in \{1, \ldots, n\})$ $F_i(t-1)$ & & $F_j(t-1) \equiv 0$. Дизъюнктивное представление формулы $F(t)$, удовлетворяющее условию ортогональности, называется *нормальной формой*, если для любых $i, j = 1, \ldots, n$ конъюнкция $F_i(t-1)$ & $f_i(t)$ & & $F_j(t)$ либо тождественно равна нулю, либо равна $F_i(t-1)$ & $f_{ij}(t)$, где $f_{ij}(t)$ не равная тождественно нулю формула, все атомы которой имеют ранг 0.

Нормальная форма формулы $F(t)$ в приведенном выше примере спецификации имеет вид $u(t-1)$ & $w(t-1)$ & & $\neg w(t) \vee \neg w(t-1)$ & $(u(t) \vee \neg w(t))$. Здесь $F_1(t-1) = u(t-1)$ & $w(t-1)$, а $F_2(t-1) = \neg w(t-1)$. Нетрудно заметить, что для формул глубины 1 любое дизъюнктивное представление, удовлетворяющее условию ортогональности, есть нормальная форма, что существенно упрощает процедуру синтеза для таких формул.

Пусть для формулы $F(t)$ в спецификации S получена нормальная форма вида (1). Σ-автомат $A(S)$, удовлетворяющий спецификации S, представляет собой максимальный циклический подавтомат автомата $A'(S)$, состояния которого $q_1, \ldots, q_n$ соответствуют формулам $F_1(t-1), \ldots, F_n(t-1)$ и из состояния q_i имеется переход в состояние q_j тогда и только тогда, когда $F_i(t-1)$ & $f_i(t)$ & $F_j(t) = F_i(t-1)$ & $f_{ij}(t)$, где $f_{ij}(t)$ — не равна тождественно нулю. При этом множество входных символов, вызывающих переход из q_i в q_j, задается формулой $f_{ij}(t)$. Таким образом, синтез автомата по спецификации $\forall t F(t)$ сводится к построению нормальной формы формулы $F(t)$.

Построение нормальной формы формулы F(t) по ее д.н.ф.

Построение нормальной формы формулы $F(t)$ по ее д.н.ф. состоит из двух основных этапов: 1) построения дизъюнктивного представления формулы $F(t)$, удовлетворяющего условию ортогональности, и 2) расщепления компонент полученного дизъюнктивного представления.

На первом этапе требуемое представление получается путем последовательного применения к парам компонент дизъюнктивного представления следующего соотношения:

$$\begin{gathered} F_i(t-1) \,\&\, f_i(t) \vee F_j(t-1) \,\&\, f_j(t) \Leftrightarrow \\ \Leftrightarrow F_i(t-1) \,\&\, \neg F_j(t-1) \,\&\, f_i(t) \vee \neg F_i(t-1) \,\&\, \\ \&\, F_j(t-1) \,\&\, f_j(t) \vee F_i(t-1) \,\&\, F_j(t-1) \,\&\, \\ \&\, (f_i(t) \vee f_j(t)). \end{gathered} \tag{2}$$

В качестве иллюстрации такого способа построения дизъюнктивного представления, удовлетворяющего условию ортогональности, проделаем соответствующие преобразования для формулы $F(t) = \underline{u(t-1) \,\&\, \neg w(t)} \vee \underline{\neg w(t-1) \,\&\, u(t)} \vee \neg w(t-1) \,\&\, \neg w(t)$. Здесь и ниже в формулах подчеркнуты те компоненты, к которым на очередном шаге применяется соотношение (2). После первого применения соотношения получим

$$\begin{gathered} u(t-1) \,\&\, w(t-1) \,\&\, \neg w(t) \vee \underline{\neg u(t-1) \,\&\,} \\ \underline{\&\, \neg w(t-1) \,\&\, u(t)} \vee u(t-1) \,\&\, \neg w(t-1) \,\&\, \\ \&\, (\neg w(t) \vee u(t)) \vee \underline{\neg w(t-1) \,\&\, \neg w(t).} \end{gathered}$$

После следующего применения будем иметь

$$\begin{gathered} u(t-1) \& w(t-1) \& \neg w(t) \vee \underline{u(t-1) \,\&\, \neg w(t-1) \,\&\,} \\ \underline{\&\, \neg w(t)} \vee \neg u(t-1) \,\&\, \neg w(t-1) \,\&\, (u(t) \vee \\ \vee \neg w(t)) \vee \underline{u(t-1) \,\&\, \neg w(t-1) \,\&\, (\neg w(t) \vee u(t))}. \end{gathered}$$

Подчеркнутые компоненты все еще не удовлетворяют условию ортогональности. Применение к ним соотношения (2) дает представление

$$\begin{gathered} u(t-1) \,\&\, w(t-1) \,\&\, \neg w(t) \vee u(t-1) \,\&\, \\ \&\, \neg w(t-1) \,\&\, (\neg w(t) \vee u(t)) \vee \neg u(t-1) \,\&\, \\ \& \neg w(t-1) \,\&\, (u(t) \vee \neg w(t)), \end{gathered}$$

удовлетворяющее требуемому условию.

На втором этапе для получения нормальной формы формулы $F(t)$ осуществляется расщепление компонент ее дизъюнктивного представления путем умножения их на $\bigvee_{i=1}^{n} F_i(t)$. Эквивалентность такого преобразования формулы $F(t)$ показана в [6]. При этом каждая формула $F_i(t-1)$ & $f_i(t)$ ($i = 1, \ldots, n$) умножается на каждую $F_j(t)$ ($j = 1, \ldots, n$) и дизъюнкция всех таких произведений приводится к виду, удовлетворяющему условию ортогональности. Поясним сказанное на примере. Пусть дизъюнктивное представление формулы $F(t)$ имеет вид $\neg u(t-2)\ \&\ x(t-1)\ \&\ (u(t) \vee \vee\ (t)) \vee (u(t-2) \vee \neg x(t-1))\ \&\ 1$. Здесь формулы $F_1(t)$ и $F_2(t)$ равны соответственно $\neg u(t-1)\ \&\ x(t)$ и $u(t-1) \vee \neg x(t)$. Осуществим расщепление левой компоненты.

$$\neg u(t-2)\ \&\ x(t-1)\ \&\ (u(t) \vee x(t))\ \&\ F_1(t) = \\ = \neg u(t-2)\ \&\ x(t-1)\ \&\ (u(t) \vee x(t))\ \& \\ \&\ \neg \mathrm{u}(\mathrm{t}-1)\ \&\ \mathrm{x}(\mathrm{t}) = \neg u(t-2)\ \&\ \neg u(t-1)\ \& \\ \&\ x(t-1)\ \&\ x(t).$$

$$\neg u(t-2)\ \&\ x(t-1)\ \&\ (u(t) \vee x(t))\ \&\ F_2(t) = \\ = \neg u(t-2)\ \&\ x(t-1)\ \&\ (u(t) \vee x(t))\ \& \\ \&\ (u(t-1) \vee \neg x(t)) = \neg u(t-2)\ \&\ u(t-1)\ \& \\ \&\ x(t-1)\ \&\ (u(t) \vee x(t)) \vee \neg u(t-2)\ \& \\ \&\ x(t-1)\ \&\ u(t)\&\neg x(t).$$

Теперь формулу $\neg u(t-2)\ \&\ \neg u(t - - 1)\ \&\ x(t-1)\ \&\ x(t) \vee \neg u(t-2)\ \&\ u(t-1)\ \&\ \&\ x(t-1)\ \&\ (u(t) \vee x(t)) \vee \neg u(t-2)\ \&\ x(t-1)\ \&\ \&\ u(t)\ \&\ \neg x(t)$ необходимо привести к виду, удовлетворяющему условию ортогональности. В результате получим:

$$\neg u(t-2)\ \&\ u(t-1)\ \&\ x(t-1)\ \&\ (u(t) \vee x(t)) \vee \\ \vee \neg u(t{-}2)\ \&\ \neg u(t{-}1)\ \&\ x(t-1)\ \&\ (u(t) \vee x(t)),$$

что и представляет собой результат расщепления.

Расщепления компоненты $F_i(t{-}1)$ & $f_i(t)$ не происходит, если в полученном дизъюнктивном представлении ее произведения на $\bigvee_{i=1}^{n} F_i(t)$ все компоненты имеют левую часть $F_i(t-1)$. Процесс расщепления продолжается до тех пор, пока на очередном шаге ни одна из компонент не будет расщеплена. Нетрудно показать, что количество последовательных расщеплений дизъюнктивного представления формулы $F(t)$ ограничено сверху значением ее глубины.

Построение нормальной формы формулы F(t) по ее к.н.ф.

Построение нормальной формы формулы $F(t)$, заданной множеством дизъюнктов (каждый дизъюнкт представляет собой дизъюнкцию атомов или их отрицаний), может быть осуществлено следующим образом. Сначала множество дизъюнктов превращается в соответствующее ему множество конъюнктов отрицания формулы $F(t)$. Таким образом получается дизъюнктивное представление формулы $\neg F(t)$. Затем строится эквивалентное ему дизъюнктивное представление, удовлетворяющее условию ортогональности, которое снова инвертируется с целью получения дизъюнктивного представления исходной формулы $F(t)$. Для этого используется следующее свойство дизъюнктивных представлений пропозициональных формул с разделенными переменными.

Пусть множество всех переменных, встречающихся в пропозициональной формуле f, разбито на два подмножества: $x_1, \ldots, x_m$ и $y_1, \ldots, y_n$.

Определение 3. $f(x_1, \ldots, x_m, y_1, \ldots, y_n)$ называется формулой *с разделенными переменными*, если она имеет вид

$$\bigvee_{i=1}^{k} f_i'(x_1, \ldots, x_m)\ \&\ f_i''(y_1, \ldots, y_n). \qquad (3)$$

Утверждение 1. Если для формулы f вида (3) выполняются следующие условия:

а) $\bigvee_{i=1}^{k} f_i'(x_1, \ldots, x_m) \equiv 1$;

б) для любых $i \neq j$ ($i, j = 1, \ldots, k$) $f_i'(x_1, \ldots, x_m)\ \&\ f_j'(x_1, \ldots, x_m) \equiv 0$,

то $\neg f$ эквивалентна формуле

$$\bigvee_{i=1}^{k} f_i'(x_1, \ldots, x_m)\ \&\ (\neg f_i''(y_1, \ldots, y_n)). \qquad (4)$$

Доказательство. Пусть $\sigma = <\alpha_1, ..., \alpha_m, \beta_1, ..., \beta_n>$ — набор значений соответственно переменных $x_1, ..., x_m, y_1, ..., y_n$. Пусть формула (3) на этом наборе принимает значение 1. Тогда найдется такое i, что $f_i'(\alpha_1, ..., \alpha_m) = f_i''(\beta_1, ..., \beta_n) = 1$. В силу б) для всех $j \neq i$ $f_j'(\alpha_1, ..., \alpha_m) = 0$. Отсюда следует, что формула (4) на наборе σ принимает значение 0. Пусть теперь формула (3) на наборе σ принимает значение 0. В силу а) найдется такое i, что $f_i'(\alpha_1, ..., \alpha_m) = 1$, но поскольку значение формулы равно нулю, то $f_i''(\beta_1, ..., \beta_n) = 0$. Отсюда следует, что формула (4) на наборе σ принимает значение 1. Конец доказательства.

Таким образом, если дизъюнктивное представление формулы $F(t)$ удовлетворяет условиям утверждения 1, то, чтобы его проинвертировать, достаточно проинвертировать правую часть каждой из его компонент. Очевидно, что в результате будет получено дизъюнктивное представление формулы $F(t)$, удовлетворяющее условию ортогональности. Теперь построение нормальной формы формулы $F(t)$ может быть продолжено описанным выше методом расщепления компонент.

Полученное на промежуточном этапе дизъюнктивное представление формулы $F(t)$, удовлетворяющее условию ортогональности, может не удовлетворять условию а) утверждения 1, в этом случае требуемое представление получается в результате добавления компоненты $\neg(\bigvee_{i-1}^{n} F_i(t-1))\ \&\ 0$.

Пример синтеза автомата

Пусть формула $F(t)$ в спецификации автомата задана следующим множеством дизъюнктов.

$(\neg u(t-1) \vee \neg w(t-1) \vee \neg u(t) \vee w(t))$.
$(\neg w(t-2) \vee u(t-1) \vee \neg w(t-1) \vee u(t))$.
$(w(t-1) \vee \neg u(t) \vee \neg w(t))$.
$(w(t-1) \vee u(t) \vee w(t))$.
$(\neg w(t-2) \vee u(t-1) \vee \neg w(t-1) \vee \neg w(t))$.
$(\neg u(t-2) \vee \neg w(t-1) \vee u(t-1) \vee \neg w(t))$.
$(\neg u(t-2) \vee \neg w(t-1) \vee u(t-1) \vee u(t))$.
$(w(t-2) \vee u(t-2) \vee \neg w(t-1) \vee \neg u(t) \vee w(t))$.

Соответствующее множество конъюнктов, составляющих д.н.ф. формулы $\neg F(t)$, имеет такой вид:

$u(t-1)w(t-1)\ \&\ u(t)\neg w(t)$.
$w(t-2)\neg u(t-1)w(t-1)\ \&\ \neg u(t)$.
$\neg w(t-1)\ \&\ u(t)w(t)$.
$\neg w(t-1)\ \&\ \neg u(t)\neg w(t)$.
$w(t-2)\neg u(t-1)w(t-1)\ \&\ w(t)$.
$u(t-2)w(t-1)\neg u(t-1)\ \&\ w(t)$.
$u(t-2)w(t-1)\neg u(t-1)\ \&\ \neg u(t)$.
$\neg w(t-2)\neg u(t-2)w(t-1)\ \&\ u(t)\neg w(t)$.

Здесь, для удобства, все знаки конъюнкций, кроме конъюнкций, соединяющих левую и правую части компонент (конъюнктов), опущены. Прежде чем применять соотношение (2), вынесем за скобки одинаковые левые части компонент. В результате получим

$u(t-1)w(t-1)\ \&\ u(t)\neg w(t)$.
$w(t-2)\neg u(t-1)w(t-1)\ \&\ (\neg u(t) \vee w(t))$.
$\neg w(t-1)\ \&\ (u(t)w(t) \vee \neg u(t)\neg w(t))$.
$u(t-2)w(t-1)\neg u(t-1)\ \&\ (\neg u(t) \vee w(\mathrm{t}))$.
$\neg w(t-2)\neg u(t-2)w(t-1)\ \&\ u(t)\neg w(t)$.

Вообще говоря, это преобразование может быть получено и путем применения соотношения (2), однако удобнее использовать вынесение за скобки. Теперь вынесем за скобки одинаковые правые части компонент. Это преобразование направлено на получение автомата с минимальным количеством состояний, поэтому перед началом расщепления компонент следует иметь дизъюнктивное представление, никакие две компоненты которого не имеют одинаковых (эквивалентных) левых частей. После выполнения этого преобразования получим следующее дизъюнктивное представление формулы $\neg F(t)$:

$(w(t-2) \vee u(t-2))\neg u(t-1)w(t–1)\ \&\ (\neg u(t) \vee$
$\vee\ w(t)) \vee (\neg u(t-2)\neg w(t-2) \vee u(t-1))w(t-1)\ \&$
$\&\ u(t)\neg w(t) \vee \neg w(t-1)\ \&\ (u(t)w(t) \vee \neg u(t)\neg w(t))$.

Это представление удовлетворяет обоим условиям утверждения 1, поэтому от него можно сразу перейти к соответствующему дизъюнктивному представлению формулы $F(t)$, которое выглядит следующим образом:

$(w(t-2) \vee u(t-2))\neg u(t-1)w(t-1)$ & $u(t)\neg w(t) \vee$
$\vee (\neg u(t-2)\neg w(t-2) \vee u(t-1))w(t-1)$ & $(\neg u(t) \vee$
$w(t)) \vee \neg w(t-1)$ & $(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t))$.

Здесь $F_1(t) = (u(t-1) \vee w(t-1))\neg u(t)w(t)$, $F_2(t) = (\neg u(t-1)\neg w(t-1) \vee u(t))w(t)$, $F_3(t) = \neg w(\mathrm{t})$.

Теперь можно приступить к расщеплению компонент.

Расщепление компоненты $F_1(t-1)$ & & $f_1(t)$:

$F_1(t-1)u(t)\neg w(t)$ & $F_1(t) \equiv 0$;
$F_1(t-1)u(t)\neg w(t)$ & $F_2(t) \equiv 0$;
$F_1(t-1)u(t)\neg w(t)$ & $F_3(t) = F_1(t-1)u(t)\neg w(t)$.

Таким образом, расщепления первой компоненты не произошло.

Расщепление компоненты $F_2(t-1)$ & &$f_2(t)$:

$F_2(t-1)(\neg u(t) \vee w(t))$ & $F_1(t) =$
$= F_2(t-1)\neg u(t)w(t)$;
$F_2(t-1)(\neg u(t) \vee w(t))$ & $F_2(t) =$
$= F_2(t-1)u(t)w(t)$;
$F_2(t-1)(\neg u(t) \vee w(t))$&$F_3(t) =$
$= F_2(t-1)\neg u(t)\neg w(t)$.

Вторая компонента также не расщепилась.

Расщепление компоненты $F_3(t-1)$ & &$f_3(t)$:

$F_3(t-1)(u(t)\neg w(t) \vee \neg u(t)w(t))$ & $F_1(t) =$
$= u(t-1)\neg w(t-1)\neg u(t)w(t)$;
$F_3(t-1)(u(t)\neg w(t) \vee \neg u(t)w(t))$ & $F_2(t) =$
$\neg u(t-1)\neg w(t-1)\neg u(t)w(t)$;
$F_3(t-1)(u(t)\neg w(t) \vee \neg u(t)w(t))$ & $F_3(t) =$
$= \neg w(t-1)u(t)\neg w(t)$.

Значения новых компонент будут получены после того, как формула $u(t-1)\neg w(t-1)\neg u(t)w(t) \vee \neg u(t-1)\neg w(t-1)$ $\neg u(t)w(t) \vee \neg w(t-1)u(t)\neg w(t)$ будет представлена в виде, удовлетворяющем условию ортогональности. Соответствующее представление имеет вид

$u(t-1)\neg w(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t)) \vee$
$\vee \neg u(t-1)\neg w(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t)) =$
$= F_{31}(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t)) \vee$
$\vee F_{32}(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t))$.

Таким образом, $F_{31}(t) = u(t)\neg w(t)$, а $F_{32}(t) = \neg u(t)\neg w(t)$.

Второй цикл расщеплений.

Расщепление компоненты $F_1(t-1)$ & & $f_1(t)$:

$F_1(t-1)u(t)\neg w(t)$ & $F_{31}(t) = F_1(t-1)u(t)\neg w(t)$;
$F_1(t-1)u(t)\neg w(t)$ & $F_{32}(t) \equiv 0$.

И на этот раз первая компонента не расщепилась.

Расщепление компоненты $F_2(t-1)$ & & $f_2(t)$:

$F_2(t-1)(\neg u(t) \vee w(t))$ & $F_{31}(t) \equiv 0$;
$F_2(t-1)(\neg u(t) \vee w(t))$ & $F_{32}(t) =$
$= F_2(t-1)\neg u(t)\neg w(t)$.

Вторая компонента также не расщепилась.

Расщепление компоненты $F_{31}(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t))$:

$F_{31}(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t))$ & $F_1(t) =$
$= F_{31}(t-1)\neg u(t)w(t)$;
$F_{31}(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t))$ & $F_2(t) \equiv 0$;
$F_{31}(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t))$ & $F_{31}(t) =$
$= F_{31}(t-1)u(t)\neg w(t)$;
$F_{31}(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t))$ & $F_{32}(t) \equiv 0$.

Расщепление компоненты $F_{32}(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t))$:

$F_{32}(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t))$ & $F_1(t) \equiv 0$;
$F_{32}(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t))$ & $F_2(t) =$
$= F_{32}(t-1)\neg u(t)w(t)$;
$F_{32}(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t))$ & $F_{31}(t) =$
$= F_{32}(t-1)u(t)\neg w(t)$;
$F_{32}(t-1)(\neg u(t)w(t) \vee u(t)\neg w(t))$ & $F_{32}(t) \equiv 0$.

Поскольку на втором цикле расщеплений ни одна из имеющихся компонент не расщепилась, процесс расщепления заканчивается. Таким образом, получена нормальная форма формулы $F(t)$, определяющая автомат $A'(S)$ для спецификации $S = \forall t F(t)$. Так как этот автомат циклический, то он сов-

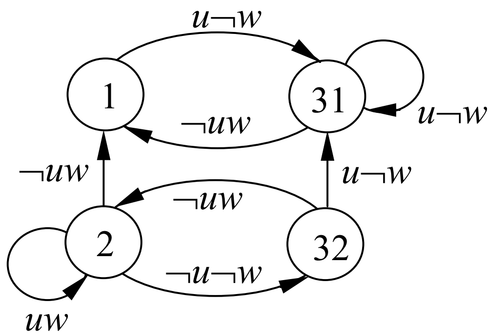

Рисунок. Автомат $A(S)$

падает с автоматом $A(S)$, который приведен на рисунке.

Заключение

В статье предложен подход к синтезу автомата, специфицированного множеством дизъюнктов. При этом используется разработанный ранее и программно реализованный метод синтеза автомата, в спецификации которого формула $F(t)$ представлена в д.н.ф. По сравнению с синтезом по д.н.ф. дополнительные вычислительные затраты предложенного метода связаны с инвертированием правых частей компонент некоторого дизъюнктивного представления формулы $\neg F(t)$. Поскольку формулы в правых частях компонент, как правило, простые и зависят от небольшого количества переменных, то эти вычислительные затраты существенно меньше затрат на перевод формулы спецификации из к.н.ф. в д.н.ф.

Особенностью рассмотренного метода построения нормальной формы формулы $F(t)$ является то, что при расщеплении компонент некоторые формулы необходимо сравнивать на логическую эквивалентность. Это сравнение может быть заменено сравнением формул на их идентичность, если перед каждым таким сравнением выполнять их эквивалентные преобразования, использующие операции склеивания и поглощения элементарных конъюнкций. Аналогичные оптимизационные преобразования следует также выполнять при приведении формулы к виду, удовлетворяющему условию ортогональности.

1. *Чеботарев А.Н.* Синтез недетерминированного автомата по его логической спецификации. I // Кибернетика и системный анализ. — 1995. — N 5. — С. 3–15.
2. *Чеботарев А.Н.* Синтез недетерминированного автомата по его логической спецификации. II // Там же. — N 6. — С. 16–26.
3. *Чеботарев А.Н.* Проверка непротиворечивости простых спецификаций автоматных систем // Там же. — 1994. — N 3. — С. 3–11.
4. *Чеботарев А.Н.* Общий метод проверки согласованности взаимодействующих автоматов с конечной памятью // Там же. — 1999. — N 6. — С. 25–37.
5. *Чеботарев А.Н.* Детерминизация логических спецификаций автоматов // Там же. — 1995. — N1. — С. 3–12
6. *Чеботарев А.Н.* Синтез процедурного представления автомата, специфицированного в логическом языке L*. I // Там же. — 1997. — N 4. — С. 60–74.

Получено 24.03.03

Об авторе

Чеботарев Анатолий Николаевич
д-р техн. наук, старш. научн. сотр.

Место работы автора:
Институт кибернетики им. В.М. Глушкова НАН Украины,

просп. Академика Глушкова, 40
ГСП, г. Киев-187, 03680,
Украина

Тел. (044) 266 4549
E-mail: cheb@d105.icyb.kiev.ua