

## Влияние дислокаций на магнитную структуру двумерных анизотропных антиферромагнетиков

О. К. Дудко, А. С. Ковалев

*Физико-технический институт низких температур им. Б. И. Веркина НАН Украины  
Украина, 61164, г. Харьков, пр. Ленина, 47  
E-mail: odudko@ilt.kharkov.ua*

Статья поступила в редакцию 24 апреля 2000 г.

Для легкоплоскостного антиферромагнетика с анизотропией в легкой плоскости, содержащего краевую дислокацию, сформулирована двумерная модель, обобщающая модель Пайерлса на случай связанных полей намагниченности и упругих смещений. В рамках предложенной модели получена система одномерных нелинейных интегро-дифференциальных уравнений для двух связанных полей. В случае идеальной кристаллической структуры антиферромагнетика эта система уравнений имеет решение для доменной стенки с блоховской линией, в которую трансформируется магнитный вихрь при учете одноосной анизотропии. При наличии дислокации возникает сложный магнитоструктурный топологический дефект, представляющий собой  $180^\circ$ -ю доменную стенку, оканчивающуюся на дислокации.

Для легкоплоскостного антиферромагнетика с анизотропией в легкой плоскости, что содержит краевую дислокацию, сформулирована двумерная модель, которая обобщает модель Пайерлса на случай связанных полей намагниченности и упругих смещений. В рамках предложенной модели получена система одномерных нелинейных интегро-дифференциальных уравнений для двух связанных полей. В случае идеальной кристаллической структуры антиферромагнетика эта система уравнений имеет решение для доменной стенки с блоховской линией, в которую трансформируется магнитный вихрь при учете одноосной анизотропии. При наличии дислокации возникает сложный магнитоструктурный топологический дефект, представляющий собой  $180^\circ$ -ю доменную стенку, оканчивающуюся на дислокации.

PACS: 61.72.-y, 75.10.-b, 75.50.Ee

### Введение

Интерес, как теоретический, так и экспериментальный, к исследованию динамики и структуры топологических возбуждений (магнитных вихрей и дисклинаций) в магнитоупорядоченных средах вызван синтезом новых слоистых квазидвумерных и двумерных (2D) магнетиков [1–8]. Низкотемпературный фазовый переход в магнитоупорядоченное состояние в 2D легкоплоскостных магнитных системах сопровождается образованием большого числа магнитных вихрей. При учете анизотропии в легкой плоскости эти вихри трансформируются в доменные стенки с блоховскими линиями. Известно также, что в 2D системах облегчается образование структурных топологических дефектов — двумерных аналогов дислокаций. Эти обстоятельства указывают на необходимость изучения влияния магнитных и структурных топологических возбуждений друг

на друга. Ситуация особенно интересна в случае антиферромагнетика (АФМ). Во-первых, большинство исследуемых 2D магнетиков являются гейзенберговскими АФМ с одноосной легкоплоскостной анизотропией и слабой анизотропией в легкой плоскости [7]. Во-вторых, кроме обычного слабого магнитоупругого взаимодействия в АФМ, в отличие от ферромагнетика, возникает дополнительное сильное магнитоупругое взаимодействие, имеющее топологическую природу и требующее рассмотрения в существенно нелинейном виде. Как было впервые качественно показано в работах [9,10], такое топологическое взаимодействие в АФМ приводит к связыванию дислокации и магнитной дисклинации или доменной стенки. При учете одноосной анизотропии в легкой плоскости на дислокации должна заканчиваться доменная стенка, что может приводить к изменению плотности дислокаций в точке неелев-

ского фазового перехода и, следовательно, оказывать влияние на упругие и пластические свойства  $2D$  АФМ.

Задача аналитического описания составного топологического магнитоупругого  $2D$  дефекта является сложной уже при исследовании в рамках  $1D$  модели. В работе [11] предложено обобщение  $1D$  модели Френкеля–Конторовой на случай двух связанных полей в таком дефекте. Модель [11] позволила исследовать такой дефект, но ввиду своего одномерного характера приводила к неверным асимптотикам полей на больших расстояниях от центра дефекта. В работе [12] была предложена  $2D$  модель, обобщавшая известную модель Пайерлса на случай связанных полей и модель, использовавшуюся в работе [11]. Не учитывая анизотропии в легкой плоскости, эта модель описывала уединенный магнитный вихрь, а также сложный магнитоупругий топологический дефект, представляющий собой связанную с дислокацией магнитную дисклинацию. В настоящей работе мы модернизируем модель, предложенную в [12], вводя в рассмотрение дополнительную легкоосную анизотропию в легкой плоскости АФМ. Развиваемая здесь модель описывает как доменную стенку с блоховской линией в идеальном АФМ, так и доменную стенку, заканчивающуюся в АФМ на краевой дислокации.

### Формулировка модели

Рассмотрим содержащий краевую дислокацию двухподрешеточный легкоплоскостной АФМ с сильной легкоплоскостной анизотропией и дополнительной слабой анизотропией в легкой плоскости с «шахматным» упорядочением спинов. Идеальное упорядочение спинов в такой системе не может быть реализовано, так как при этом всегда возникает заканчивающаяся на дислокации линия, вдоль которой ориентация соседних спинов ферромагнитна, т. е. невыгодна. В случае легкоплоскостного АФМ с изотропной легкой плоскостью такая фрустрация преодолевается возникновением магнитной дисклинации, ассоциированной с дислокацией, в которой полный разворот вектора антиферромагнетизма при обходе вокруг центра дислокации равен  $\pi$  [12]. При учете даже слабой одноосной анизотропии в легкой плоскости магнитная дисклинация трансформируется в  $180^\circ$ -ю доменную стенку, которая компенсирует поворот спинов на угол  $\pi$ . Распределение намагниченности в легкой плоскости  $(x, z)$  с дислокацией в точке  $x = z = 0$  и легкоосной анизотропией

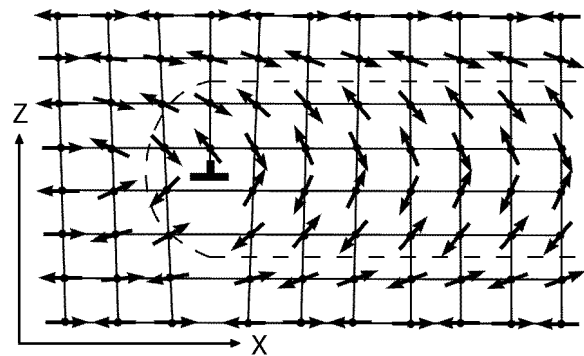


Рис. 1. Распределение намагниченности в легкоплоскостном АФМ с «шахматным» упорядочением спинов при наличии доменной стенки, заканчивающейся на краевой дислокации.

вдоль оси  $x$  в легкой плоскости показано на рис. 1 (доменная стенка расположена вдоль линии  $z = 0$ ,  $x > 0$ ). Заметим, что в работе [9] была рассмотрена несколько иная ситуация, когда АФМ обладал симметрией четвертого порядка в легкой плоскости. При этом на дислокации заканчивались две  $90^\circ$ -е доменные стенки. К сожалению, аналитическое решение задачи о распределении намагниченности вблизи топологического дефекта (блоховской линии) даже в идеальном АФМ без дислокации является сложной математической проблемой [13], и представление точного решения в аналитическом виде невозможно. Ситуация еще более осложняется при наличии в АФМ структурных дефектов ( $2D$  дислокаций). Для возможности аналитического описания топологических дефектов в этом случае мы ограничимся описанием модельного АФМ с сильной анизотропией упругих и магнитных свойств в разных направлениях:  $\alpha \gg \beta$  ( $\alpha$  и  $\beta$  — константы упругого взаимодействия вдоль направлений  $x$  и  $z$  соответственно),  $J_1 \gg J_2$  ( $J_1$  и  $J_2$  — константы обменного взаимодействия вдоль этих направлений). Поскольку энергия доменной стенки определяется выражением  $E_{DW} = \sqrt{\gamma J}$ , где  $\gamma$  — параметр слабой анизотропии в легкой плоскости, а  $J$  — обменный интеграл в направлении, перпендикулярном плоскости доменной стенки, то в случае указанной пространственной анизотропии магнитных свойств конфигурация с минимальной энергией соответствует доменной стенке, ориентированная вдоль направления  $x^*$ .

Пронумеруем атомы решетки двумя индексами:  $n$  ( $x$ -координата) и  $m$  ( $z$ -координата). Для описания упругой подсистемы ограничимся скалярной моделью и обозначим через  $u_{n,m}$  смещение

\* Доменные стенки с другой ориентацией будут обсуждаться в заключении.

$nm$ -го атома относительно положения равновесия и через  $\varphi_{n,m}$  угол отклонения спина  $nm$ -го атома от оси  $x$  легкого намагничивания в плоскости  $(x, z)$ . Численные расчеты показали, что при превышении легкоплоскостной анизотропией некоторого критического значения все спины в неоднородных состояниях лежат в легкой плоскости и могут характеризоваться единственной скалярной величиной  $\varphi_{n,m}$  [14]. Энергию упругой подсистемы запишем в виде

$$E_{\text{el}} = \sum_{nm} \left\{ \frac{\alpha}{2} (u_{n,m} - u_{n-1,m})^2 + \beta \frac{a^2}{4\pi^2} \left[ 1 - \cos \frac{2\pi}{a} (u_{n,m} - u_{n,m-1}) \right] \right\}, \quad (1)$$

где  $a$  — параметр решетки вдоль направления  $x$ . Нелинейность второго слагаемого позволяет учесть смещения в ядре дислокации, сравнимые с параметрами решетки. Энергия магнитной подсистемы имеет вид

$$E_{\text{magn}} = \sum_{nm} \left[ J_1 \cos (\varphi_{n,m} - \varphi_{n-1,m}) + \right.$$

$$\left. + J_2 \cos (\varphi_{n,m} - \varphi_{n,m-1}) \cos \frac{\pi}{a} (u_{n,m} - u_{n,m-1}) - \frac{\gamma}{2} \cos^2 \varphi_{n,m} \right]. \quad (2)$$

Наличие лишней атомной цепочки (см. рис. 1) в полупространстве выше линии скольжения дислокации ( $z = 0$ ) приводит к тому, что при фиксированной идеальной спиновой ориентации спины соседних цепочек, прилегающих к линии скольжения, оказываются ферромагнитно (невыгодно) упорядоченными. Второе слагаемое в выражении (2) учитывает это обстоятельство и, таким образом, описывает топологическое взаимодействие магнитной и упругой подсистем [11]. Для учета «шахматного» антиферромагнитного упорядочения удобно перейти от функций  $\varphi_{n,m}$  к новым функциям  $\psi_{n,m} = \varphi_{n,m}$  при  $n + m = 2s$  и  $\psi_{n,m} = \varphi_{n,m} + \pi$  при  $n + m = 2s + 1$  ( $s$  — целое число). В терминах новых переменных  $\psi_{n,m}$  из выражений (1), (2) следует такой вид статических уравнений для атомных смещений  $u_{n,m}$  и спиновых отклонений  $\psi_{n,m}$ :

$$\alpha (2u_{n,m} - u_{n-1,m} - u_{n+1,m}) + \frac{\beta a}{2\pi} \left[ \sin \frac{2\pi (u_{n,m} - u_{n,m+1})}{a} + \sin \frac{2\pi (u_{n,m} - u_{n,m-1})}{a} \right] + \frac{\pi}{a} J_2 \left[ \cos (\psi_{n,m} - \psi_{n,m-1}) \sin \frac{\pi (u_{n,m} - u_{n,m-1})}{a} - \cos (\psi_{n,m+1} - \psi_{n,m}) \sin \frac{\pi (u_{n,m+1} - u_{n,m})}{a} \right] = 0, \quad (3)$$

$$J_1 \left[ \sin (\psi_{n,m} - \psi_{n-1,m}) + \sin (\psi_{n,m} - \psi_{n+1,m}) \right] + J_2 \left[ \sin (\psi_{n,m} - \psi_{n,m-1}) \cos \frac{\pi (u_{n,m} - u_{n,m-1})}{a} + \sin (\psi_{n,m} - \psi_{n,m+1}) \cos \frac{\pi (u_{n,m+1} - u_{n,m})}{a} \right] + \frac{\gamma}{2} \sin 2\psi_{n,m} = 0.$$

Учет топологического магнитоупругого взаимодействия привел к связыванию уравнений для упругой и магнитной подсистем (нами не учитывается обычное слабое магнитоупругое взаимодействие вида  $\lambda (u_{n,m} - u_{n',m'}) \cos (\varphi_{n,m} - \varphi_{n',m'})$ ).

Линия скольжения дислокации (линия  $z = 0$ ) делит плоскость  $(x, z)$  на два полупространства, в которых относительные смещения соседних атомов и относительные отклонения соседних спинов малы, и поэтому в этих полупространствах возможно длинноволновое описание в рамках уравнений для  $u(x, z)$  и  $\psi(x, z)$ :

$$\alpha a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \tilde{\beta} b^2 \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} = 0, \quad (4a)$$

$$J_1 a^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + J_2 b^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \frac{\gamma}{2} \sin 2\psi = 0, \quad (4b)$$

где  $b$  — постоянная решетки в направлении  $z$ ;  $\tilde{\beta} = \beta + \pi^2 J_2 / a^2 \approx \beta$  — перенормированная с учетом магнитоупругого взаимодействия константа упругой связи. Такая перенормировка приведет к незначительному (в меру малости магнитного вза-

имодействия по сравнению с упругим) изменению размера ядра дислокации.

Из уравнений (4) видно, что в двух полупространствах ( $z > 0$  и  $z < 0$ ) поля упругих смещений  $u(x, z)$  и спиновых отклонений  $\psi(x, z)$  независимы и связывание этих двух полей происходит лишь в ядре дислокации и в доменной стенке  $x > 0, z = 0$ . Относительные атомные смещения в атомных рядах, прилегающих к границе полупространств  $u_+ = u(z = +b/2)$  и  $u_- = u(z = -b/2)$ , в области ядра дислокации могут отличаться на величину порядка межатомного расстояния  $a$ , и относительные спиновые отклонения  $\psi_+ - \psi_-$  вблизи доменной стенки могут быть порядка величины  $\pi$ . Поэтому взаимодействие через границу должно быть учтено точно:

$$E_s = \beta \frac{a^2}{4\pi^2} \left[ 1 - \cos \frac{2\pi}{a} (u_+ - u_-) \right] - J_2 \cos(\psi_+ - \psi_-) \cos \frac{\pi}{a} (u_+ - u_-). \quad (5)$$

При этом решение объемной задачи (4а), (4б) (например для верхнего полупространства  $z > 0$ ) дополняется на границе раздела двух полупространств следующими граничными условиями:

$$\frac{\beta a}{\pi} \sin \frac{2\pi(u_+ - u_-)}{a} + \frac{2\pi J_2}{a} \cos(\psi_+ - \psi_-) \sin \frac{\pi(u_+ - u_-)}{a} = -\tilde{\beta} b^2 \frac{\partial(u_+ - u_-)}{\partial z}, \quad (6a)$$

$$2J_2 \sin(\psi_+ - \psi_-) \cos \frac{\pi(u_+ - u_-)}{a} = -J_2 b^2 \frac{\partial(\psi_+ - \psi_-)}{\partial z}. \quad (6b)$$

Поскольку упругое взаимодействие существенно превосходит магнитное, второе слагаемое в левой части (6а) может быть отброшено и константа  $\tilde{\beta}$  заменена на  $\beta$ .

В отсутствие анизотропии в легкой плоскости ( $\gamma = 0$ ) уравнения (4), которые при этом становятся линейными, решаются и легко находится связь производных  $\partial u_{\pm}/\partial z$  и  $\partial \psi_{\pm}/\partial z$  в (6а), (6б) с величинами  $\partial u_{\pm}/\partial x$  и  $\partial \psi_{\pm}/\partial x$  на границе. При этом граничные условия (6) превращаются в замкнутую систему одномерных интегро-дифференциальных уравнений для функций  $u_{\pm}(x)$  и  $\psi_{\pm}(x)$  [12].

В рассматриваемом нами случае такой подход невозможен из-за нелинейности уравнения (4б).

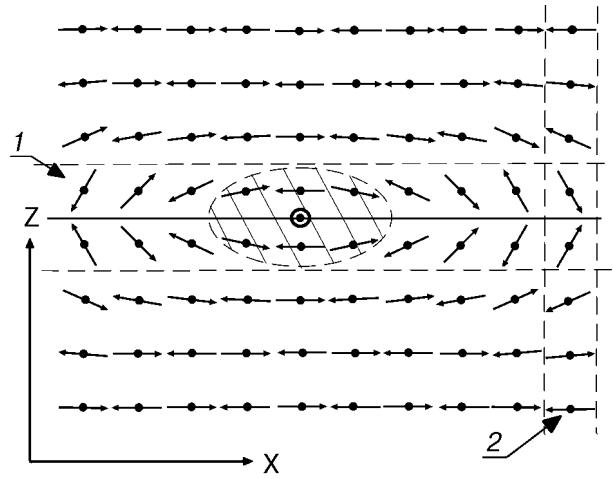


Рис. 2. Распределение намагниченности в АФМ при наличии доменной стенки в направлении  $x$  (1), содержащей вихрь (заштрихованная область) с блоховской точкой, и доменной стенки вдоль оси  $z$  (2).

Поэтому для качественного решения воспользуемся кусочно-линейной аппроксимацией для энергии одноионной анизотропии в легкой плоскости, заменив слагаемое  $-\frac{1}{2} \gamma \cos^2 \varphi_{n,m}$  в (2) на  $\gamma \varphi_{n,m}^2/2$ . Такая замена оправдывается тем, что в случаях доменной стенки, оканчивающейся на дислокации, и доменной стенки с блоховской линией функции  $|\psi_{\pm}|$  строго меньше величины  $\pi/2$ . Действительно, на рис. 1 и 2 видно, что в первом случае  $-\pi/2 + \varepsilon < \psi_+ < 0$ , а во втором имеем  $-\pi/2 + \varepsilon < \psi_+ < \pi/2 - \varepsilon$ . Величина  $\varepsilon$  легко находится из решения уравнения (4б) для однородной доменной стенки:

$$\psi \approx 2 \arctan \exp \left[ -\frac{z}{b} \left( \frac{\gamma}{J_2} \right)^{1/2} \right]. \quad (7)$$

Взяв это решение при  $z = b/2$  и воспользовавшись неравенством  $\gamma \ll J_2$ , находим, что  $\varepsilon = \frac{1}{2} \sqrt{\gamma/J_2}$ . При кусочно-линейной аппроксимации уравнения (4б) имеем

$$J_1 a^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial x^2} + J_2 b^2 \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} - \gamma \psi = 0, \quad z > 0, \quad (8)$$

и решение для однородной доменной стенки (7) упрощается:

$$\psi(z > 0) = \frac{\pi}{2} \exp \left[ -\frac{z}{b} \left( \frac{\gamma}{J_2} \right)^{1/2} \right]. \quad (9)$$

В предлагаемом подходе для линейных уравнений (4а) и (8) можно воспользоваться известными функциями Грина и выразить решения  $u(x, z)$  и  $\psi(x, z)$  в терминах эффективных сил, действующих на границах полупространств  $z = \pm b$ :

$$f_+ = -\frac{\beta a}{2\pi} \sin \frac{2\pi(u_+ - u_-)}{a} -$$

$$-\frac{\pi}{a} J_2 \cos(\psi_+ - \psi_-) \sin \frac{\pi(u_+ - u_-)}{a}, \quad (10)$$

$$\tilde{f}_+ = -J_2 \sin(\psi_+ - \psi_-) \cos \frac{\pi(u_+ - u_-)}{a}.$$

(Следует иметь в виду, что объемные силы, с помощью которых находятся решения для  $u$  и  $\psi$  в

$$u(x, z \geq 0) = \mp \frac{1}{2\pi^2 l} \int_{-\infty}^{+\infty} \ln \left[ \frac{(x-x')^2}{\alpha a^2} + \frac{z^2}{\beta b^2} \right]^{1/2} \sin \omega(x') dx', \quad (11)$$

$$\psi(x, z \geq 0) = \mp \frac{1}{\pi \tilde{l}} \int_{-\infty}^{+\infty} K_0 \left( \left( \frac{(x-x')^2}{\lambda^2} + \frac{z^2}{\sigma^2} \right)^{1/2} \right) \cos \omega \sin \chi dx'. \quad (12)$$

где  $K_0(k)$  — функция Макдональда и введены параметры  $l = a \sqrt{\alpha/\beta}$ ,  $\tilde{l} = a \sqrt{J_1/J_2}$ ,  $\sigma = b \sqrt{J_2/\gamma}$ , и  $\lambda = a \sqrt{J_1/\gamma}$ . Последние два параметра описывают «магнитные длины» в направлениях  $z$  и  $x$  соответственно.

### Доменная стенка с блоховской точкой в АФМ с идеальной структурой

В работе [12] для изотропного легкоплоскостного АФМ было показано, что в отсутствие дислокации система связанных уравнений для полей атомных смещений и спиновых отклонений, полученная в рамках предложенного обобщения модели Пайерлса, допускает решение для магнитного вихря. Система уравнений (11), (12), учитывающая анизотропию в легкой плоскости, должна описывать доменную стенку, содержащую так называемую блоховскую точку, при обходе вокруг которой направление вектора антиферромагнетизма изменяется на  $2\pi$  (рис. 2). Соответствующее решение в пределе  $\gamma \rightarrow 0$  должно переходить в решение для магнитного вихря. В идеальном АФМ без дислокации имеем  $\omega = 0$  и  $u \equiv 0$ . При этом уравнение (12) сводится к

$$\psi(x, z \geq 0) = \mp \frac{1}{\pi \tilde{l}} \int_{-\infty}^{+\infty} K_0 \left( \left( \frac{(x-x')^2}{\lambda^2} + \frac{z^2}{\sigma^2} \right)^{1/2} \right) \sin \chi dx'. \quad (13)$$

полупространствах, имеют вид  $f(x, z) = b\delta(z)2f_{\pm}(x)$  и  $\tilde{f}(x, z) = b\delta(z)2\tilde{f}_{\pm}(x)$ .

Вводя относительные смещения атомов на границах полупространств  $\omega = \pi(u_+ - u_-)/a$  и относительные повороты спинов на этих границах  $\chi = \psi_+ - \psi_-$  и воспользовавшись функциями Грина уравнений Лапласа и Клейна—Гордона, получим интегральные выражения для полей в полупространствах:

На расстояниях  $x \gg \lambda$  доменная стенка почти однородна вдоль направления  $x$ , и функцию  $\chi$  относительных отклонений у границы полупространств можно приближенно считать константой. В этом приближении из уравнения (13) легко найти выражения для  $\chi_{\infty} = \chi(x \rightarrow \infty) = \pi/2 \sqrt{\gamma/J_2} = \pi\varepsilon$  и для распределения намагниченности в доменной стенке вдоль направления  $z$  при больших значениях  $x$  (см. формулу (9)).

Полагая в уравнении (13)  $z = \pm b/2$  и принимая во внимание, что в данной конфигурации (см. рис. 2)  $\psi_- = -\pi - \psi_+$ , приходим к одномерному уравнению для относительных спиновых отклонений на границе полупространств:

$$\chi = \pi - \frac{2}{\pi \tilde{l}} \int K_0 \left( \left( \frac{(x-x')^2}{\lambda^2} + \frac{b^2}{4\sigma^2} \right)^{1/2} \right) \sin \chi dx'. \quad (14a)$$

Продифференцировав (14a) по  $x$  и положив  $b = 0$ , получаем уравнение

$$\frac{d\chi}{dx} = \frac{2}{\pi \tilde{l} \lambda} \int K_1 \left( \frac{|x-x'|}{\lambda} \right) \operatorname{sgn}(x-x') \sin \chi dx', \quad (14b)$$

близкое к уравнению Пайерлса, описывающему структуру дислокации в двумерной модели [15]. Однако в нашем случае ядро Коши  $\lambda/(x-x')$  интегрального уравнения Пайерлса заменяется ядром  $K_1(|x-x'|/\lambda) \operatorname{sgn}(x-x')$ . Поскольку при

малых значениях аргумента  $K_1(p) \approx 1/p$ , эти два ядра совпадают при  $|x - x'| \ll \lambda$ . Вследствие экспоненциального убывания функции  $K_1$  с расстоянием ядро имеет локальный характер и поле  $\chi(x)$  локализовано и экспоненциально стремится к своим асимптотикам на больших расстояниях.

Уравнение (14а) будем решать последовательными приближениями. В качестве первого приближения, учитывая локальность распределения поля  $\chi(x)$  и ненулевые его асимптотики на бесконечности, аппроксимируем функцию  $\sin \chi$  в правой части уравнения (14а) следующим образом:

$$\sin \chi(x) \rightarrow \frac{\pi}{2} \left( \frac{\gamma}{J_2} \right)^{1/2} \operatorname{sgn}(x) - 2\pi\lambda \frac{d}{dx} \delta \left( \frac{x}{\lambda} \right). \quad (15)$$

Первым слагаемым аппроксимация (15) учитывает асимптотику  $\chi_\infty = 1/2 \pi \sqrt{\gamma/J_2}$  и вторым слагаемым — характерную область локализации  $\lambda$  функции  $\chi(x)$ , а следовательно, и  $\sin \chi$ . Вклад первого слагаемого в интеграл (14а) при  $x > 0$  на расстояниях  $x \gg \lambda$  имеет вид

$$I_1 = -\frac{1}{\lambda} \int_{-\infty}^{+\infty} K_0 \left( \left( \frac{u^2}{\lambda^2} + \frac{b^2}{4\sigma^2} \right)^{1/2} \right) \operatorname{sgn}(x-u) du \approx \\ \approx -\pi \exp \left( -\frac{b}{2\sigma} \right) + 2\lambda \left\{ \left( \frac{x^2}{\lambda^2} + \frac{b^2}{4\sigma^2} \right)^{1/4} \exp \left[ -\left( \frac{x^2}{\lambda^2} + \frac{b^2}{4\sigma^2} \right)^{1/2} \right] \right\} x^{-1}, \quad (16)$$

где функция  $K_0(k)$  заменена своей асимптотикой при больших значениях аргумента:  $K_0(k) \approx \sqrt{\pi/2k} e^{-k}$ ,  $k \gg 1$ . Аналогично получаем значение  $I_1$  при  $x < 0$ . Вклад второго слагаемого в (15) вычисляется точно:

$$I_2 = -\frac{4}{\tilde{l}} x K_0 \left( \left( \frac{x^2}{\lambda^2} + \frac{b^2}{4\sigma^2} \right)^{1/2} \right) \left( \frac{x^2}{\lambda^2} + \frac{b^2}{4\sigma^2} \right)^{-1/2}. \quad (17)$$

Окончательно для второго приближения для  $\chi$  получаем

$$\chi(x \gtrless 0) \cong \pi \pm I_1 + I_2, \quad (18)$$

где  $I_1$  и  $I_2$  определяются выражениями (16), (17). Из формул (14)–(18) следуют асимптотики  $\chi(x)$  при  $x \rightarrow \pm \infty$ :  $\chi|_{x \rightarrow -\infty} \rightarrow 2\pi - \pi/2 \sqrt{\gamma/J_2}$  и  $\chi|_{x \rightarrow +\infty} \rightarrow \pi/2 \sqrt{\gamma/J_2}$ , что согласуется с результатом (9) для однородной доменной стенки.

Поведение функции  $\chi(x)$  в центре вихря находим, дифференцируя уравнение (14а) по  $x$  и приближенно заменяя в получившемся выражении ядро  $K_1(k)$  функцией  $1/\operatorname{sh}(k)$ , что приводит к уравнению

$$\frac{d\chi}{dx} = \frac{2}{\pi\lambda\tilde{l}} \int_{-\infty}^{+\infty} \operatorname{sh}^{-1} \left( \frac{x-x'}{\lambda} \right) \sin \chi dx'. \quad (19)$$

Уравнение (19) имеет точное солитонное решение [16], интересующая нас асимптотика которого при малых  $x$  линейна по  $x$  со значением  $\pi$  в центре вихря:

$$\chi \cong \pi - 2\frac{x}{\lambda}, \quad (20)$$

и градиент относительных спиновых отклонений максимален в области ядра магнитного вихря.

Применяя аппроксимацию (15) в выражении (13), находим распределение намагниченности во всем объеме АФМ:

$$\psi(x, z \gtrless 0) \cong \mp \frac{\pi}{2} \exp \left( -\frac{z}{\sigma} \right) + \left( \frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \frac{\sqrt{r} e^{-r}}{x/\lambda} - \frac{2}{\tilde{l}} \frac{x K_0(r)}{r}, \quad (21)$$

где  $r = (x^2/\lambda^2 + z^2/\sigma^2)^{1/2}$ , знаки  $\mp$  отвечают верхнему и нижнему полупространствам соответственно. Из (21) следует, что неоднородность в упорядочении спинов экспоненциально затухает в направлении  $z$ , перпендикулярном ориентации доменной стенки, и упорядочение становится идеальным при  $z \rightarrow \pm \infty$ :  $\psi(x, z)|_{z \rightarrow +\infty} \rightarrow 0$ ,  $\psi(x, z)|_{z \rightarrow -\infty} \rightarrow -\pi$ .

Таким образом, распределение намагниченности (21) можно представить в виде

$$\psi(x, z) = f_1(z) + f_2(r, \cos \varphi) + f_3(r, \cos \varphi), \quad (22)$$

функция  $f_1$  описывает распределение  $\psi$  в доменной стенке при больших значениях  $x$ , где стенка практически однородна по  $x$ ;  $f_3$  (вклад второго слагаемого в (15)) связана с вкладом вихря в поле намагниченности при малых значениях  $x$ ;  $f_2$  — поправка к  $f_3$ , описывающая влияние вихря вдали от его области локализации ( $x \gg \lambda$ ). Характерный размер вихря вдоль направления  $z$  равен  $\Delta_z = \sigma = b\sqrt{J_2/\gamma}$ , а вдоль оси  $x$   $\Delta_x = \lambda = a\sqrt{J_1/\gamma}$ . Таким образом, в нашей анизотропной модели  $\Delta_x/\Delta_z = a\sqrt{J_1/J_2}/b \gg 1$ , и вихрь сильно сплюснут вдоль оси  $x$ .

### Магнитная конфигурация при наличии дислокации

Вернемся к общему случаю АФМ, содержащего дислокацию. Полагая в уравнении (11)  $z = \pm b/2$ , приходим к одномерному уравнению для относительных атомных смещений  $w$  на границе полупространств [12]. В пределе малого отношения магнитного взаимодействия к упругому, что обычно справедливо в реальной физической ситуации, это уравнение переходит в уравнение Пайерлса с решением  $w = -\arctg(\pi l/x)$  для дислокации, где введена «упругая длина»  $l = a\sqrt{\alpha/\beta}$ . При подстановке решения Пайерлса в уравнение (12) последнее принимает вид (при  $z > 0$ ):

$$\psi(x, z > 0) = \frac{1}{\pi \tilde{l}} \int_{-\infty}^{\infty} K_0 \left( \left( \frac{(x-x')^2}{\lambda^2} + \frac{z^2}{\sigma^2} \right)^{1/2} \right) \times \frac{x'}{\sqrt{x'^2 + l^2}} \sin \chi dx' . \quad (23)$$

Поскольку, как правило, «магнитная длина» существенно превосходит атомный размер и размер дислокации, исследуем уравнение (23) в пределе точечной дислокации:  $l/\lambda \rightarrow 0$ . Ниже будет показано, что влияние конечного размера ядра дислокации на намагниченность мало по сравнению с влиянием других факторов. Замечая, что в данной конфигурации  $\psi_+ = -\psi_-$  (см. рис. 1), получаем аналогичное уравнению (14а) одномерное уравнение для относительных спиновых отклонений на границе полупространств при наличии точечной дислокации:

$$\chi = \frac{2}{\pi \tilde{l}} \int K_0 \left( \left( \frac{(x-x')^2}{\lambda^2} + \frac{b^2}{4\sigma^2} \right)^{1/2} \right) \operatorname{sgn}(x') \sin \chi(x') dx' . \quad (24)$$

Хорошей аппроксимацией для функции  $\sin \chi$  является замена

$$\sin \chi \rightarrow P(x) - \frac{\pi}{2} \left( \frac{\gamma}{J_2} \right)^{1/2} S(x) , \quad (25)$$

где  $P(x) = -1$  в интервале  $|x| \leq \lambda$  и  $P = 0$  вне этого интервала, а ступенчатая функция Хевисайда  $S(x)$  равна 0 при  $x < 0$  и 1 при  $x > 0$ . В этом приближении решение уравнения (24) при  $x \gg \lambda$  имеет следующий вид:

$$\chi(x > 0) \cong -\pi \exp \left( -\frac{b}{2\sigma} \right) + \left( \frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \left( \frac{x^2}{\lambda^2} + \frac{b^2}{4\sigma^2} \right)^{-1/4} \lambda/x \times \exp \left[ -\left( \frac{x^2}{\lambda^2} + \frac{b^2}{4\sigma^2} \right)^{1/2} \right] - \frac{\lambda}{\pi \tilde{l}} K_1 \left( \frac{x^2}{\lambda^2} + \frac{b^2}{4\sigma^2} \right) . \quad (26)$$

При  $x < 0$  первый член в (26) равен нулю. Оценка градиента относительных отклонений спинов вблизи ядра точечной дислокации дает

$$\frac{d\chi(x=0)}{dx} \approx \ln(\sigma) + \ln(\tilde{l}) . \quad (27)$$

При учете конечности размера ядра дислокации в сумме (27) появится дополнительный член  $\ln(l)$  (см. [12]), где  $l$  — введенная выше «упругая длина». Мы использовали предположение о пространственной анизотропии упругих и магнитных свойств, т. е. условие  $l, \tilde{l} \gg a, b$ . Но реально действительно большим параметром является магнитная длина  $\sigma \gg b$ , и выполняется неравенство  $l, \tilde{l} \gg \sigma$ . При этом основной вклад в величину  $d\chi(x=0)/dx$  дает параметр  $\sigma$ , и приближение точечной дислокации физически осмысленно.

Используя аппроксимацию (25), находим решение уравнения (23) в пределе точечной дислокации

$$\psi(x, z > 0) \cong -\frac{\pi}{2} \exp \left[ -\frac{z}{b} \left( \frac{\gamma}{J_2} \right)^{1/2} \right] + \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \frac{\sqrt{r} e^{-r}}{x/\lambda} - \frac{\lambda}{2\pi \tilde{l}} K_1(r) , \quad (28)$$

$$\psi(x, z < 0) \cong \frac{1}{2} \left( \frac{\pi}{2} \right)^{1/2} \frac{\sqrt{r} e^{-r}}{x/\lambda} - \frac{\lambda}{2\pi l} K_1(r).$$

При  $x \rightarrow +\infty$  из (28) следует решение для доменной стенки (9):  $\psi(x, z) \rightarrow -\pi/2 \exp(-z/\sigma)$ . При  $x \rightarrow -\infty$  и  $z \rightarrow \pm\infty$  намагниченность стремится к нулю и упорядочение спинов становится идеальным.

### Заключение

Прежде всего, вернемся к вопросу об избранной ориентации доменной стенки. Мы считаем, что в процессе пластической деформации, породившей дислокацию, произошел сдвиг по оси  $x$ , и с этим сдвигом связано возникновение доменной стенки. Поскольку с последней связана избыточная плотность поверхностной энергии, энергия доменной стенки пропорциональна ее длине. Следовательно, системе будет выгодно окончить доменную стенку на другой дислокации в той же плоскости скольжения на расстоянии  $R_1$  от первой (аналогично ситуации в  $1D$  системе, описанной в [11]). Может, однако, оказаться, что ближе расположена дислокация в другой плоскости скольжения. Тогда эти две дислокации будут «связаны» доменной стенкой, наклоненной к оси  $x$ , если прирост в энергии анизотропии будет компенсирован уменьшением расстояния  $R_2$  между этими дислокациями ( $R_2 (\sqrt{J_2} \cos^2 \theta + \sqrt{J_1} \sin^2 \theta) < R_1 \sqrt{J_2}$ ). Это означает, что расположение доменных стенок вдоль любой другой оси также представляет интерес для изучения.

В настоящей работе в рамках предложенной модели исследовано распределение намагниченности

а) в легкоплоскостном анизотропном АФМ с идеальной кристаллической структурой, содержащем доменную стенку с блоховской линией; найдены характерные размеры этой топологической особенности  $\lambda$  и  $\sigma$  вдоль направлений  $x$  и  $z$ ;

б) в легкоплоскостном анизотропном АФМ с краевой дислокацией. Показано, что с дислокацией с необходимостью связано окончание доменной стенки, располагающейся вдоль линии скольжения дислокации при  $\alpha \gg \beta$ . Оценен вклад

упругих и магнитных параметров в градиент относительных разворотов спинов.

Авторы благодарны А. М. Косевичу за интерес к работе и ценные замечания.

1. K. Hirakawa, H. Yoshizawa, J. D. Axe, and G. Shirane, *Suppl. J. Phys. Soc. Jpn.* **52**, 19 (1983).
2. D. G. Wiesler, H. Zabel, and S. M. Shapiro, *Physica* **B156/157**, 292 (1989).
3. D. G. Wiesler, H. Zabel, and S. M. Shapiro, *Physica* **B93**, 277 (1994).
4. H. Pomerantz, *Surf. Sci.* **142**, 556 (1984).
5. D. I. Head, B. N. Blott, and D. Melville, *J. Phys.* **C8**, 1649 (1988).
6. А. И. Звягин, В. Н. Криворучко, В. А. Пащенко, А. А. Степанов, Д. А. Яблонский, *ЖЭТФ* **92**, 311 (1987).
7. А. А. Степанов, М. И. Кобец, В. А. Пащенко, *ФНТ* **20**, 267 (1994).
8. H. Yamazaki and V. Mino, *Progr. Theor. Phys. Suppl.* **94**, 400 (1989).
9. А. С. Ковалев, А. М. Косевич, *ФНТ* **3**, 259 (1977).
10. И. Е. Дзялошинский, *Письма в ЖЭТФ* **25**, 110 (1977).
11. А. С. Ковалев, *ФНТ* **20**, 1034 (1994).
12. О. К. Дудко, А. С. Ковалев, *ФНТ* **24**, 559 (1998).
13. А. В. Borisov and V. V. Kiselev, *Physica* **D111**, 96 (1998).
14. M. E. Gouvea, G. M. Wysin, A. R. Bishop, and F. G. Mertens, *Phys. Rev.* **B39**, 11840 (1989).
15. А. М. Косевич, *Теория кристаллической решетки*, Вища школа, Харьков (1988).
16. А. Б. Борисов, В. В. Киселев, *ФММ* **3**, 20 (1991).

### The influence of dislocations on the magnetic structure of two-dimensional anisotropic antiferromagnets

O. K. Dudko and A. S. Kovalev

A two-dimensional model, extending the Peierls model to the case of coupled fields of magnetization and elastic displacements is proposed for an easy-plane antiferromagnet with anisotropy in the easy plane in the presence of an edge dislocation. In the framework of the model proposed a system of one-dimensional nonlinear integral-differential equations for two coupled fields is derived. When the crystal structure of the antiferromagnet is perfect, the set of equations can be solved for the domain wall with the Bloch line into which the magnetic vortex transforms if single ion anisotropy is taken into account. In the presence of the dislocation, a complex magnetostructural topological defect occurs, which is a  $180^\circ$  domain wall ending at the dislocation.